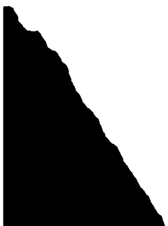






GRUNDZÜGE

DER

NIEDEREN GEODÄSIE

VON

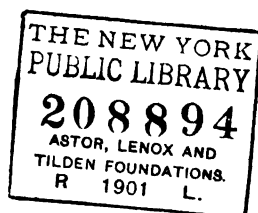
THEODOR TAPLA,
PROFESSOR AN DER K. K. HOCHSCHULE FÜR BODENCULTUR IN WIEN.

I.

METHODEN UND DISPOSITIONEN
(DISPOSITIONSLEHRE)

MIT 9 LITHOGRAPHIERTEN TAFELN.

LEIPZIG UND WIEN.
FRANZ DEUTICKE.
1901



Verlags-Nr. 776.

Druck von Rudolf M. Rohrer in Brünn.

Vorwort.

Die geodätischen Arbeiten sind Feldarbeiten und Zimmer- oder Kanzleiarbeiten.

Die ersteren bestehen aus der Feststellung eines Planes für die Durchführung der Vermessung — dem Disponieren — und aus Manipulationen mit Apparaten. Die letzteren sind rechnerischer und constructiver Natur und bezwecken sowohl die Herstellung geodätischer Aufnahmen aus am Felde gesammelten Daten als auch die Verwertung von geodätischen Aufnahmen.

Dem Gesagten entsprechend, gliedert der Verfasser seine Vorlesungen über niedere Geodäsie, die ihm mit Beginn des Studienjahres 1898/99 supplierungsweise übertragen worden sind, in folgender Art:

I. Die Lehre von den Aufnahmsmethoden und Aufnahmsdispositionen.

II. Die Lehre von den Feldapparaten und Feldoperationen.

III. Die Lehre von der Herstellung geodätischer Aufnahmen aus Felddaten („Kartierung“).

IV. Die Lehre von der Verwertung geodätischer Aufnahmen.

Die ersten zwei Abschnitte finden ihre Ergänzung in den programmäßigen Feldübungen, die letzten zwei in Übungen im Constructionssaale (geodätisches Prakticum und Plan- und Terrainzeichnen).

Verlags-Nr. 776.

Druck von Rudolf M. Rohrer

Den Abschnitt III hat der Verfasser schon im Jahre 1895 in einer Druckschrift (Geodätische Constructionen und Berechnungen, Wien, Deuticke) bearbeitet.

Als Einleitung figuriert dortselbst der Abschnitt I, jedoch in sehr knapper Form. Die vorliegende Arbeit bringt diesen Abschnitt selbständig, wesentlich erweitert und ist als der 1. Theil eines in der oben angegebenen Art gegliederten, für Anfänger bestimmten, kurz gefassten Werkes über niedere Geodäsie zu betrachten.

Wien, im April 1901.

Theodor Tapla.

Inhaltsverzeichnis.

Einleitung.

Begriff einer geodätischen Aufnahme und Bemerkungen hiezu.

Wenn man sich durch die Eckpunkte des auf der Erdoberfläche liegenden Polygons oder der Parcelle 1, 2, ... 7 (Fig. 1, Taf. 1) Verticale gezogen denkt, mit ihnen die beliebig angenommene horizontale Ebene E schneidet und die Schnittpunkte 1', 2' etc. mit einander geradlinig verbindet, so erhält man im Polygon 1', 2', 3' . . . 7' die horizontale Projection der Parcelle 1, 2, 3 . . . 7.

Die Bestimmung dieser horizontalen Projection ist eine Aufgabe der Geodäsie, und zwar die allererste.

Zur Bestimmung der horizontalen Projection einer Parcelle sind die horizontalen Projectionen von Längen oder von Längen und Winkeln nothwendig, weshalb alle Hilfsmittel der Geodäsie (Apparate und Geräthe) und alle Operationen am Felde auf die Feststellung von auf den Horizont reducierten Längen und Winkeln hinarbeiten.

Die Bestimmung der horizontalen Projection einer Parcelle kann in zweifacher Weise erfolgen:

1. Indem man eine Skizze anfertigt und in dieselbe oder zu derselben die zur Bestimmung nothwendigen Maßzahlen schreibt (reducierte Längen und Winkel).

2. Indem man eine verkleinerte Zeichnung der horizontalen Projection der Parcelle anfertigt.

Im ersten Falle hat man eine numerische, im zweiten Falle eine graphische Aufnahme der Parcelle durchgeführt.

Bemerkungen:

1. Wenn man die horizontale Projection einer Parcelle derart ausstattet, dass man aus ihr auch auf die Höhenunterschiede

der aufgenommenen Punkte schließen und sich eine Vorstellung von dem Baue der im allgemeinen krummen Oberfläche der Parcelle machen kann, so hat man eine Terrainaufnahme vor sich, zum Unterschiede von der Situationsaufnahme, welche eine reine Horizontalprojection ist.

Zunächst soll hier nur von Situationsaufnahmen gesprochen werden.

2. Graphische Aufnahmen unterscheidet man in „Pläne“ und „Karten“. „Pläne“ sind graphische Darstellungen kleinerer, „Karten“ Aufnahmen ausgedehnter Complexe. Man wird z. B. niemals von der Karte einer Stadt, sondern stets vom Plane einer Stadt sprechen, dagegen niemals vom Plane eines Landes, sondern von der Karte des Landes etc. Die Grenzen für diese Benennungen sind allerdings sehr verschwommen — reine Gefühlsgrenzen.

3. Hinsichtlich des Zweckes, den geodätische Aufnahmen zu erfüllen haben, kann man ökonomische, forstliche, hydrotechnische, militärische etc. Aufnahmen unterscheiden. Jede derselben hat naturgemäß ihre Eigenthümlichkeiten. So kann man aus einem ökonomischen Plane z. B. jede Ackerparcelle der Form und Größe nach entnehmen, aus Militärkarten nur Communicationen, Wasserläufe, Sümpfe, Waldesgrenzen und sonstige für militärische Operationen wichtige Verhältnisse.

4. Wenn ein Vermessungscomplex aus kleinen Parcellen besteht, eine jede derselben für sich, und zwar absolut genau aufgenommen gedacht wird und die Anzahl der Parcellen nicht zu groß ist, so werden sich die Horizontalprojectionen der Parcellen — ohne auf wahrnehmbare Widersprüche zu stoßen — auf einer ebenen Fläche zu einem in sich geschlossenen Ganzen zusammenfügen lassen. Ist aber die Anzahl der Parcellen sehr groß, so wird dieses Zusammenfügen auf einer ebenen Fläche nicht gelingen.

Der Grund liegt darin, dass die Parcellen in Wirklichkeit nicht in einer Ebene liegen, sondern auf einer convexen Fläche, der sphärischen oder besser sphäroidischen Erdoberfläche.

Um dennoch ebene Bilder größerer Complexe herzustellen, wird man die einzelnen Theile dieser Bilder, d. h. die Bilder der Parcellen mehr oder weniger verzerren müssen. Die Lehre von der Herstellung solcher, und zwar gesetzmäßig verzerrter Bilder und die ihr vorausgehende Lehre von der Bestimmung der gegen-

seitigen Lage von Punkten auf der sphärischen, resp. sphäroidischen Erdoberfläche gehören in den Bereich der höheren Geodäsie, während sich die niedere Geodäsie mit der Aufnahme solcher Gebiete befasst, die annähernd als in der Ebene liegend aufgefasst werden können.

Je nach dem Zwecke und dem Maßstabe der Aufnahmen sind diese Gebiete verschieden groß — bei strengeren Anforderungen Kreise mit Halbmessern bis circa 15 *km* — bei minder strengen weit größere Complexe. (Näheres später.)

Fehler in der Punktlage.

Jede Vermessungsoperation — sei sie noch so exact ausgeführt — ist mit Rücksicht auf die Unvollkommenheit unserer Sinne und unserer Apparate mit kleinen Fehlern behaftet. Diese Fehler treten positiv und negativ auf und werden unvermeidliche Beobachtungsfehler genannt. Wenn man dieselbe Strecke oder denselben Winkel wiederholt mit gleichen Mitteln und gleicher Sorgfalt misst, so kommt man doch zu verschiedenen Resultaten. Die Ursache sind eben die vorhin erwähnten unvermeidlichen Beobachtungsfehler. Infolge des Vorhandenseins dieser Fehler in den einzelnen Vermessungsoperationen entspricht die horizontale Projection einer Parcelle, wie sie der Geodät bestimmt, der idealen horizontalen Projection niemals vollkommen, sondern immer nur näherungsweise. Zur besseren Erklärung mag Folgendes dienen:

Die Punkte 1′, 2′—7′ (Fig. 1, Taf. 1) stellen die ideale horizontale Projection des Complexes 1—7 vor. Denkt man sich weiter aus am Felde gesammelten Daten (horizontalen Projectionen von Längen und Winkeln) die Coordinaten der Punkte 1′—7′ mit Rücksicht auf irgend ein in der Ebene E angenommenes Axensystem berechnet und aus diesen Coordinaten die Punkte 1′—7′ auf einer Ebene in natürlichem Maße und fehlerlos aufgetragen, so hat man die den gesammelten Felddaten oder der numerischen Aufnahme entsprechende oder „wirkliche“ Horizontalprojection des Punktcomplexes vor sich.

Diese zwei Horizontalprojectionen — die ideale und die wirkliche — werden übereinander gelegt, niemals vollkommen stimmen. Ein solches Übereinstimmen wird übrigens in der Praxis

auch nicht verlangt. Man will nur, dass die Punkte der wirklichen Horizontalprojection von den entsprechenden der idealen nicht zu sehr abweichen.

Wenn man sich um die Punkte der idealen Horizontalprojection als Centren kleine Kreise gezeichnet denkt und die wirkliche Horizontalprojection in Gedanken derart auf die ideale legt, dass beide Projectionen möglichst gut miteinander stimmen, so dürfen eben die Punkte der wirklichen Horizontalprojection aus den gedachten kleinen Kreisen (den sogenannten „Genauigkeitskreisen“) nicht heraustreten. Die Radien der Genauigkeitskreise sind je nach der Wichtigkeit ihrer Centren verschieden groß. Besteht ein Punktcomplex aus durchwegs gleichwertigen Punkten, so werden die Genauigkeitskreise natürlich gleich groß sein.

In analoger Weise, wie dies eben mit einer numerischen Aufnahme geschehen ist, lässt sich auch eine graphische, d. h. durch eine verjüngte Zeichnung gegebene geodätische Aufnahme mit der ihr entsprechenden idealen Horizontalprojection vergleichen.

Man braucht sich nur vorzustellen, dass man die Coordinaten der einzelnen Punkte mit dem Zirkel aus der Zeichnung abgreift, am Verjüngungsmaßstabe beurtheilt, hierauf wie früher eine „wirkliche“ Horizontalprojection des Aufnahmsgebietes herstellt und die erhaltene, natürlich nur gedachte Zeichnung auf die „ideale“ Horizontalprojection derart legt, dass beide möglichst genau stimmen.

Hier zeigt sich aber Folgendes:

Während dem numerischen Elaborate nur eine einzige „wirkliche“ Horizontalprojection entspricht, entsprechen dem graphischen mehrere, weil innerhalb allerdings bescheidener Grenzen jeder Zeichner die Coordinaten anders abgreifen und am Maßstabe anders beurtheilen wird und weil außerdem eine jede auf gewöhnlichem Zeichenpapier hergestellte graphische Aufnahme infolge der hygroskopischen Eigenschaft des Papieres fortwährenden kleinen Änderungen ausgesetzt ist.[1]) Die graphischen Aufnahmen sind also den numerischen gegenüber vieldeutig. Mit Rücksicht auf diese Vieldeutigkeit kann man sagen: Eine graphische Aufnahme wird dann entsprechen, wenn sich die Punkte der schlechtesten

[1]) Man kann diese Änderungen nur dadurch verhindern, dass man das Zeichenpapier mit Eiweiß auf eine geschliffene Glasplatte spannt und aufgespannt lässt, was freilich sehr umständlich und kostspielig ist.

Vergrößerung innerhalb der bewussten Genauigkeitskreise bewegen, d. h. aus ihnen nicht heraustreten.

Bezüglich der graphischen Aufnahmen lässt sich ferner noch Folgendes behaupten:

1. Auch eine vollkommen richtige verjüngte Darstellung der Horizontalprojection des Vermessungsgebietes ist der entsprechenden idealen Horizontalprojection gegenüber unrichtig, und zwar umsomehr, je kleiner der Maßstab ist, in welchem gezeichnet wurde.

2. Die Herstellung einer graphischen Aufnahme aus einer numerischen, wie sie später besprochen werden wird, bedeutet wegen der nothwendigen Verjüngung stets eine Verschlechterung.

3. Eine numerische Aufnahme kann fast beliebig weit genau, eine graphische nur bis zu einer gewissen Grenze genau hergestellt werden und diese Grenze ist vom Maßstabe abhängig.

Zum Schlusse muss noch bemerkt werden, dass der Geometer der vorhin ausgesprochenen Forderung, dass die Punkte der von ihm geschaffenen „wirklichen“ Horizontalprojection innerhalb der Genauigkeitskreise der idealen Horizontalprojection liegen müssen, auf sehr große Distanzen im allgemeinen nicht gut entsprechen kann, dass aber bei Aufnahmen sehr ausgedehnter Territorien in dieser Richtung stets eine gewisse Toleranz platzgreift.

Doch müssen die Dispostionen dahin gehen, dass in allen Gegenden des Territoriums wenigstens auf kleinere Distanzen, d. h. innerhalb kleinerer Räume, die Punkte der „wirklichen“ Horizontalprojection innerhalb der Genauigkeitskreise der idealen Punkte liegen.

Nothwendigkeit der graphischen Aufnahmen.

Das Ideal einer geodätischen Aufnahme ist schon mit Rücksicht auf die im Wesen einer Verjüngung liegenden Nachtheile die numerische oder in Maßzahlen ausgedrückte Aufnahme. Man kann sie gewissermaßen als eine Horizontalprojection des Aufnahmsgebietes im Naturmaße betrachten.

Es gibt Fälle, in denen numerische Aufnahmen, also Skizzen mit Maßzahlen unentbehrlich sind, z. B. zur Sicherung besonders wichtiger Grenzen, d. h. um jederzeit verwischte oder muthmaßlich verlegte wichtige Grenzen mit entsprechender Sicherheit neu bestimmen oder ausstecken zu können — dann,

wenn es sich um besonders genaue Flächenbestimmungen, Grenzregulierungen und Flächentheilungen handelt.

Andererseits kann man aber auch graphischen Aufnahmen nicht ausweichen.

Mitunter sind sie unbedingt nothwendig, z. B. als Mittel zur Orientierung und Distanzenbeurtheilung, als Grundlage von Tracierungen und Projectierungen im Wege-, Straßen- und Eisenbahnbau, als Grundlage von Commassationen, Ent- und Bewässerungen etc. In anderen Fällen wieder sind sie nicht gerade unbedingt nothwendig, aber sehr vortheilhaft, z. B. wenn es sich um minder genaue Flächeninhaltsbestimmungen, Grenzregulierungen und Flächentheilungen handelt. Diese werden nämlich in der Regel weit rascher auf Grund von Zeichnungen ausgeführt, besonders wenn man über Apparate zur Flächenbestimmung disponiert.

Herstellung der graphischen Aufnahmen.

Die graphischen Aufnahmen, also Karten und Pläne, können in dreifacher Weise hergestellt werden, und zwar:

1. direct, d. h. gleich am Felde, auf dem sogenannten Messtische, auf welchem die nothwendigen Winkel, resp. deren Horizontalprojectionen durch zwei feine Bleistiftlinien bestimmt werden;

2. indirect, d. h. aus der numerischen Aufnahme, also aus den am Felde gesammelten Zahlendaten (Maßzahlen);

3. theilweise indirect und theilweise direct.

Die indirecte Herstellung kann wieder in mehrfacher Art erfolgen, und zwar:

a) durch Berechnung der Coordinaten der diversen Punkte und Auftragung der Punkte mit Hilfe dieser Coordinaten;

b) durch Construction mit den gewöhnlichen Zeichenrequisiten allein oder mit diesen und mit Auftrageapparaten, welche das Zeichnen von Winkeln ermöglichen und im allgemeinen „Winkel-Auftrageapparate“ oder „Strahlenzieher“ heißen;

c) durch eine Combination von *a*) und *b*).[1]

[1]) Zu den indirecten Methoden ist in neuerer Zeit die photogrammetrische Methode hinzugekommen, nach welcher aus zwei photographischen Bildern und der Entfernung der Standpunkte des Apparates auf die horizontale Projection der Punkte durch Construction geschlossen wird. Diese Methode liegt außerhalb des Rahmens dieses Werkes.

Vergleich der verschiedenen Methoden graphische Aufnahmen herzustellen.

Derselbe setzt eigentlich die Kenntnis der Abschnitte II und III des eben begonnenen Werkes voraus und muss sich daher an dieser Stelle in verhältnismäßig engen Grenzen halten.

Da hat man es denn zunächst mit indirect und mit direct hergestellten graphischen Aufnahmen zu thun.

Die ersteren werden bekanntlich auf Grund von Skizzen und Maßzahlen, die man am Felde entworfen, beziehungsweise gesammelt hat, zu Hause am Reißbrette hergestellt; die letzteren dagegen entstehen mit Hilfe des Messtisches am Felde selbst. Die indirect hergestellten graphischen Aufnahmen bedingen somit zweierlei Arbeiten — Feldarbeiten und Zimmer- oder Winterarbeiten — die direct hergestellten nur Feldoperationen.

Die ungemein vortheilhafte Beleuchtung, in welcher die Messtischaufnahmen auf Grund dieser Thatsache erscheinen, wird wesentlich gedämpft durch folgende Erwägungen:

Der Messtisch und sein Zugehör sind — wie aus dem Abschnitte II hervorgehen wird — für den Transport von Punkt zu Punkt verhältnismäßig schwerfällig und das Zeichnen am Felde nur bei trockenem Wetter möglich. Hiezu kommt noch, das Messtischaufnahmen stets auf aufgespanntem Papier ausgeführt werden müssen und dieses Papier nach dem Herabschneiden „schwindet," d. h. seine Dimensionen — nebenbei bemerkt ganz ungleichmäßig — verändert.

Da nun eine Aufbewahrung der noch aufgespannten, also noch nicht herabgeschnittenen Aufnahmen in den meisten Fällen auf große Schwierigkeiten stößt, so muss man — sobald der Papierschwund mit Rücksicht auf den Zweck der Aufnahme zu groß ist — eine gute Copie der noch aufgespannten Aufnahme herstellen, also eine im allgemeinen schwerfällige Hausarbeit durchführen, womit aber der Hauptvortheil der Messtischaufnahmen mindestens reduciert wird — abgesehen davon, dass die hergestellte Copie der Originalaufnahme gegenüber immer minderwertig ist.

Die Apparate, mit denen man die zur indirecten Herstellung einer graphischen Aufnahme nothwendigen Winkelmessungen vornimmt, sind — wie gleichfalls aus dem Abschnitte II hervorgehen

wird — für den Transport von Punkt zu Punkt in der Regel weit geeigneter wie der Messtisch und sein Zugehör und können auch bei minder gutem Wetter in Action treten. Das Zeichnen zu Hause ist bequemer wie am Felde und infolgedessen zumeist auch exacter.

Man kann endlich die Aufnahme zu jeder Zeit in einem beliebigen Maßstabe neu herstellen, also stets eine Originalarbeit schaffen.

Die Folge der angeführten Umstände ist, dass in neuerer Zeit die indirecte Herstellung graphischer Aufnahmen überwiegt, obwohl der Messtisch noch immer viele Freunde hat und stets haben wird — besonders unter guten Zeichnern.

Zum Schlusse einige Worte über die zwei wichtigsten Methoden der indirecten Herstellung graphischer Aufnahmen:

Die erste — Berechnung der Punktcoordinaten und Verwendung derselben zur Punktauftragung — liefert entschieden die exactesten Resultate, weil jeder Punkt für sich, unabhängig von den übrigen aufgetragen werden kann und Ansammlungen von Fehlern, die aus der zeichnerischen Manipulation hervorgehen, somit ausgeschlossen sind. Die in Rede stehende Methode verursacht jedoch außerordentlich viel rechnerische Arbeit.

Die zweite Methode, welche zur Construction der Aufnahme die gewöhnlichen Zeichenrequisiten allein oder außer diesen noch Winkel-Auftrageapparate („Strahlenzieher") benützt, ist minder exact, weil zu Ansammlungen von Beobachtungsfehlern Ansammlungen von zeichnerischen Manipulationsfehlern hinzutreten. Dafür fällt allerdings die schwerfällige, zeitraubende Rechenarbeit weg.

Oft verbindet man die beiden indirecten Methoden, indem man gewisse besonders wichtige Punkte mit Hilfe berechneter Coordinaten, die anderen mit Hilfe gewöhnlicher Zeichenrequisiten oder mit diesen und mit Strahlenziehern zu Papier bringt.

Ebenso kommt es — wie bereits erwähnt wurde — vor, dass man indirecte Methoden (besonders die erste) mit der directen combiniert.

Die wichtigsten Feldarbeiten (Feldoperationen).

Die Durchführung einer Situationsaufnahme, die hier zunächst interessiert, setzt die Kenntnis gewisser Feldarbeiten voraus. Die wichtigsten sind:



a) das Längenmessen,

b) das Ausstecken oder Abstecken rechter Winkel, und

c) die Winkelbestimmung.[1])

Bemerkungen:

ad a) Unter dem gewöhnlichen oder directen Längenmessen ist die Bestimmung der Länge einer Strecke durch wiederholtes Auflegen einer Messlatte oder eines Messbandes (eventuell einer Messkette) zu verstehen.

Das indirecte oder optische Distanzmessen besteht im Principe in der Längen-Bestimmung mit Hilfe eines Instrumentes, welches nur in einem Endpunkte der Strecke aufgestellt und gehandhabt wird, wobei man den anderen Endpunkt der Strecke, resp. ein dort aufgestelltes Zeichen oder Signal wohl sehen muss, ohne dass es jedoch nothwendig wäre, längs der Strecke hin- und herzugehen, wie bei der directen Längenbestimmung.

ad b) Unter dem Ausstecken eines rechten Winkels versteht man das Bezeichnen oder Markieren einer Geraden, deren Horizontalprojection auf jener einer gegebenen Geraden normal steht. Man unterscheidet — wie in der reinen Geometrie ein „Fällen“ und ein „Errichten“ von Normalen.

Hinsichtlich der Entfernungen, innerhalb deren die bezeichneten Feldarbeiten ausgeführt werden können, lässt sich Folgendes sagen:

Das directe Längenmessen ist nur auf verhältnismäßig kurze Distanzen (auf wenige hundert Meter) leicht, d. h. ohne viel Umstände und Schwierigkeiten, ausführbar.

Noch weniger weit reichen die optischen Distanz-Bestimmungsmethoden (mit dem Ocularfilar von Friedrich kann man im Maximum bis circa 500 *m*, mit Apparaten von Reichenbach und Tichy gar nur bis circa 150 *m* messen).

Was das Fällen und Errichten von Normalen anbelangt, so reichen die gebräuchlichsten und handsamsten Mittel hiefür nur bis ungefähr 50 *m*. Längere Normale fordern Apparate, deren Verwendung zu viel Mühe verursacht, weshalb man von derlei Normalen möglichst wenig Gebrauch macht.

[1]) Zur Winkelbestimmung zählt auch die Bestimmung der Abweichungen gerader Linien von der Richtung des magnetischen Meridians, welche in gewissen Fällen — besonders bei Forstvermessungen — eine große Rolle spielt.

Der Winkelbestimmung stellen sich dagegen selbst auf bedeutende Distanzen, d. h. auch dann, wenn die Winkelschenkel sehr lang sind, keine großen technischen Schwierigkeiten entgegen.

Methoden der Punktlagen-Bestimmung.

Vorbemerkung. Wenn in einzelnen der folgenden Ausführungen von Feldpunkten und von Punkten am Reißbrette gesprochen werden muss, dann werden die Feldpunkte immer mit großen Buchstaben oder römischen Ziffern, die ihnen entsprechenden Punkte der Zeichnung dagegen mit kleinen Buchstaben, resp. arabischen Ziffern bezeichnet.

I. Methode der rechtwinkeligen Coordinaten.

Um z. B den Linienzug 1, 2 . . . 6 (Fig. 2, Tafel 1) festzulegen, wählt man in dessen Nähe eine Achse ax, fällt von den Punkten 1, 2 . . . 6 Normale darauf, markiert die Fußpunkte 1', 2' etc. und misst nun die Abscissen a 1', a 2' etc. und die Ordinaten 1, 1' — 2, 2' — 3, 3' etc. Dadurch ist die gegenseitige Lage der Punkte 1, 2 . . . 6 vollkommen bestimmt und eine verjüngte oder verkleinerte Zeichnung des Linienzuges sehr leicht herzustellen.

Was den Punkt 7 anbelangt, so lässt sich von demselben auf die Achse ax wegen des vorliegenden Gebäudes 4, 5, 6, 7 keine Normale fällen. Weiß man, dass der Winkel 5, 6, 7 ein rechter ist, so erscheint 7 durch die Messung von 6, 7 vollkommen bestimmt. Weiß man dies aber nicht, so verlängert man 6, 7 bis zum Schnitte mit ax, d. i. s und misst nun nicht nur 6, 7, sondern auch as.

Hauptvortheile der Coordinatenmethode:

α) Die Punkte 1, 2 etc. sind voneinander ganz unabhängig bestimmt, d. h. der Punkt 3 z. B. enthält nicht die Fehler, welche bei der Bestimmung von 2 und 1 gemacht wurden. Es findet die bei geodätischen Aufnahmen so gefährliche „Ansammlung oder Fortpflanzung von unvermeidlichen Beobachtungsfehlern“ nicht statt.

β) Die gemessenen Strecken sind häufig von der größten Wichtigkeit für die Flächeninhaltsbestimmung der von den Verbindungsgeraden der aufgenommenen Punkte begrenzten Figuren.

Man soll überhaupt zur Flächeninhaltsbestimmung geodätischer Figuren oder Parcellen nur solche Daten benützen, die direct am Felde gemessen worden sind oder aus Felddaten rechnerisch abgeleitet wurden.

Die Durchführung dieses Princips stösst allerdings sehr häufig auf allzu große Kosten (die Aufnahmsoperationen sind eben zu schwerfällig und daher zu theuer), in welchem Falle die Flächenbestimmung aus Abmessungen vom Plane erfolgt oder mit Hilfe von Apparaten (Planimetern) durchgeführt wird.

γ) Die rechtwinkeligen Coordinaten sind das beste Mittel, um verwischte oder verloren gegangene Grenzen neu zu bestimmen und möglicherweise verlegte Grenzlinien zu controlieren. Natürlich muss zu diesem Zwecke für eine entsprechende Sicherung der Achsen-Punkte (hier der Punkte a und x) gesorgt werden.

Nachtheile der Coordinatenmethode:

Verhältnismäßig große Arbeit, welche die zahlreichen Längenmessungen veranlassen, ferner die Schwierigkeit diese Längenmessungen auszuführen, wenn die Parcellen mit Culturen (besonders mit höheren) bedeckt sind.

2. Methoden der Dreiecks-Bestimmung.

Sobald man die gegenseitige Lage von drei Punkten zu bestimmen vermag, ist man auch imstande eine größere Anzahl von Punkten in ihrer gegenseitigen Lage zu fixieren.

Die Bestimmung der gegenseitigen Lage von drei Punkten oder die Bestimmung eines Dreieckes ABC kann nun bekanntlich in mehrfacher Weise erfolgen, und zwar:

a) Durch Messung der Strecken AB, BC und CA (Fig. 3, Tafel 1) oder durch die sogenannte „Linear-Triangulation".

Die Bestimmung des dem Felddreiecke ABC entsprechenden Dreieckes abc am Reißbrette erfolgt entweder mit Hilfe der berechneten rechtwinkeligen Coordinaten eines der Feldpunkte, z. B. C mit Rücksicht auf AB als Abscissen-Achse und A als Coordinaten-Ursprung, also mit Hilfe von X_c und Y_c, oder direct, d. h. durch Construction des Dreieckes abc aus dessen Seiten, wobei c als Schnittpunkt zweier Kreisbögen („Bogenschnitt") zum Vorschein kommt.

Die einschlägigen rechnerischen und graphischen Manipulationen können als bekannt vorausgesetzt werden.

Die Linear-Triangulation wird bei Aufnahmen kleinerer Objecte sehr häufig angewendet, jedoch nur selten zur Bestimmung der gegenseitigen Lage zahlreicher Punkte, sondern gewöhnlich zur Bestimmung einzelner Punkte mit Rücksicht auf eine Achse und zur Bestimmung von kleinen Dreiecken, Vierecken und Polygonen von geringer Seitenzahl. Der Grund liegt vorwiegend in der Schwerfälligkeit von Längenmessungen.

Beispiel: Es ist das Trapezoid 1, 2, 3, 4 (Fig. 4, Tafel 1) zu bestimmen. Der Geometer verfügt nur über Mittel zum Längenmessen. Er wird in diesem Falle das Trapezoid durch die Diagonale 1, 3 in zwei Dreiecke zerlegen und behufs Bestimmung derselben 1, 3, sowie alle Seiten des Umfanges messen.

b) Durch Messung von zwei Seiten und des von ihnen eingeschlossenen Winkels, also z. B. durch Messung von AB, AC und α (Fig. 3, Taf. 1). Der Punkt C erscheint demnach mit Rücksicht auf die Strecke AB durch sogenannte Polarcoordinaten bestimmt. Die Berechnung der rechtwinkeligen Coordinaten X_c und Y_c behufs Bestimmung des Dreieckes *abc* ohne Winkel-Auftrageapparat ist hier bekanntlich sehr einfach.

Das angegebene Princip findet oft Verwendung zur Bestimmung der gegenseitigen Lage einer größeren Punktzahl. So z. B. hat man behufs Bestimmung der gegenseitigen Lage der Punkte I, II, III und IV (Fig. 5, Taf. 1) den Punkt P (Pol) angenommen, von ihm aus nach den einzelnen Punkten visiert, die Winkel α_2, α_3, α_4 und endlich die Distanzen PI, PII, PIII und PIV gemessen.

Will man nun das Punktsystem constructiv bestimmen, so wird man den Pol p und die Richtung $p\,1$ beliebig annehmen, die Winkel α_2, α_3 und α_4 mit Hilfe eines Apparates zeichnen und die gemessenen Distanzen auf die entsprechenden Winkelschenkel verjüngt auftragen.

Die beschriebene Methode heißt die Polarmethode und entspricht dem „Rayonieren und Messen“ in der Messtischpraxis.

Vortheil der Polarmethode: Ein jeder Punkt ist wieder von den anderen Punkten ganz unabhängig bestimmt.

Nachtheile der Polarmethode: Viel Längenmessungen, daher viel Arbeit; ferner die Schwierigkeiten, welche sich den Längenmessungen entgegenstellen, wenn die Parcellen mit Culturen (besonders mit höheren) bedeckt sind.

Diese Nachtheile fallen allerdings weg, wenn die Bestimmung der Distanzen P I, P II etc. auf optischem Wege (tachymetrisch) erfolgt, was heutzutage wohl zumeist geschieht.

Wird nur immer ein Punkt mit Rücksicht auf zwei andere nach der Polarmethode bestimmt, z. B. der Punkt III mit Rücksicht auf II und I (Fig. 6, Taf. 1), IV mit Rücksicht auf III und II etc., so heißt das Verfahren „die Polygonisierung". Behufs Bestimmung von III mit Rücksicht auf II und I werden gemessen die Strecke II, III und Winkel A_2, behufs Festlegung von IV mit Rücksicht auf III und II die Strecke III, IV und Winkel A_3 etc.

Bei der Polygonisierung hängt die Lage eines Punktes von der Lage der vorher bestimmten Punkte ab. Es findet eine große Fehleransammlung statt, welcher Umstand als ein Nachtheil der Methode zu betrachten ist.

Der Vortheil der Methode besteht wieder darin, dass man mit Polygonzügen überall hineinkommen kann. Dort, wo alle Methoden der Punktbestimmung versagen, führt die Polygonisierung noch zum Ziele.

Anwendung daher besonders im nicht übersichtlichen, also coupierten oder dicht bestandenen Terrain zur Aufnahme von Waldwegen, Gräben, Bestandesgrenzen etc.

Was die Auftragung von Polygonzügen anbelangt, so erfolgt dieselbe entweder rein graphisch mit Hilfe von Winkel-Auftrage-Apparaten oder es werden die Coordinaten eines jeden Polygonpunktes mit Rücksicht auf die zwei vorhergehenden Punkte oder endlich mit Rücksicht auf ein bestimmtes Achsensystem berechnet und die Punkte mit Hilfe dieser Coordinaten aufgetragen. Alle drei Methoden werden seinerzeit näher beschrieben werden, ebenso die Polygonisierung mit dem Messtische.

c) Durch Messung zweier Seiten und eines Winkels, welcher einer der Seiten gegenüber liegt.

Z. B.: Gemessen werden AB, BC und Winkel α (Fig. 7, Taf. 1). Wenn BC kleiner ist wie AB, dann ist der Fall bekanntlich im allgemeinen zweideutig und muss eine gute Skizze vorliegen, um die Zweideutigkeit zu eliminieren. Die Berechnung der Coordinaten von C gestaltet sich höchst einfach. Man berechnet zuerst nach dem Sinussatze γ, daraus β und endlich X_C und Y_C

Auch diese Methode wird oft zur Bestimmung eines ganzen Polygonzuges benützt.

So z. B. wurden zur Bestimmung der Feldpunkte I, II, III, IV und *V* von *P* aus (Fig. 8, Taf. 1) gemessen: *P I*, α_2, α_3, α_4, α_5, dann I II, II III, III IV und IV V.

Die Auftragung erfolgt, indem man mit Hilfe eines Transporteurs oder eines andern Winkel-Auftrageapparates den Strahlenbüschel mit dem Scheitelpunkte *p* zeichnet, auf den entsprechenden Strahl die Strecke *P* I verjüngt überträgt, hierauf I II verjüngt in den Zirkel fasst, in 1 einsetzt, den 2. Strahl entsprechend der Skizze piquiert, in den gefundenen Punkt 2 mit der Zirkel-Öffnung 2, 3 einsetzt, den 3. Strahl piquiert u. s. w.

Vortheil dieser Methode: Man ersetzt die Messungen der oft sehr langen Strahlen *P* II, *P* III etc. durch Messungen viel kürzerer Strecken und umgeht wohl auch manchmal die Schwierigkeiten, die sich den erstbezeichneten Messungen in hohen Culturen etc. entgegenstellen.

Nachtheil: Die Lage irgend eines Punktes ist von jener der vorher bestimmten Punkte abhängig. Die Abweichungen der Punkte von der Wahrheit werden also im allgemeinen mit den Abständen dieser Punkte vom Punkte 1 wachsen.

Die besprochene Methode lässt sich natürlich auch mit dem Messtische ausführen. Sie wird übrigens nur selten angewendet.

d) Durch Messung einer Seite und der zwei anliegenden Winkel (*A B*, α und β in Fig. 9, Taf. 2). Die rechnerische Bestimmung von X_C und Y_C gestaltet sich höchst einfach und ist bekannt. Steht ein Winkel-Auftrageapparat zur Verfügung, so kann man die Winkel α und β in den Enden *a* und *b* der Verjüngung von *A B* zeichnen und den Punkt *c* als Schnittpunkt der gezogenen Winkelschenkel bestimmen.

Auf der angegebenen Methode, welche die „Standlinienmethode“ oder das „Vorwärtsabschneiden“ genannt wird, beruht die „Triangulierung im engeren Sinne“ oder „eigentliche Triangulierung“, von welcher später eingehender gesprochen werden wird.

Die gemessene Strecke *A B* nennt man die „Basis“ oder die „Standlinie“.

In der Messtischpraxis wird die angeführte Methode sehr stark angewendet und mit „Rayon und Schnitt“ bezeichnet.

Sowie *C* können selbstverständlich auch andere Punkte von

der Standlinie AB aus ihrer gegenseitigen Lage nach und mit Rücksicht auf AB bestimmt werden.

Die Vortheile dieser Bestimmung sind naheliegend. Man hat zunächst behufs Festlegung selbst sehr vieler Punkte nur eine einzige Längenmessung auszuführen, wird durch Culturen nicht behindert und außerdem sind die einzelnen Punkte von einander ganz unabhängig bestimmt.

e) Durch Messung einer Seite, eines anliegenden und des der Seite gegenüberliegenden Winkels. (AB, α und γ in Fig. 10, Taf. 2).

Der Fall fällt in Betreff der Berechnung der Coordinaten von C mit *d*) zusammen; auch constructiv, wenn Apparate zur Winkelauftragung benützt werden. Er wird mit dem Namen „Seitlicher Schnitt" oder „Seitwärtsabschneiden" bezeichnet, und kommt auch in der Messtischpraxis vor.

3. Besondere Methoden.

a) Die Pothenot'sche Methode oder das Pothenot'sche Problem.

Eine Strecke AC und der Winkel m, unter welchem dieselbe von einem zu bestimmenden Punkte D aus erscheint (Gesichtswinkel), bestimmen die Lage des Punktes mit Rücksicht auf die Strecke nicht.

Man kann nämlich durch a und c, d. h. durch die den Feldpunkten A und C entsprechenden Punkte am Reißbrette einen ganzen Kreis ziehen, dessen Peripheriewinkel auf der Sehne $a\,c$ gleich sind dem Winkel m.

Man braucht nur m in der aus der Fig. 11, Taf. 2 ersichtlichen Weise bei a zu zeichnen, in a eine Normale zu $a\,x$ zu errichten und dieselbe mit einer Geraden zu schneiden, die durch den Halbierungspunkt von $a\,c$ geht und normal steht zu $a\,c$. Im Schnittpunkte o erhält man den Mittelpunkt des erwähnten Kreises.

Wohl erscheint aber der Punkt D bestimmt, wenn man zwei einen Winhel γ bildende Strecken AC und CB kennt und die Gesichtswinkel m und n misst, unter welchen dieselben von D aus erscheinen.

Der dem Feldpunkte D entsprechende Punkt d am Reißbrette ergibt sich dann eben als Schnittpunkt des vorhin besprochenen Kreises mit einem zweiten durch c und b gehenden Kreise, dessen Peripheriewinkel auf $c\,b$ gleich sind dem Gesichtswinkel n (Fig. 12, Taf. 2).

Das Pothenot'sche Problem oder die Aufgabe den Punkt D aus den Punkten A, C. B und den Gesichtswinkeln m und n zu bestimmen, wird gewöhnlich auch zu den Problemen der „Triangulierung" gezählt und vielfach mit dem Ausdrucke „Rückwärtseinschneiden" bezeichnet.

Es kann graphisch und rechnerisch gelöst werden. Die graphische Lösung erfolgt entweder am Messtische oder mit Hilfe von Auftrageapparaten, mit denen die am Felde gemessenen Winkel m und n gezeichnet werden können. Im Principe ist die Methode, das Problem mit Hilfe von Winkel-Auftrageapparaten zu lösen, schon in den vorhergehenden Ausführungen gegeben.

Es soll jedoch später noch eine andere Art der graphischen Durchführung mit Auftrageapparaten besprochen werden.

Die rechnerische Lösung geht dahin, aus den Strecken AC und CB, aus dem Winkel γ, den diese Strecken einschließen, ferner aus den Gesichtswinkeln m und n, unter denen die Strecken AC respective CB von D aus erscheinen, z. B. den Winkel β und in weiterer Folge die Strecken BD und AD zu berechnen. Dies kann in folgender Weise geschehen: Aus der Fig. 13, Taf. 2 ergeben sich folgende Relationen:

$$CA : CD = \sin m : \sin \alpha$$

$$CD = CA \frac{\sin \alpha}{\sin m}$$

$$CB : CD = \sin n : \sin \beta$$

$$CD = CB \frac{\sin \beta}{\sin n}$$

$$\text{folglich: } CA \frac{\sin \alpha}{\sin m} = CB \frac{\sin \beta}{\sin n}$$

oder $CA \sin \alpha \sin n = CB \sin \beta \,.\, \sin m$, daher

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{CB \sin m}{CA \sin n} = t \text{ oder } \sin \alpha = t \sin \beta,$$

wobei t eine bekannte, d. h. leicht bestimmbare Größe repräsentiert.

Nun ist aber $\alpha + \beta = 360^0 - \gamma - m - n = \omega$ (ω also eine leicht bestimmbare Größe).

$\alpha = \omega - \beta$, $\sin \alpha = \sin \omega \cos \beta - \cos \omega \sin \beta$. Vergleicht man nun die beiden Werte, die sich für $\sin \alpha$ ergeben haben, so erhält man:

$t \sin\beta = \sin\omega \cos\beta - \cos\omega \sin\beta$ oder: $t\, tg\,\beta = \sin\omega - \cos\omega\, tg\,\beta$, also:

$(t + \cos\omega)\, tg\,\beta = \sin\omega$; daher $tg\,\beta = \dfrac{\sin\omega}{t + \cos\omega}$.

In der letzten Gleichung erscheint $tg\,\beta$ durch bekannte Werte ausgedrückt.

Aus $tg\,\beta$ ergibt sich β selbst, wodurch das Dreieck BCD bestimmt erscheint.

Das angegebene Verfahren kann in jedem Falle angewendet werden, d. h. auch dann, wenn D innerhalb des Dreieckes ABC liegt, oder außerhalb, aber einem Endpunkte gegenüber.

Das Pothenot'sche Problem ist nicht durchführbar, wenn die Punkte A, B, C und D in einem Kreise liegen. Es führt schon zu einer ungenauen Bestimmung der Lage von D, wenn die Kreise durch A, C, D und B, C, D annähernd zusammenfallen.

Man erkennt die Undurchführbarkeit sofort aus der Fig. 14 auf Taf. 2. — Es gibt nämlich unzählig viele Punkte, welche der Bedingung Genüge leisten, dass von ihnen aus die Strecke AC unter dem Gesichtswinkel m und die Strecke CB unter dem Gesichtswinkel n erscheint, nämlich alle Punkte der Peripherie des durch A, B und C gehenden Kreises.

In der Rechnung äußert sich die Undurchführbarkeit oder die ungenaue Bestimmung durch unbestimmte Werte wie $\frac{0}{0}$ oder $\frac{\infty}{\infty}$, respective durch Werte, die nahezu diese Formen besitzen. Es gibt auch „Sonderfälle" des Pothenot'schen Problems. Sie treten ein, wenn — wie in den Fig. 15 und 16 auf Taf. 2 — der Punkt D in einer der drei durch die Punkte A, B und C bestimmten Geraden sich befindet.

Die rechnerische Behandlung dieser Fälle ist mit den einfachsten Hilfsmitteln der „ebenen Trigonometrie" möglich und kann als bekannt vorausgesetzt werden.

Schlussbemerkungen:

α) Sowie D kann man natürlich auch andere Punkte mit Rücksicht auf das System A, B, C bestimmen.

β) Die Vortheile dieser Bestimmungsmethode sind die Unabhängigkeit der fixierten Punkte von einander und eine unter Umständen sehr schätzenswerte Bequemlichkeit in der Bestimmung. Man braucht nämlich zu keinem der Punkte A, C und B zu gehen, sich in keinem derselben aufzustellen, also

auch die diese Punkte bezeichnenden Signale nicht auszuheben, um die Lage von *D, E* etc. mit Rücksicht auf *A, B* und *C* zu bestimmen.

Der Nachtheil der Methode liegt in der relativ complicierten und zeitraubenden Berechnung der Punktpositionen.

Graphisch dagegen lässt sich das Pothenot'sche Problem stets verhältnismäßig leicht durchführen, sowohl zu Hause am Reißbrette, als auch am Felde mit dem Messtische.

b) Die Aufgabe der zwei unzugänglichen Punkte oder Hansen's Problem.

Wird vielfach auch noch zu den Triangulierungs-Aufgaben gezählt und besteht im Wesen in Folgendem:

Gegeben *AB* (Fig. 17, Taf. 3); zu bestimmen die Lage von *C* und *D* mit Rücksicht auf *AB*, wenn von *C* nach *A*, nach *B* und nach *D*, und von *D* nach *A, B* und *C* visiert werden kann.

Die Tendenz des Rechners muss dahin gehen, die Strecken *AC* und *BC* und ebenso *AD* und *BD* zu bestimmen, denn dann sind auch die Coordinaten von *C* und *D* mit Rücksicht auf *AB* leicht bestimmbar.

Der Gedanke, welcher nun der Berechnung der bezeichneten Strecken zugrunde gelegt wird, ist folgender:

Man nimmt *CD* beliebig, aber rund an, rechnet hieraus und aus den Winkeln *m* und *m'* die Strecken *AC* und *AD* und ebenso mit Hilfe der Winkel *n* und *n'* die Strecken *CB* und *DB* und endlich aus einem der Dreiecke *ABC* oder *ABD* die Strecke *AB*. Nun vergleicht man dieses — provisorische — *AB* ($AB_{prov.}$) mit dem bekannten oder definitiven ($AB_{def.}$) und schließt aus dem Verhältnisse der beiden auf die übrigen Dimensionen, d. h. man multipliciert alle provisorischen Dimensionen mit dem Quotienten $\frac{AB_{def.}}{AB_{prov.}}$

Auch beim Hansen'schen Problem ergeben sich „Sonderfälle", und zwar: Einer der zu bestimmenden Punkte z. B. *D* liegt in der gegebenen Geraden *AB* (Fig. 18, Taf. 3) oder in ihrer Verlängerung (Fig. 19, Taf. 3).

Der rechnerischen Behandlung lassen sich in diesen Fällen ganz einfache Principien der „ebenen Trigonometrie" zugrunde legen. Sie können hier als bekannt vorausgesetzt werden.

Das Hansen'sche Problem ist undurchführbar, wenn alle 4 Punkte in derselben Geraden liegen, oder wenn einer der gegebenen Punkte z. B. A mit den beiden zu bestimmenden Punkten C und D in einer Geraden sich befindet.

Der erste Fall erhellt von selbst. Um zu zeigen, dass der zweite Fall vieldeutig ist, braucht man nur die Fig. 20, Taf. 3 ins Auge zu fassen.

Der geometrische Ort von C ist ein Kreis, in welchem die Peripheriewinkel über der Sehne AB die Größe n haben.

Der geometrische Ort von D ist ein Kreis, dessen Peripheriewinkel über der Sehne AB gleich sind n'.

Zieht man nun irgend eine Gerade durch A, z. B. xy, so findet man, dass die Schnittpunkte derselben mit den erwähnten zwei Kreisen, also die Punkte C' und D' der gestellten Bedingung entsprechen, d. h. Scheitelpunkte von Gesichtswinkeln sind, welche die Größen n, respective n' haben. Es gibt also unzählig viele C und D. Der Fall ist demnach unbestimmt.

Rechnerisch ergibt sich die Unbestimmtheit dadurch, dass man — wie im Pothenot'schen Problem — zu den Ausdrücken $\frac{0}{0}$ oder $\frac{\infty}{\infty}$ gelangt.

Schlussbemerkung:

Dass sich das Hansen'sche Problem auch mit Hilfe von Winkel-Auftrageapparaten durchführen lässt, ist klar. Das Durchführungsprincip ist im Wesen dasselbe wie für die rechnerische Behandlung. Ebenso gibt es in der Messtischpraxis eine Hansen'sche Aufgabe.

Vor- und Nachtheile der Hansen'schen Aufgabe sind so ziemlich dieselben, wie jene des Pothenot'schen Problems.

Detail- und Netzpunkte.

Die Punkte, deren gegenseitige Lage der Geometer feststellt, die er „festlegt", können in zwei Gruppen getheilt werden, und zwar:

1. In „Detailpunkte", d. h. solche Punkte, deren gegenseitige Lage eigentlich interessiert, wie Parcellenecken, Hausecken, Grenzsteine, Grenzzeichen im allgemeinen.

2. In „Netzpunkte", d. h. Punkte, die nur während der Aufnahmsarbeit von Wichtigkeit sind, nach Beendigung derselben jedoch jede Bedeutung verlieren, wenn sie nicht zufällig mit Detailpunkten zusammenfallen.

Die Scheidung in Netz- und Detailpunkte soll durch ein Beispiel klar gemacht werden.

Ist z. B. die Parcelle 1—29 aufzunehmen (Fig. 21, Taf. 3), so wird man am zweckmäßigsten vorgehen, wenn man zunächst eine aus wenigen Seiten bestehende Figur, z. B. die Figur *abcd* festlegt und dann die Punkte 1, 2, 3 etc. mit Hilfe rechtwinkeliger Coordinaten an die Seiten dieser Figur anschließt oder „anbindet“.

Ebenso wird der Grenzzug 25, 30, 31 etc. über 41 nach 10 auf das System der Geraden *ce* und *ef* angebunden.

Die Punkte 1, 2, 3 etc. bis 41 sind nun „Detailpunkte“, die Punkte *a*, *b*, *c*, *d*, *e* und *f* dagegen „Netzpunkte“, die Figur *abcd* sammt den Linien *ce* und *ef*, den sogenannten „Messungs- oder Bindelinien“, „das Netz“. Es ist klar, dass man statt der Punkte *a, d*, *b* und *c* auch Detailpunkte hätte annehmen können, z. B. die Punkte 1, 7, 17 und 25.

Wie im vorliegenden Falle sind im allgemeinen die Netzpunkte den Detailpunkten gegenüber stets in bedeutender Minderzahl.

Die wichtigsten Gründe für die Scheidung der Punkte in Netz- und Detailpunkte.

α) Zwang, bedingt durch Localverhältnisse und die Ausrüstung.

Beispiel 1. Die Waldparcelle 1, 2, 3 . . . 27 (Fig. 22, Taf. 4) ist festzulegen.

Man hat nur Mittel zum Längenmessen und Apparate zum Ausstecken rechter Winkel.

Vorgang: Man bestimmt das Rechteck *abcd* (Netz) und die Geraden *ef* und *gh* (Bindelinien oder Messungslinien) und heftet nun das Detail an die Rechteckseiten, respective Bindelinien mit Hilfe rechtwinkeliger Coordinaten an. Ein wesentlich verschiedener Vorgang ist unter den gegebenen Umständen, besonders mit Rücksicht auf die primitive Ausrüstung, ausgeschlossen.

Beispiel 2. Es ist der Plan der Fläche aller Gassen und Gässchen eines kleinen Ortes herzustellen.

Hier ist wohl ein anderer Vorgang wie der folgende nicht gut denkbar: Man legt durch die Hauptstraße des Ortes (Fig. 23,

Taf. 4) den Polygonzug *ABCD* und durch die Seitengässchen die Linien *EF*, *GH* u. s. w. — An das aus dem Polygonzuge und den bezeichneten Linien bestehende Gerippe oder Netz werden nun die Detailpunkte (Hausecken) mit Hilfe rechtwinkeliger Coordinaten angeschlossen („angebunden" oder „angeheftet").

Zur Festlegung des Netzes, die hier nach der Methode der Polygonisierung erfolgen muss, braucht man bereits Apparate zur Winkelbestimmung, also eine weit vollkommenere Ausrüstung wie im Beispiele 1.

Beispiel 3. Der Umfang (die Lisière) eines Waldcomplexes (Fig. 24, Taf. 4) ist bestimmt. Es handelt sich um die Festlegung der Wege im Innern. Hier — im nicht übersichtlichen Terrain — wird nur die Polygonisierung zum Ziele führen. Hat man hiefür mindere Instrumente, so wird jedoch die Fehleransammlung eine so große sein, dass man die verlangte Genauigkeit in der Punktlage in vielen Fällen nicht erreichen wird. In solchen Fällen wird es also unbedingt nothwendig sein, innerhalb des Complexes einige feste Punkte zu schaffen, welche die Wege in mehrere Theile zerlegen, die von einander unabhängig polygonisiert werden können. Die Fehleransammlung wird hiedurch wesentlich eingeengt werden. In der vorliegenden Figur erscheint der Wald durch 2 Züge durchquert (*ABCD* und *EFGH*) deren Brechungspunkte *B*, *C*, *F*, *G* und einzelne eingemessene Punkte wie *B'*, *C'*, *F'*, eben als Netzpunkte betrachtet werden können. Die Punkte *B*, *B'*, *C*, *C'*, *F* und *F'* heißen Stützpunkte, der Punkt *G* ist ein Verknotungspunkt.

β) Oekonomische Rücksichten.

Z. B. Die übersichtliche Wiesenparcelle 1, 2, 3, . . . (Fig. 25, Taf. 4) ist aufzunehmen.

Die Ausrüstung ist dieselbe wie im Beispiele 1 des vorhergehenden Absatzes *α*. Man könnte *AB* als Abscissenachse wählen und die Detailpunkte daran mit Hilfe rechtwinkeliger Coordinaten anknüpfen. Dies wird nun offenbar mehr Messungen, also weit mehr Kosten bedingen, wie wenn man die Netzfigur *ACBD* festlegt und das Detail an deren Seiten anbindet.

Beispiel 2. Für die Aufnahme der Waldwege (wieder Fig. 24, Taf. 4) durch Polygonisierung hat man die Auswahl zwischen zwei Ausrüstungen — einer besseren und einer minderen. Mit Hilfe

der besseren ist man wohl imstande, einen jeden der Wege in einem Zuge, d. h. ohne jede Unterbrechung mit entsprechender Genauigkeit festzulegen, muss jedoch in diesem Falle wegen der bei Polygonisierungen immer eintretenden Fehleransammlung die einzelnen Bestandtheile oder Elemente der Wegzüge, also Seiten und Winkel viel zu gut bestimmen — viel besser als es der Zweck der Arbeit eigentlich fordert. Man ist gezwungen, während der Aufnahme eine mit Rücksicht auf den Endzweck derselben überflüssige Genauigkeit aufzuwenden und arbeitet daher unökonomisch.

Nimmt man die mindere Ausrüstung, so wird man die in Fig. 24 vorkommenden Stütz- resp. Verknotungspunkte benützen müssen, um die verlangte Genauigkeit zu erzielen. Die Arbeit wird aber trotz der Kosten, welche die Bestimmung der erwähnten Stützpunkte verursacht hat, im allgemeinen billiger sein, weil zur Festlegung der Wege weit weniger überflüssige Sorgfalt aufgewendet wurde.

Beispiel 3. Es ist ein ausgesteinter oder vermarkter Waldcomplex (Fig. 26, Taf. 4) aufzunehmen. Ausrüstung: Winkelbestimmungsapparate und Messzeug.

Man könnte nun von Stein zu Stein polygonisieren. Dies käme aber viel zu theuer. Es wird sichtlich viel ökonomischer sein um den Complex herum und nahe an denselben ein aus wenigen Seiten bestehendes polygonales Netz ($ABCDE$) zu legen und die Grenzsteine an dasselbe mit rechtwinkeligen Coordinaten anzuknüpfen.

Allzuwenig Polygonseiten darf man wohl auch nicht annehmen, weil diese dann gewöhnlich von einzelnen Theilen des Waldrandes zu weit abstehen, welcher Umstand wieder die Kosten der Detailpunktbestimmung übermäßig erhöht.

Genauigkeit der Netze.

Die Detailpunkte müssen — je nach dem Zwecke der Aufnahme — mit einer gewissen Genauigkeit festgelegt werden. Sie tragen zwei Kategorien von Fehlern, nämlich die Mängel des Netzes und die Mängel jener Operationen, mit Hilfe deren die Detailpunkte an das Netz angebunden wurden.

Wie weit nun die Genauigkeit in der Bestimmung der Netze gehen soll, hängt dem Obigen zufolge von der verlangten Genauigkeit

der Detailpunkte und von der Art ab, in welcher das Detail an das Netz angebunden werden soll.

Es ist übrigens aus ökonomischen Gründen stets vortheilhaft der Bestimmung der Netze eine ganz besondere Aufmerksamkeit zuzuwenden.

Wenn man sich nämlich eine geodätische Aufgabe auf zwei verschiedene Arten, aber gleich genau gelöst denkt, d. h. einmal mit Zugrundelegung eines besseren Netzes und das zweite Mal mit Zugrundelegung eines minder guten Netzes, so ist klar, dass im ersten Falle die Detailarbeit, d. h. die Operation des Anheftens der Detailpunkte — die eigentliche Massenarbeit — weit weniger Mühe gemacht hat, wie im zweiten.

Da nun zunächst von der Massenarbeit die Kosten der ganzen Vermessung abhängen, so kostet dasselbe Operat im ersten Falle weniger wie im zweiten. — Natürlich ist es nicht zweckmäßig mit dem Principe, die Netzaufnahme besonders scharf durchzuführen, allzuweit zu gehen, denn die Kosten derselben erhöhen sich dann wieder derart, dass die Gesammtkosten unverhältnismäßig hoch ausfallen.

Feineres Detail wird übrigens ein feineres Netz vertragen — geringeres Detail höhere Kosten der Netzbestimmung nicht gut zulassen. Immer wird also zwischen der Genauigkeit im Netze und jener im Detail eine gewisse Relation festgehalten werden müssen, wenn die Aufnahme eine ökonomisch richtige werden soll, d. h. die Aufnahmskosten möglichst gering ausfallen sollen.

Erfahrung und Calcul werden diese Beziehung von Fall zu Fall klarstellen.

Mittel zur besseren Bestimmung der Netze.

Es ist in vielen Fällen ohne Anwendung besonderer Mittel möglich, die gegenseitige Lage der Punkte eines Netzes mit der entsprechenden größeren Genauigkeit festzustellen.

Schon der Umstand, dass zur Bestimmung der Netzpunkte weniger Aufnahmsoperationen nothwendig sind, wie zur Bestimmung der Detailpunkte, sichert den Netzpunkten eine bessere gegenseitige Lage.

Man sieht dies besonders bei Polygonisierungen.

Die Bestimmung der Punkte 1, 8, 16 und 21 (Fig. 27, Taf. 4) durch Polygonisierung des Netzes 1, 8, 16, 21 wird z. B. ein ganz anderes, nämlich weit besseres Resultat zutage fördern, wie wenn man die gegenseitige Lage der bezeichneten Punkte durch Polygonisierung des Details 1, 2, 3, 4, 5, . . . 21 ermitteln würde — und zwar auch dann, wenn zur Polygonisierung des Zuges 1, 8, 16, 21, ganz dieselben Mittel verwendet werden, wie zur Polygonisierung des Zuges 1, 2, 3, 4, 5, . . . 21.

In anderen Fällen dagegen genügt der vorerwähnte Umstand nicht. Es müssen besondere Mittel angewendet werden um die Netze mit der erforderlichen größeren Genauigkeit festzulegen.

Diese Mittel sind:

1. Bessere Instrumente.
2. Größere Sorgfalt.
3. Berücksichtigung von Messungsdaten, die zur Festlegung der Netzpunkte nicht unbedingt nothwendig — also eigentlich überzählig — sind.

Über die unter 1 und 2 angeführten Mittel ist nichts Besonderes zu sagen. Sehr viel hingegen über das Mittel 3. Dies wird aber erst im Abschnitte III des eben eingeleiteten Werkes folgen (Herstellung geodätischer Aufnahmen aus Felddaten).

Das Wesen der Mitberücksichtigung überzähliger Daten muss jedoch im Hinblicke auf einzelne unmittelbar folgende Ausführungen schon hier erörtert werden und soll dies an der Hand der Fig. 28 auf Taf. 5 geschehen.

Behufs Festlegung des Trapezoides in Fig. 28 musste aus irgend einem Grunde im Innern desselben der Punkt A gewählt, mit B, C, D und E geradlinig verbunden und das System der Dreiecke 1—4 bestimmt werden. Hiezu wurden gemessen:

1. Die Länge AB.
2. Die Winkel $\alpha_1, \gamma_1 - \alpha_2, \gamma_2 - \alpha_3, \gamma_3$.

Durch diese Messungen ist das Trapezoid offenbar vollkommen bestimmt. Doch wird man gewöhnlich auch noch die Winkel β_1, $\beta_2, \beta_3, \alpha_4, \beta_4$ und γ_4 messen und zwar ebenso genau wie die vorhin citierten sechs.

Die Messung dieser überzähligen oder überbestimmenden Winkel erfolgt zunächst wegen der Controle. Es müssen nämlich

die Summen $\alpha_1+\beta_1+\gamma_1$, $\alpha_2+\beta_2+\gamma_2$, $\alpha_3+\beta_3+\gamma_3$, $\alpha_4+\beta_4+\gamma_4$ nahezu gleich sein 180°, die Summe $\gamma_1+\gamma_2+\gamma_3+\gamma_4$ nahezu gleich 360°.[1])

Trifft dies zu, so könnte man die überzähligen Winkel wohl wieder fallen lassen oder ignorieren. Das geschieht jedoch in der Regel nicht.

Ein solcher Vorgang wäre nämlich unlogisch, nachdem die überzähligen Winkel vollkommen gleichwertig sind mit den unbedingt nothwendigen und daher eine vollkommen gleiche Beachtung verdienen. Man wird demnach bei der Berechnung des in Rede stehenden Dreieckssystems alle gemessenen Winkel zu berücksichtigen trachten. Das ist aber in Anbetracht der vorhin erwähnten, durch die unvermeidlichen Beobachtungsfehler hervorgerufenen Widersprüche in den verschiedenen Winkelsummen nicht ohneweiters möglich. Man muss vielmehr an den einzelnen Winkelwerten, wie man sie am Felde erhalten hat, d. h. an den Rohwerten, kleine Änderungen anbringen, um ein widerspruchsloses Dreieckssystem zu erhalten.

Die Bestimmung dieser den Rohwerten zukommenden Änderungen wird Ausgleichung genannt. Sie erfolgt entweder auf streng wissenschaftliche Art oder nach Näherungsmethoden.

Die streng wissenschaftliche Methode fundiert auf der von Gauß schon im Jahre 1795 festgestellten Forderung, dass die gedachten Änderungen an allen Rohwerten möglichst klein sein sollen und dass daher die Summe ihrer zweiter Potenzen ein Minimum sein muss.

Man nennt diese Ausgleichungsmethode die „Ausgleichung auf Grund der Theorie der kleinsten Quadrate.“

Die Näherungsmethoden schließen sich der Gauß'schen Forderung nur theilweise an, sind aber dafür weit einfacher.

Die Befriedigung, welche die Ausgleichung naturgemäß gewährt und gewähren muss, ist nicht der einzige Vortheil, den sie bringt.

Würde man z. B. im vorliegenden Falle nicht ausgleichen, so würden sich die Fehler in den Winkeln γ_1, γ_2 und γ_3 auf γ_4 allein übertragen, γ_4 also übermäßig belasten und das Dreieck 4 unter Umständen für die Detailaufnahme unbrauchbar machen.

Abgesehen aber davon, wird das Dreieckssystem durch die

[1]) Nahezu — wegen der unvermeidlichen Beobachtungsfehler.

Beachtung aller gemessenen Winkel auch in einem anderen Sinne verbessert oder versteift, wovon eben im Abschnitte III eingehender gesprochen werden soll.

Die wichtigsten Netzformen für kleine Aufnahmen.

a) Die gerade Achse.

Um den in Fig. 29, Taf. 5 skizzierten Bauerngrund mit den primitivsten Hilfsmitteln (Mittel zum Längenmessen und zum Ausstecken rechter Winkel) festzulegen, wird die Axe *ab* angenommen. Sie geht durch die Flur des Wohnhauses und durch die Scheune.

Die zur Bestimmung des ganzen Complexes nöthigen Daten — vorwiegend rechtwinkelige Coordinaten — sind aus der Zeichnung zu ersehen. Die Bestimmung von *m* ist von der Methodenlehre her bekannt. Zur Bestimmung des Punktes *n*, von dem sich eine Normale auf *ab* wegen des Steindepôts *σ* nicht fällen lässt, wurden die Strecken *op*, *on* und *np* benützt, also eine Lineartriangulierung durchgeführt. Bei der Aufnahme der Scheune wurde vorausgesetzt, dass diese „im rechten Winkel gebaut“ ist. Hätte man diese Voraussetzung nicht machen können, so hätte man eine „Nebenachse“ normal zu *ab* im Garten annehmen und die Rückwand der Scheune an diese Nebenachse in bekannter Weise anbinden müssen.

Schlussbemerkung.

Von der allergrößten Wichtigkeit ist im vorliegenden und überhaupt in jedem Falle einer geodätischen Aufnahme eine gute, lesbare Skizze. Sie ist während der Arbeit in einem recht großen Maßstab (1 : 500, 1 : 400 etc.) herzustellen und mit den entsprechenden Maßzahlen zu versehen. Wie diese eingetragen werden können, ist aus der Fig. 29 zu ersehen. Es kommen darin alle möglichen Fälle vor. Alle Maßzahlen werden zur Sicherheit doppelt notiert, einmal in der Skizze und dann neben derselben. Die Aufschreibung neben der Skizze besteht zunächst aus den auf *ab* bezogenen oder Haupt-Coordinaten und aus eingeklammerten Zahlen. Die letzteren sind Maßzahlen für besondere Punktbestimmungen, z. B. für die Bestimmung der Punkte *m*, *n* u. s. w.

Die Abscissen 20*m*, 40*m*, 60*m* etc. (entsprechend der einfachen, zweifachen, dreifachen etc. Bandlänge) werden in der Skizze mit

kleinen Ringen markiert und mit 20, 40, 60 etc. bezeichnet, wodurch das Auftragen der übrigen Abscissen erleichtert wird.

b) Dreieck, durch Lineartriangulierung bestimmt.

Das Aufnahmsgebiet ist der übersichtliche kleine Wiesencomplex 1, 2, 3 . . . . 27 (Fig. 30, Taf. 5). Die Ausrüstung ist eine ganz primitive, d. h. sie besteht, wie im Beispiele *a* nur aus Mitteln zum Längenmessen und zum Fällen und Errichten von Normalen.

Als Netz für die Aufnahme des Complexumfanges wird man das Dreieck *abc* annehmen, behufs Bestimmung desselben alle drei Seiten messen und die Punkte 1 bis 27 mit Hilfe rechtwinkeliger Coordinaten an die Dreieckseiten anheften.

Wenn auf die Bestimmung des Flächeninhaltes des vorliegenden Complexes aus Felddaten ein besonderer Wert gelegt wird, dann wird es zweckmäßig sein, die Punkte *a*, *b* und *c* in Detailpunkte zu verlegen. Es wird auf diese Weise manche lästige Nebenrechnung entfallen.

Im Innern des in Rede stehenden Complexes befinden sich, wie aus der Fig. 30 zu ersehen ist, der Grenzzug 7, 28 . . . . 33, 23 und die leicht gebogenen, nahezu parallelen Grenzfurchen von 28 bis 13, von 30 bis 14, von 32 bis 15 und von 33 bis 16.

Um diese Grenzen festzulegen, wird man innerhalb des Dreieckes *abc* einige Messungslinien annehmen, z. B. die Linien *de*, *fg* und *hi*, und zur Bestimmung ihrer Endpunkte — der sogenannten „Bindepunkte" — die Distanzen *ae*, *af* und *ai*, ferner *ad*, *ag* und *ah* messen. Die Punkte 28 bis 33 werden hierauf an die Messungslinie *de* mit rechtwinkeligen Coordinaten angebunden.

Behufs Bestimmung der vorhin erwähnten Grenzfurchen zwischen 28 und 13, 30 und 14 etc. wird man die Abstände *g* 34, *g* 35, *h* 41, *h* 40 etc. messen. Die Messungslinien *gf* und *hi* werden in diesem Falle „Traversen" oder auch „Transversalen" genannt.

Wenn die Furchen von 28 bis 13, von 30 bis 14 etc. zufällig gerade Linien sind, dann kann man die Punkte 13, 14, 15 etc. auch dadurch festlegen, dass man die Schnittpunkte der Furchen mit *cb* durch Messungen in der Dreieckseite *cb* bestimmt und die Abstände dieser Schnittpunkte von 13, 14, 15 etc. misst.

c) Polygon, durch Lineartriangulation bestimmt.

Das Aufnahmsobject ist wieder eine übersichtliche, nicht sehr ausgedehnte Wiese, aber von mehr polygonaler Form (Fig. 31, Taf. 5). Die Ausrüstung ist dieselbe, wie in den Fällen *a* und *b*.

Als Netz wird das Polygon *abcde* angenommen, durch Diagonalen in Dreiecke zerlegt, diese durch Lineartriangulierung bestimmt und das Detail mit rechtwinkeligen Coordinaten angebunden. Auch hier wird es sich — wenn der Flächeninhalt aus Felddaten bestimmt werden soll — empfehlen, die Ecken des Netzes in Detailpunkte zu verlegen.

Die Anzahl der Dreiecke, welche man in der angegebenen Weise zu einem Netzpolygone vereinigt, soll wegen der Abhängigkeit eines jeden der Dreiecke von den vorher bestimmten nicht zu groß sein. § 32 der „geschäftlichen und technischen Instruction für die Durchführung agrarischer Operationen“ fixiert als Maximum die Zahl fünf.

d) Polygon, durch rechtwinkelige Coordinaten bestimmt.

Das Aufnahmsobject ist die langgestreckte Hutweide (Fig. 32, Taf. 5). Die Ausrüstung ist dieselbe wie in den vorhergehenden Fällen. Behufs Festlegung der Objectsgrenzen wurde das Netzpolygon *abcdefgh* bestimmt und das Detail an die Seiten desselben mit rechtwinkeligen Coordinaten angebunden. Die Festlegung des Netzes erfolgte aber nicht durch Zerlegung in Dreiecke und Lineartriangulierung, sondern mit Hilfe rechtwinkeliger Coordinaten bezogen auf die Achse *ae* und den Ursprung *a*. Die Ordinaten bb' cc' etc. sollen in horizontalem Terrain nicht länger sein wie circa 50*m*, in coupiertem nicht länger wie 25*m*.

e) Die gebrochene Achse.

Zur Bestimmung des in Fig. 33 auf Taf. 5 dargestellten Complexes wurde entsprechend der Form des Complexes eine gebrochene Achse *abc* angenommen und durch Messung der Strecken *ab*, *bc* sowie des Winkels *abc* bestimmt. Man hat also schon einen Apparat zur Winkelbestimmung benützt. Die Detailbestimmung erfolgte in derselben Weise wie im Beispiele *a*, doch wurde auch bereits die Methode „Rayon und Maß“ in Anwendung gebracht (im rückwärtigen Garten). Ebenso wird man unter Umständen auch die Methode „Rayon und Schnitt“ in Anwendung bringen können, nachdem ein Winkelbestimmungsapparat zur Verfügung steht.

f) Polygon, durch Polarcoordinaten bestimmt.

Als Netz einer Wiesenaufnahme wurde das Polygon *abcdef* (Fig. 34, Taf. 6) gewählt. Die Diagonalen desselben sind so lang, dass eine Bestimmung durch Lineartriangulierung, entsprechend der Fig. 31 (Taf. 5), zu höchst unbequemen Längenmessungen führen würde. Man wird die Messungen der langen Diagonalen umgehen, indem man im Innern des Polygons einen Punkt *P* annimmt, sich denselben mit *a*, *b*, *c*, *d*, *e* und *f* geradlinig verbunden denkt und die so entstehenden Dreiecke durch Lineartriangulierung bestimmt, oder — man misst, wenn ein Winkelbestimmungsapparat zur Verfügung steht, außer den Strahlen *Pa*, *Pb* etc. noch die Winkel, welche diese Strahlen miteinander in *P* einschließen, also die Polarcoordinaten von *a*, *b*, *c* etc. mit Rücksicht auf den Pol *P*.

Wenn der Umfang der Wiese an die Polygonseiten mit rechtwinkeligen Coordinaten angeschlossen wird, so bietet die Polarmethode gegenüber der Lineartriangulierung mit Zugrundelegung des Punktes *P* wohl keine besonderen Vortheile. Man erspart zwar die zweiten oder Controlmessungen der Polygonseiten, hat aber dafür die Winkel um *P* herum zu bestimmen.[1])

Erfolgt dagegen der Detailanschluss mit Hilfe von „Rayon und Maß“ oder „Rayon und Schnitt,“ dann erspart man durch Anwendung der Polarmethode die Messungen der Polygonseiten überhaupt.

Die Aufnahme des Netzpolygons *abcdef* mit Hilfe von Polar-Coordinaten gestaltet sich insbesondere dann vortheilhaft, wenn die Längen der Strahlen *Pa*, *Pb*, *Pc* etc. optisch bestimmt werden können, was mit Rücksicht auf die geringe Sicherheit der optischen Distanzmessung allerdings nur selten und dann nur bei ganz kleinen Polygonen zulässig ist.

g) Polygon, durch Polygonisierung bestimmt.

Aufzunehmen ein Waldcomplex von geringer Ausdehnung (Fig. 35, Taf. 6). Ausrüstung: Winkelbestimmungsapparate, Instrumente zum Ausstecken rechter Winkel und Messzeug.

---

[1]) Jede Längenmessung muss der Controle wegen mindestens zweimal ausgeführt werden. Wenn nun das Detail an die Polygonseiten mit rechtwinkeligen Coordinaten angebunden wird, so erfolgt eine der zwei Messungen der Polygonseiten ohnehin schon gelegentlich der Abscissenbestimmung.

Vorgang: Man legt um den Complex das Polygon I, II . . . VIII, bestimmt dieses Polygon (Hilfspolygon oder Netz) durch Seiten- und Winkelmessungen und bindet das Detail an die Polygonseiten mit rechtwinkeligen Coordinaten an.

Hiebei ist hauptsächlich Folgendes zu beachten:

α) Die Seiten des Netzpolygons sollen nicht zu nahe an den Waldrand gerückt werden, weil sie dann gewöhnlich zu kurz ausfallen, zu zahlreich sind und zu verhältnismäßig kostspieligen Polygonisierungen zwingen. — Andererseits ist es aber auch nicht zweckmäßig, sie — wegen der Verminderung ihrer Zahl — zu weit vom Waldrande anzunehmen, weil dann wieder die Detailbestimmung sehr leicht zu schwerfällig, also zu theuer wird. Erfahrung leistet hier große Dienste.

β) Wenn in einzelnen Punkten des Waldrandes Bestandesgrenzen oder Waldwege beginnen, dann sind mit Rücksicht auf eine etwa folgende Aufnahme des Waldinnern die Eckpunkte des Netzpolygons thunlichst in der Nähe der erwähnten Punkte anzunehmen.

γ) Die Längen der Polygonseiten sollen sich zwischen 50 und 300 *m* bewegen.

δ) Auf zu kurze Seiten sollen nicht zu lange folgen und zu spitze Winkel sollen vermieden werden.

ε) Die Aufnahme des Polygons soll — wenn mit dem Messtische gearbeitet wird — vom Punkte I z. B. über II bis V und dann über VIII bis V durchgeführt werden. Derselbe Vorgang ist einzuhalten, wenn das Polygon aus Seiten- und Winkelmaßen construiert wird und bei der Construction neue Ansammlungen von Richtungsfehlern zu befürchten sind.

h) Combinationen von Polygonzügen.

Sie werden bei Aufnahmen von kleineren Waldcomplexen in Anwendung gebracht, wenn außer der Waldlisière noch inneres Detail festzulegen ist, z. B. Wege, Gräben, Bestandesgrenzen etc.

In Fig. 36 auf Taf. 6 sieht man eine Combination von Polygonzügen und zwar eines Längszuges mit mehreren Querzügen. Die Endpunkte der Querzüge repräsentieren festere Punkte, zwischen welche die Waldgrenze stückweise (zumeist durch Polygonisierung mit der sogenannten Waldboussole) eingehängt wird.

i) Combination eines Polygons mit Polygonzügen, mit „schwebenden Zügen" und „schwebenden Achsen".

Fig. 37 auf Taf. 6 repräsentiert die Combination eines Polygons mit Polygonzügen, welche zwischen einzelnen Polygonpunkten laufen oder in Polygonpunkten beginnen und im Innern des Polygons ohne Anschluss aufhören. Die letzteren Züge nennt man dann „schwebende Züge" (z. B. *a*, *b*, *c*) oder — wenn sie nur aus einer Seite bestehen — „schwebende Achsen" (z. B. *α*, *β*).

Die Lisière wird an das Polygon angebunden (z. B. durch rechtwinkelige Coordinaten), während die Eckpunkte der Polygonzüge und schwebenden Züge wieder als Stützpunkte oder als Verknotungspunkte für Polygonisierungen im Innern benützt werden.

Die schwebenden Züge und Achsen werden innerhalb eines Polygons dann angewendet, wenn sich der Aufnahme eines ganzen Querzuges zu große Schwierigkeiten entgegenstellen, oder aber, wenn ökonomische Rücksichten für ihre Anwendung sprechen. So z. B. steht es entschieden nicht dafür wegen des Punktes *β*, der als Verknotungspunkt für eine Wegaufnahme dienen soll und ganz nahe am Polygon liegt, einen ganzen Querzug einzuschalten. Hier wird eine schwebende Achse (*α*, *β*) ganz am Platze sein.

Schwebende Züge und Achsen müssen, weil sie nirgends anschließen, also nicht controliert werden können, stets mit besonderer Vorsicht aufgenommen werden.

k) Polygon, bestimmt durch Vorwärtsabschneiden.

Das Aufnahmsobject (Fig. 38, Taf. 7) ist eine versumpfte Wiese oder ein Teich, eventuell ein kleiner See. Die Ausrüstung ist dieselbe wie in den Fällen *e*, *f*, *g*, *h* und *i*.

Die Aufnahme erfolgt mit Hilfe des Netzpolygons *ABCDEF*, an dessen Seiten das Detail mit Hilfe rechtwinkeliger Coordinaten oder durch „Rayon und Maß" oder endlich durch „Rayon und Schnitt" angebunden werden kann.

Eine Bestimmung des Netzpolygons durch Lineartriangulierung wie im Falle *c* ist hier ausgeschlossen.

Man kann nun in zweifacher Weise vorgehen:

1. Indem man polygonisiert.

2. Indem man die Punkte *C*, *D*, *E* und *F* von der Standlinie oder „Basis" *AB* aus durch „Vorwärtsabschneiden" bestimmt.

Das Vorwärtsabschneiden lässt sich — ein verhältnismäßig kleines Polygon *ABCDEF* vorausgesetzt — oft genug mit ausreichender Genauigkeit auf directem graphischen Wege, d. h. mit dem Messtische, durchführen, wobei außer der Basis *AB* nur die Winkel bei *A* und *B* benützt werden.

Dieser Fall, der schon eine Methode der „graphischen Triangulierung" vorstellt und gute Schnitte in *C*, *D*, *E* und *F* voraussetzt, ist der Polygonisierung gegenüber — abgesehen von der Unabhängigkeit der Punkte — immer vortheilhafter. Wird nämlich das Detail mit rechtwinkeligen Coordinaten angeschlossen, so erspart man die Winkelbestimmungen in *C*, *D*, *E*, *F*, und außerdem die Controlmessungen der Strecken *BC*, *CD*, *DE*, *EF* und *FA*; verwendet man dagegen „Rayon und Maß" oder „Rayon und Schnitt", so erspart man die Messungen der bezeichneten Strecken überhaupt.

Genügt die directe graphische Bestimmung des Polygons *ABCDEF* nicht, will man die Coordinaten der Polygonpunkte, so müssen die Winkel bei *A* und *B* im Gradmaße bestimmt werden.

In diesem Falle misst man der Controle wegen gewöhnlich auch die Winkel an den Spitzen der Dreiecke, also die Winkel *BFA*, *BEA*, *BDA* und *BCA*. Die kleinen, in den unvermeidlichen Beobachtungsfehlern begründeten Differenzen gegen 180°, die sich in jedem der 4 Dreiecke ergeben, werden auf die betreffenden 3 Dreieckswinkel gleichmäßig vertheilt, welcher Vorgang — wie aus dem Abschnitte III hervorgehen wird — trotz seiner Einfachheit, eine streng wissenschaftliche Ausgleichung repräsentiert.

Auch in dem Falle, dass die Winkel an den Spitzen der Dreiecke gemessen werden, bietet die Triangulierung der Polygonisierung gegenüber Vortheile. Wird das Detail mit rechtwinkeligen Coordinaten angebunden, so erspart man die Controlmessungen der früher bezeichneten Polygonseiten und erfolgt der Detailanschluss mit Hilfe von Polarcoordinaten oder nach der Standlinienmethode, so umgeht man die Messungen der erwähnten Strecken überhaupt.

l) Polygon als „Dreieckskette" durch „Triangulierung" bestimmt.

Behufs Aufnahme des langgestreckten Teiches in Fig. 39, Taf. 7 wurde um diesen herum das Netzpolygon *ABCDEFG* gelegt. Das Detail kann wie vorhin in *k*) mit Hilfe rechtwinkeliger

Coordinaten oder mit Hilfe von „Rayon und Maß“ oder endlich durch „Rayon und Schnitt“ bestimmt werden.

Auch hier ist eine Bestimmung des Polygons *AB* . . *G* durch Lineartriangulierung unmöglich. Man kann jedoch andere Wege wählen, und zwar wieder zwei:

1. Die Polygonisierung.
2. Die Triangulierung.

Genügt eine Triangulierung mit dem Messtische, so wird sie darin bestehen, dass man die Basis *AB* misst und in jedem der Dreiecke 1 bis 5 je zwei Winkel bestimmt (am besten die 2 Winkel bei *A*, die 4 bei *B*, die 2 markierten bei *F* und die 2 bei *D*.)

Das System der Dreiecke 1, 2, . . . 5, die möglichst gleichseitig angenommen werden sollen, wird eine „Dreieckskette“ genannt. Die Standlinienmethode, wie sie im Falle *k*) angewendet worden ist, lässt sich hier nicht durchführen, ohne auf unbrauchbare Schnitte zu stoßen.

Wenn man den unter 2 beschriebenen Vorgang mit jenem der Polygonisierung vergleicht, so wird man Folgendes finden:

Wenn das Detail mit rechtwinkeligen Coordinaten angeschlossen wird, dann erspart man durch die Triangulierung die Winkelbestimmungen in *C* und *E* und die Controlmessungen von *B* über *C* bis *A*.

Wenn dagegen die Detailbestimmung mit Polarcoordinaten oder nach der Standlinienmethode erfolgt, dann erspart die Triangulierung alle Längenmessungen am Umfange des Netzpolygons exclusive *AB*.

Wenn die besprochene graphische Triangulierung den gestellten Genauigkeitsansprüchen nicht genügt und die zur Berechnung der Kette nöthigen Winkel im Gradmaße bestimmt werden müssen, dann pflegt man wohl stets nicht nur die unbedingt nothwendigen zu messen, sondern alle 15 Winkel der Kette zu bestimmen. Die sich ergebenden Widersprüche in den einzelnen Dreiecken werden, wenn sie zulässig erscheinen, genau so wie vorhin ausgeglichen.

Die Vortheile einer solchen („trigonometrischen“) Triangulierung der Polygonisierung gegenüber bestehen wieder — wie leicht einzusehen ist — entweder in der Ersparnis der Controlmessungen am Umfange des Polygons oder aber in der Ersparnis der Längenmessungen überhaupt.

Diese Vortheile werden hier jedoch durch die Erweiterung der Feldarbeit und durch die Hausarbeit bedeutend reduciert.

m) Polygon als „Dreiecksnetz“ durch „Triangulierung“ bestimmt.

Durch die versumpfte Wiese (Fig. 40, Taf. 7) führt eine Fahrstraße auf einen Damm. Behufs Aufnahme hat man um die Wiese herum das Netzpolygon *BCDEF* gelegt. Die Begrenzung der Wiese kann entweder mit rechtwinkeligen Coordinaten oder nach der Polarmethode, eventuell Standlinienmethode aufgenommen werden.

Die Bestimmung des Netzpolygons *BCDEF* durch Lineartriangulierung ist hier ebenso wie in den zwei vorhergehenden Fällen ausgeschlossen. Es bleiben nur die gewöhnliche Polygonisierung oder die Triangulierung. Die letztere soll aus der Bestimmung der Dreiecke 1—5 bestehen.

Das System dieser Dreiecke wird ein „Dreiecksnetz“ genannt. Seine Elemente, also die einzelnen Dreiecke, sollen wieder möglichst gleichseitig angenommen werden.

Wenn die Triangulierung mit dem Messtische durchgeführt werden darf, dann braucht man nur die „Basis“ *AB* zu messen und die 5 Winkel bei *A*, die 2 bei *C* und die 2 bei *F* zu bestimmen.

Der Vergleich dieser Triangulierung mit der Polygonisierung mit dem Messtische führt zu denselben Ergebnissen wie im Falle *l*) d. h. die Triangulierung ist stets vorzuziehen.

Die Vortheile einer trigonometrischen Triangulierung gegenüber der Polygonisierung hingegen werden durch die nothwendige Vermehrung der Feldarbeit, besonders aber der Ausgleichsarbeit noch mehr reduciert wie im Falle *l*).

Umstände, welche die Wahl und Bestimmung der Netzform beeinflussen.

Schon aus den wenigen, bisher besprochenen Beispielen von Aufnahmen ergibt sich nach kurzer Erwägung, dass die Wahl der Netzform hauptsächlich abhängig ist:

a) von der Größe des Gebietes,
b) von der Gestalt desselben,
c) von dem Grade der Übersichtlichkeit („Visierfreiheit“),

d) von der „Messfreiheit“, d. h. davon, ob das Terrain das gewöhnliche oder directe Längenmessen zulässt oder nicht,

e) von der vorhandenen Ausrüstung,

endlich bis zu einem gewissen Grade

f) von dem Zwecke der Arbeit, resp. der zu erreichenden Genauigkeit.

Arten des Detailanschlusses.

Der Anschluss oder das „Anbinden“ des Details erfolgt, wie dies gleichfalls aus den auf pag. 26—34 behandelten kleinen Aufnahmen zu ersehen ist:

a) durch rechtwinkelige Coordinaten,

b) durch Lineartriangulierung (nur in besonderen und verhältnismäßig seltenen Fällen),

c) durch „Rayon und Maß“,

d) durch „Rayon und Schnitt“,

e) durch Polygonisierung, die dann Detailpolygonisierung genannt wird.

Umstände, welche bei den verschiedenen Arten des Detailanschlusses oder beim „Detaillieren“ zu beachten sind.

a) Bei der Verwendung rechtwinkeliger Coordinaten.

Die aufzunehmenden Detailpunkte dürfen von der Achse nicht zu weit entfernt sein, da sonst mit Rücksicht auf die relativ geringe Genauigkeit der zum Fällen von Normalen gewöhnlich verwendeten Instrumente eine zu bedeutende seitliche Verschiebung der Detailpunkte eintritt. Außerdem verursachen zu lange Ordinaten zu viel Arbeit.[1])

b) Bei der Lineartriangulierung.

Dieselbe wird, weil sie viele directe Längenmessungen verursacht und daher zeitraubend ist, nur zur Bestimmung einzelner beson-

[1]) Wie schon seinerzeit (pag. 28) bemerkt wurde, sollen die Ordinaten im horizontalen Terrain nicht länger sein wie 50 *m*, im coupierten Terrain nicht länger als 25 *m*. (Siehe Instructionen zur Durchführung von Katastralvermessungen und von agrarischen Operationen.)

derer Detailpunkte verwendet, wobei man natürlich nur kleine Dreiecke benützt und auf gute Bogenschnitte sehen muss.

c) Bei der Verwendung von „Rayon und Maß“.

Hier hat man zu unterscheiden, ob die Entfernungen der Detailpunkte vom Pol direct oder indirect, d. h. optisch gemessen werden.

Im ersten Falle sind größere Distanzen des Poles vom Detail von vornherein ausgeschlossen, weil sie die Arbeit viel zu schwerfällig gestalten, also zu sehr vertheuern würden. Im zweiten Falle geht man mit den Distanzen wohl weiter, gewöhnlich aber nicht über 150 *m*. Die Ursachen liegen gewöhnlich schon im Instrumente (die meist gebrauchten Apparate, nämlich die von Reichenbach und von Tichý, geben größere Distanzen viel zu ungenau), dann darin, dass auf größere Entfernungen der unbedingt nothwendige Contact zwischen dem im Pole stehenden Geometer und seinem im Detailpunkte befindlichen Figuranten verloren geht, endlich in der Ökonomie der Arbeit.

Die Bestimmung der Detailpunkte ist nämlich eine Massenarbeit, welche möglichst billig sein soll. Infolge dessen wird die Polarmethode gewöhnlich mit einem minderen, aber flotter arbeitenden Winkelbestimmungsapparate durchgeführt. Würde man nun den Pol sehr weit vom Detail annehmen, so würden die Detailpunkte leicht zu starke seitliche Abweichungen erleiden und außerhalb der ihnen zukommenden Genauigkeitskreise zu liegen kommen.[1])

d) Bei der Verwendung von „Rayon und Schnitt“.

Die Lagen und Längen der Standlinien sind so zu wählen, dass sich keine schlechten Schnitte ergeben[2]) und dass die Entfernungen der Detailpunkte von den Standpunkten nicht zu groß sind.

---

[1]) Die seitlichen Abweichungen wachsen — unter Voraussetzung desselben Fehlers in der Richtung — proportional mit den Entfernungen der Punkte vom Pole.

[2]) Schnitte unter 90° sind die besten. Je größer die Abweichung von 90°, und zwar im positiven oder negativen Sinne, desto größer — denselben Winkelfehler vorausgesetzt — die Verschiebung des Punktes oder der Fehler. Das gilt allgemein, d. h. sowohl für die Berechnung der Punktcoordinationen als auch für die graphische Bestimmung des Punktes. — Der letzteren haftet überdies, wenn sich die Bleistiftlinien unter einem zu spitzen Winkel

Die Gründe für die letzte Forderung sind dieselben wie bei der Verwendung von „Rayon und Maß“, also mangelhafter Contact zwischen dem Geometer und dem Figuranten und zu bedeutende Fehler in der Punktlage bei Voraussetzung minderer Winkelbestimmungsapparate.

e) Bei Detailpolygonisierungen.

Unter einer Detailpolygonisierung versteht man die Bestimmung der gegenseitigen Lage von Detailpunkten durch Polygonisierung.

So z. B. werden Bestandesgrenzen in der Regel durch Detailpolygonisierung bestimmt. Das Gleiche gilt mitunter auch von Wald-Lisièren.

Schon seinerzeit wurde darauf hingewiesen, dass es bei Polygonisierungen oft nothwendig oder mindestens zweckmäßig ist, lange Polygonzüge durch besser bestimmte Punkte (Netzpunkte) in kleinere Theile zu zerlegen und jeden dieser Theile für sich, unabhängig von den benachbarten, aufzunehmen.

Dies gilt nun auch für Detailpolygonisierungen, umsomehr, als hier die Polygonseiten zumeist sehr kurz sind, was im allgemeinen eine stärkere Fehleransammlung zur Folge hat.[1]) Wie dicht das System der erwähnten Netzpunkte (Stütz- oder Knotenpunkte) angenommen werden muss, bestimmt die Gattung des vorhandenen Winkelinstrumentes, seine Qualität und endlich die Genauigkeit, mit welcher die Detailpunkte festgelegt werden sollen. Eine einfache, allgemein giltige Regel lässt sich hier nicht angeben. Man muss von Fall zu Fall entscheiden. Ein allzu dicht angelegtes Netz wird natürlich wegen der zu bedeutenden Aufnahmskosten vom ökonomischen Standpunkte auch nicht zweckmäßig sein.

---

schneiden, noch ein zweiter Übelstand an. Es scheint nämlich in diesem Falle eine ganze Gruppe von Punkten beiden Linien anzugehören und ist der richtige Punkt nicht gut herauszufinden. Schnitte unter Winkeln, die kleiner sind als 30°, betrachtet man daher allgemein als unbrauchbar.

[1]) Die Theorie lehrt zwar, dass bei Polygonisierungen mit der sogenannten Waldboussole, die hier hauptsächlich in Betracht kommen, die Fehleransammlung bei gleichbleibender Zuglänge umso geringer ist, je kürzer die Polygonseiten sind. Dies gilt aber nur für eine eventuelle rechnerische Benützung der Boussolendaten. Sobald man die Polygonzüge mit Hilfe der Boussolendaten direct aufträgt, was gewöhnlich geschieht, dann treten stets relativ große zeichnerische Manipulationsfehler auf, deren Wirkung, dieselbe Länge des Polygonzuges vorausgesetzt, im allgemeinen mit der Zahl der Polygonseiten zunimmt, also umso größer ist, je kürzer die Seiten sind.

Vorgang bei ausgedehnteren Aufnahmen.

In den bisher besprochenen Beispielen von durchaus kleinen Aufnahmen wurde das Detail an die Netze direct angeschlossen. Man nennt diese Netze „Detailnetze“. Die sie bestimmenden Punkte sollen „Detailträger“ genannt werden.

Sehr ausgedehnte Aufnahmen werden im allgemeinen eine große Zahl von Detailträgern erfordern, die den vorhergehenden Ausführungen zufolge — vorwiegend aus ökonomischen Gründen — ziemlich dicht und nahe an den aufzunehmenden Detailpunktgruppen angenommen und gut bestimmt werden müssen. Gewöhnlich werden sie innerhalb des aufzunehmenden Gebietes ungleichmäßig zerstreut sein.

Fasst man die vorhin behandelten Typen der Detailträgerbestimmung ins Auge und fragt man sich, inwieweit sie dem Gesagten zufolge, größeren Aufnahmen zu Grunde gelegt werden können, so wird man zunächst die Typen *a*), *b*), *d*), und *e*) (Fig. 29, resp. 30, 32 und 33) als gegenstandslos ausscheiden.

Die Bestimmung der gegenseitigen Lage zahlreicher Detailträger durch fortgesetzte Lineartriangulierung (Type *c*) in Fig. 31 auf Tafel 5) ist wohl theoretisch ganz gut denkbar, wegen der zu zahlreichen directen Längenmessungen jedoch viel zu schwerfällig und von der Terrainbeschaffenheit zu sehr abhängig, so dass diese Methode für die Aufnahme größerer Complexe gleichfalls als ziemlich bedeutungslos hingestellt werden kann. Es bleiben demnach für die Detailträgerbestimmung behufs Aufnahme größerer Complexe nur die Polygonisierung und Triangulierung übrig. Sie sollen im Nachfolgenden näher ins Auge gefasst werden.

Gruppiert man zahlreiche Detailträger zu Polygonen oder Polygonzügen und bestimmt man diese durch Polygonisierung, so wird die Lage der Detailträger, wenn man nicht mit ganz außerordentlich feinen Winkelbestimmungs-Apparaten, also sehr theuer arbeitet, viel zu schlecht wegen der starken Fehleransammlung.

Man wird sich infolgedessen veranlasst sehen, einzelne der aufzunehmenden Detailträger mit besonderer Genauigkeit festzulegen, dadurch die Polygone und langen Züge in Theile zu zerlegen und diese zwischen die besser bestimmten Detailträger einzuhängen. Die letzteren werden dem Gesagten zufolge den übrigen

gegenüber in einen höheren Rang aufsteigen und sollen vorläufig „Festpunkte“ genannt werden.

Bestimmt man die gegenseitige Lage von zahlreichen und dicht liegenden Detailträgern mit Hilfe der Triangulierung nach einer der Typen *l*) oder *m*) (Fig. 39, resp. 40 auf Tafel 7), so treten ganz ähnliche Verhältnisse ein wie vorhin bei der Polygonisierung. Auch hier wird es sich daher empfehlen, ausgedehnte Ketten oder Netze wegen der starken Fehleranhäufung in kleinere Theile zu zerlegen und diese zwischen besser bestimmte Detailträger einzuhängen. Man nennt diesen Vorgang das „Einketten von Punkten“. Er wird zur Bestimmung von Detailträgern verhältnismäßig selten angewendet.

Zu der Nothwendigkeit, zunächst nur eine verhältnismäßig kleine Anzahl von den vielen Detailträgern eines großen Complexes genau festzulegen, gelangt man auch, wenn man sich vornimmt, das Punktsystem nach der im Falle *k*) (Fig. 38, Tafel 7) angewendeten Methode zu bestimmen.

Nimmt man nämlich nur eine einzige Basis an, und zwar innerhalb des Systems (z. B. AB in Fig. 41 auf Tafel 7), so werden sich gewöhnlich einzelne Punkte des Systems durch viel zu schlechte Schnitte ergeben (z. B. 6, 4, 12).

Wird die Basis außerhalb des Systems angenommen, und zwar recht weit von demselben, so werden die schlechten Schnitte wohl verschwinden, aber die Punkte werden unter sonst gleichen Umständen, d. h. dasselbe Winkelinstrument vorausgesetzt, viel zu bedeutende Verschiebungen erfahren, wenn ihre Bestimmung nicht überhaupt infolge eintretender Terrainschwierigkeiten unmöglich wird.

Die citierten Übelstände fallen sofort weg, wenn man sich nicht auf eine einzige Basis beschränkt, sondern zunächst eine kleine Anzahl von Detailträgern in ihrer gegenseitigen Lage bestimmt, dadurch einige Basislinien schafft und aus diesen dann die übrigen Detailträger ableitet. Das letztere geschieht gewöhnlich durch Vorwärtsabschneiden, doch wird (besonders in der Messtischpraxis) auch der seitliche Schnitt und das Pothenot'sche Problem angewendet. In der Fig. 42 auf Tafel 7 erscheint die Bestimmung der in Rede stehenden Detailträger aus den Basislinien 3, 8 — 8, 12 und 12, 3 durch Vorwärtsabschneiden angedeutet und man sieht, dass sich nunmehr keine unbrauchbaren Schnitte ergeben.

Den vorhergehenden Ausführungen zufolge werden also behufs Festlegung eines größeren Complexes von Detailträgern stets zunächst einige wenige derselben in ihrer gegenseitigen Lage bestimmt. Diese Punkte werden gewöhnlich derart gewählt, dass sie die umgebenden Terraintheile gut beherrschen und ziemlich gleichmäßig im Terrain vertheilt sind.

Weil von ihnen die Detailträger und in zweiter Linie die Detailpunkte selbst abhängen, so wird ihre Bestimmung mit erhöhter Sorgfalt vorgenommen. Aus diesem Grunde wurden sie vorhin schon als „Festpunkte“ bezeichnet.

Was ihre Dichtigkeit anbelangt, so müssen bei Katastralaufnahmen, welche in neuerer Zeit in der Regel im Maßstabe 1:2500 hergestellt werden, auf jede sogenannte „Aufnahmssection“ (Rechteck von 1600 *m* Länge und 1250 *m* Breite, also 200 Hektaren Fläche) mindestens drei solcher Festpunkte liegen, damit auch eine graphische Durchführung des Pothenot'schen Problems behufs Bestimmung von Detailträgern innerhalb der Aufnahmssection möglich ist.

Ihre Festlegung kann mit Rücksicht auf die schon bedeutenden Distanzen, welche zwischen ihnen liegen, nur nach dem Principe der Triangulierung erfolgen.

Man unterscheidet, wie dies bereits für ganz kleine Aufnahmen unter *k*), *l*) und *m*) (pag. 31—34) erwähnt wurde, drei verschiedene Fälle der Punktbestimmung durch Triangulierung und zwar:

a) Die zu bestimmenden Punkte sind Spitzen von Dreiecken, die eine gemeinsame Basis haben (Fig. 43, Tafel 7).

b) Die festzulegenden Punkte sind Ecken von Dreiecken, die eine „Kette“ oder einen „Kranz“ bilden (Fig. 44, resp. 45 auf Tafel 7).[1]

c) Die festzulegenden Punkte sind Ecken von Dreiecken, die ein „Netz“ bilden (Fig. 46, Tafel 7).

Im Falle *a*) erscheinen die Dreieckspunkte von einander unabhängig, in *b*) und *c*) von einander abhängig bestimmt.

Bemerkungen:

α) Wenn ein Dreieck ABC aus der Basis AB und den zwei anliegenden Winkeln bestimmt wird, wie dies in allen Fällen der Triangulierung geschieht, so ist der zu befürchtende Fehler in der

[1]) Die „Kette“ wurde schon 1615 von dem Niederländer Snellius angewendet. Der „Kranz“ kommt verhältnismäßig selten vor.

Lage des Punktes C — wie dies später bewiesen werden wird — unter sonst gleichen Umständen dann am kleinsten, wenn der Dreieckswinkel bei C ein rechter ist und die Strecken AC und BC gleich sind. — Sich bei Triangulierungen strenge an derlei Dreiecke zu halten, ist ganz unmöglich. Abgesehen von Terrainschwierigkeiten, würden im Falle *a*) (Fig. 43 auf Tafel 7) nur zwei solche Dreiecke möglich sein, in den Fällen *b*) und *c*) (Fig. 44, 45 und 46 auf Tafel 7) aber die Dreiecke sehr bald zu klein ausfallen.

Im Falle *a*) trachtet man daher, sich von der bewussten Dreiecksform wenigstens nicht allzusehr zu entfernen, in den Fällen *b*) und *c*) dagegen ist es am zweckmäßigsten, sich thunlichst an das gleichseitige Dreieck zu halten.

β) Wenn die directe Messung der Basis AB (Fig. 47, Tafel 8) wegen der großen Entfernung der Punkte A und B zu bedeutende Schwierigkeiten verursacht, dann misst man eine viel kürzere Strecke z. B. ab (möglicht normal zu AB) und leitet aus dieser und den Winkeln m, n, p, dann m' n' p' die Strecke AB rechnerisch ab. ab heißt dann die „Messungs-“, AB die „Rechnungs“-Basis. Dass ab und die vorerwähnten Winkel mit großer Sorgfalt gemessen werden müssen, ist wegen der Abhängigkeit der Strecke AB von den bezeichneten Größen und wegen der spitzigen Form der Dreiecke abA und abB klar.[1])

Die in Rede stehenden, durch Triangulierung zu bestimmenden Festpunkte heißen im Kataster Triangulierungspunkte der 4. Ordnung.

Ihre Festlegung erfolgt heutzutage fast ausschließlich durch Berechnung ihrer rechtwinkeligen Coordinaten mit Rücksicht auf ein entsprechend gewähltes Achsensystem und durch nachherige Auftragung auf Grund dieser Coordinaten. Die erwähnte Berechnung wird aus der Basis und den im Gradmaße bestimmten Winkeln durchgeführt und werden hiebei thunlichst viele überzählige Winkel benützt. Der ganze Vorgang heißt bekanntlich die trigonometrische

[1]) Derselbe Weg, der zur Bestimmung von AB aus ab geführt hat, kann gewählt werden, um aus AB eine noch längere Basis zu entwickeln. Dies geschieht bei den später zur Sprache kommenden Bestimmungen von Systemen sehr großer Dreiecke. Die Gesammtheit der Dreiecke, durch die man auf die angedeutete Art von einer ganz kurzen Strecke zu einer langen (oft 5—6fachen) gelangt, heißt „Entwicklungsnetz“ oder „Basisnetz“.

Den vorhergehenden Ausführungen zufolge werden also behufs Festlegung eines größeren Complexes von Detailträgern stets zunächst einige wenige derselben in ihrer gegenseitigen Lage bestimmt. Diese Punkte werden gewöhnlich derart gewählt, dass sie die umgebenden Terraintheile gut beherrschen und ziemlich gleichmäßig im Terrain vertheilt sind.

Weil von ihnen die Detailträger und in zweiter Linie die Detailpunkte selbst abhängen, so wird ihre Bestimmung mit erhöhter Sorgfalt vorgenommen. Aus diesem Grunde wurden sie vorhin schon als „Festpunkte“ bezeichnet.

Was ihre Dichtigkeit anbelangt, so müssen bei Katastralaufnahmen, welche in neuerer Zeit in der Regel im Maßstabe 1:2500 hergestellt werden, auf jede sogenannte „Aufnahmssection“ (Rechteck von 1600 *m* Länge und 1250 *m* Breite, also 200 Hektaren Fläche) mindestens drei solcher Festpunkte liegen, damit auch eine graphische Durchführung des Pothenot'schen Problems behufs Bestimmung von Detailträgern innerhalb der Aufnahmssection möglich ist.

Ihre Festlegung kann mit Rücksicht auf die schon bedeutenden Distanzen, welche zwischen ihnen liegen, nur nach dem Principe der Triangulierung erfolgen.

Man unterscheidet, wie dies bereits für ganz kleine Aufnahmen unter *k*), *l*) und *m*) (pag. 31—34) erwähnt wurde, drei verschiedene Fälle der Punktbestimmung durch Triangulierung und zwar:

a) Die zu bestimmenden Punkte sind Spitzen von Dreiecken, die eine gemeinsame Basis haben (Fig. 43, Tafel 7).

b) Die festzulegenden Punkte sind Ecken von Dreiecken, die eine „Kette“ oder einen „Kranz“ bilden (Fig. 44, resp. 45 auf Tafel 7).[1]

c) Die festzulegenden Punkte sind Ecken von Dreiecken, die ein „Netz“ bilden (Fig. 46, Tafel 7).

Im Falle *a*) erscheinen die Dreieckspunkte von einander unabhängig, in *b*) und *c*) von einander abhängig bestimmt.

Bemerkungen:

α) Wenn ein Dreieck *ABC* aus der Basis *AB* …
anliegenden Winkeln bestimmt wird, wie dies …
Triangulierung geschieht, so ist der zu …

[1]) Die „Kette“ wurde schon 16…
wendet. Der „Kranz“ kommt verh…

Lage des Punktes C — wie dies später bewiesen werden wird — unter sonst gleichen Umständen dann am kleinsten, wenn der Dreieckswinkel bei C ein rechter ist und die Strecken AC und BC gleich sind. — Sich bei Triangulierungen strenge an derlei Dreiecke zu halten, ist ganz unmöglich. Abgesehen von Terrainschwierigkeiten, würden im Falle *a*) (Fig. 43 auf Tafel 7) nur zwei solche Dreiecke möglich sein, in den Fällen *b*) und *c*) (Fig. 44, 45 und 46 auf Tafel 7) aber die Dreiecke sehr bald zu klein ausfallen.

Im Falle *a*) trachtet man daher, sich von der bewussten Dreiecksform wenigstens nicht allzusehr zu entfernen, in den Fällen *b*) und *c*) dagegen ist es am zweckmäßigsten, sich thunlichst an das gleichseitige Dreieck zu halten.

β) Wenn die directe Messung der Basis AB (Fig. 47, Tafel 8) wegen der großen Entfernung der Punkte A und B zu bedeutende Schwierigkeiten verursacht, dann misst man eine viel kürzere Strecke z. B. ab (möglicht normal zu AB) und leitet aus dieser und den Winkeln m, n, p, dann m' n' p' die Strecke AB rechnerisch ab. ab heißt dann die „Messungs-“, AB die „Rechnungs“-Basis. Dass ab und die vorerwähnten Winkel mit großer Sorgfalt gemessen werden müssen, ist wegen der Abhängigkeit der Strecke AB von den bezeichneten Größen und wegen der spitzigen Form der Dreiecke abA und abB klar.[1])

Die in Rede stehenden, durch Triangulierung zu bestimmenden Festpunkte heißen im Kataster Triangulierungspunkte der 4. Ordnung.

Ihre Festlegung erfolgt heutzutage fast ausschließlich durch Berechnung ihrer rechtwinkeligen Coordinaten mit Rücksicht auf ein entsprechend gewähltes Achsensystem und durch nachherige Auftragung auf Grund dieser Coordinaten. Die erwähnte Berechnung wird aus der Basis u[illegible] im Gradmaße bestimmten Winkeln durchgeführt und w[illegible] thunlichst viele überzählige Winkel benützt. Der gan[illegible]lich die trigonometrische

---

[illegible] von AB aus ab geführt hat, [illegible] längere Basis zu entwickeln. [illegible] kommenden Bestimmungen von [illegible] der Dreiecke, durch die man [illegible] Strecke zu einer lan[illegible] oder „B[illegible]

Triangulierung — zum Unterschiede von der graphischen, bei welcher die Dreieckswinkel graphisch und direct am Felde bestimmt werden.

Die Bestimmung von Triangulierungspunkten der 4. Ordnung durch graphische Triangulierung kommt gegenwärtig nur höchst selten vor und nur dann, wenn das Gebiet kleiner ist wie eine Aufnahmssection.

Ist es größer und wollte man graphisch triangulieren, so müsste man die Triangulierung in einem sehr kleinen Maßstabe durchführen und dann vergrößern, was zwar früher vielfach geschehen ist, heute jedoch allgemein verworfen wird, umsomehr, als bei graphischen Triangulierungen auch die aus der Mitberücksichtigung überzähliger Messungen resultierenden Vortheile entfallen.

Nimmt die Ausdehnung des Punktsystems der 4. Ordnung zu, so ergibt sich die Nothwendigkeit, dieses System auf ein anderes — ein System höherer Ordnung — zu stützen. Die Gründe hiefür sind dem Wesen nach eigentlich schon bekannt, sollen aber wegen der Vollständigkeit der Darstellung noch einmal beleuchtet werden, und zwar von zwei ganz verschiedenen Gesichtspunkten aus. Zunächst soll nämlich vollkommene Unabhängigkeit in der Punktbestimmung vorausgesetzt werden und dann vollkommene Abhängigkeit.

Betrachtung der Punktbestimmung unter Voraussetzung vollkommener Unabhängigkeit.

Wollte man die Punkte eines ausgedehnteren, d. h. aus zahlreichen Punkten bestehenden Systems der 4. Ordnung von einer einzigen Basis aus durch Vorwärtsabschneiden, also unabhängig von einander, bestimmen und diese Basis innerhalb des Systems annehmen, so würden sich — abgesehen von Terrainschwierigkeiten aller Art — in der Regel einzelne Punkte durch viel zu schlechte Schnitte ergeben.

Auch eine außerhalb des Systems angenommene Basis wäre nach Früherem nicht vortheilhaft. Man pflegt also wieder zunächst nur einige wenige entsprechend liegende Punkte der 4. Ordnung festzulegen, dadurch mehrere Basislinien zu schaffen und aus diesen die übrigen Punkte abzuleiten. Der Einfachheit wegen soll angenommen werden, dass die Festlegung von drei entsprechenden

Punkten der 4. Ordnung genügt, um die anderen daraus abzuleiten und dass diese Ableitung zunächst nur durch das gewöhnliche Vorwärtsabschneiden, also Vorwärtsabschneiden aus zwei Punkten erfolgt.

Die zuerst bestimmten drei Punkte, welche A, B und C heißen sollen, spielen, weil die übrigen von ihnen abhängen, die Rolle von Punkten höherer Ordnung, und wenn ihre Entfernungen zwischen 4—9 Kilometer schwanken, so nennt man sie Punkte der 3. Ordnung.[1])

Zur Bestimmung des Dreieckes ABC der 3. Ordnung muss man bessere Instrumente und eine größere Sorgfalt in Anwendung bringen wie zur Bestimmung der Dreiecke der 4. Ordnung im System Fig. 43 auf Taf. 7, von welchem hier ausgegangen worden ist. Die Gründe hiefür sind naheliegend.

Das Dreieck ABC ist nämlich im allgemeinen viel größer wie die Dreiecke der 4. Ordnung in der Fig. 43.

Selbst dann also, wenn die Genauigkeitskreise der Punkte A, B und C nicht kleiner zu sein brauchten wie jene der Punkte im System Fig. 43, müsste man zur Bestimmung der Punkte A, B und C ein besseres Instrument nehmen wie zur Festlegung der Punkte 4. Ordnung im System Fig. 43. Nun müssen aber die Genauigkeitskreise von A, B und C viel kleiner sein wie jene der in Rede stehenden Punkte der 4. Ordnung, weil ja von den Punkten A, B und C erst die Punkte der 4. Ordnung abgeleitet werden. Die Mittel zur Bestimmung der Punkte A, B und C müssen somit umso feiner sein.

Es fragt sich nun noch, ob zur Ableitung der Punkte der 4. Ordnung aus den Punkten A, B und C der 3. derselbe Apparat verwendet werden soll wie zur Bestimmung von A, B und C.

Diese Frage muss verneint werden, wenn man bedenkt, dass die Punkte A, B und C und die Punkte der 4. Ordnung, welche aus A, B und C abgeleitet werden, in derselben Beziehung zu einander stehen wie Netz und Detail und dass auf die Festlegung des Netzes aus ökonomischen Gründen immer das Schwergewicht zu legen ist.

Das Instrument, welches somit zur Bestimmung der Punkte A, B und C der 3. Ordnung verwendet wird, muss besser sein, wie

[1]) Österreichischer Kataster.

Diese Vortheile werden hier jedoch durch die Erweiterung der Feldarbeit und durch die Hausarbeit bedeutend reduciert.

m) Polygon als „Dreiecksnetz“ durch „Triangulierung“ bestimmt.

Durch die versumpfte Wiese (Fig. 40, Taf. 7) führt eine Fahrstraße auf einen Damm. Behufs Aufnahme hat man um die Wiese herum das Netzpolygon *BCDEF* gelegt. Die Begrenzung der Wiese kann entweder mit rechtwinkeligen Coordinaten oder nach der Polarmethode, eventuell Standlinienmethode aufgenommen werden.

Die Bestimmung des Netzpolygons *BCDEF* durch Lineartriangulierung ist hier ebenso wie in den zwei vorhergehenden Fällen ausgeschlossen. Es bleiben nur die gewöhnliche Polygonisierung oder die Triangulierung. Die letztere soll aus der Bestimmung der Dreiecke 1—5 bestehen.

Das System dieser Dreiecke wird ein „Dreiecksnetz“ genannt. Seine Elemente, also die einzelnen Dreiecke, sollen wieder möglichst gleichseitig angenommen werden.

Wenn die Triangulierung mit dem Messtische durchgeführt werden darf, dann braucht man nur die „Basis“ *AB* zu messen und die 5 Winkel bei *A*, die 2 bei *C* und die 2 bei *F* zu bestimmen.

Der Vergleich dieser Triangulierung mit der Polygonisierung mit dem Messtische führt zu denselben Ergebnissen wie im Falle *l*) d. h. die Triangulierung ist stets vorzuziehen.

Die Vortheile einer trigonometrischen Triangulierung gegenüber der Polygonisierung hingegen werden durch die nothwendige Vermehrung der Feldarbeit, besonders aber der Ausgleichsarbeit noch mehr reduciert wie im Falle *l*).

Umstände, welche die Wahl und Bestimmung der Netzform beeinflussen.

Schon aus den wenigen, bisher besprochenen Beispielen von Aufnahmen ergibt sich nach kurzer Erwägung, dass die Wahl der Netzform hauptsächlich abhängig ist:

a) von der Größe des Gebietes,
b) von der Gestalt desselben,
c) von dem Grade der Übersichtlichkeit („Visierfreiheit“),

d) von der „Messfreiheit“, d. h. davon, ob das Terrain das gewöhnliche oder directe Längenmessen zulässt oder nicht,

e) von der vorhandenen Ausrüstung,

endlich bis zu einem gewissen Grade

f) von dem Zwecke der Arbeit, resp. der zu erreichenden Genauigkeit.

Arten des Detailanschlusses.

Der Anschluss oder das „Anbinden“ des Details erfolgt, wie dies gleichfalls aus den auf pag. 26—34 behandelten kleinen Aufnahmen zu ersehen ist:

a) durch rechtwinkelige Coordinaten,

b) durch Lineartriangulierung (nur in besonderen und verhältnismäßig seltenen Fällen),

c) durch „Rayon und Maß“,

d) durch „Rayon und Schnitt“,

e) durch Polygonisierung, die dann Detailpolygonisierung genannt wird.

Umstände, welche bei den verschiedenen Arten des Detailanschlusses oder beim „Detaillieren“ zu beachten sind.

a) Bei der Verwendung rechtwinkeliger Coordinaten.

Die aufzunehmenden Detailpunkte dürfen von der Achse nicht zu weit entfernt sein, da sonst mit Rücksicht auf die relativ geringe Genauigkeit der zum Fällen von Normalen gewöhnlich verwendeten Instrumente eine zu bedeutende seitliche Verschiebung der Detailpunkte eintritt. Außerdem verursachen zu lange Ordinaten zu viel Arbeit.[1])

b) Bei der Lineartriangulierung.

Dieselbe wird, weil sie viele directe Längenmessungen verursacht und daher zeitraubend ist, nur zur Bestimmung einzelner beson-

[1]) Wie schon seinerzeit (pag. 28) bemerkt wurde, sollen die Ordinaten im horizontalen Terrain nicht länger sein wie 50 *m*, im coupierten Terrain nicht länger als 25 *m*. (Siehe Instructionen zur Durchführung von Katastralvermessungen und von agrarischen Operationen.)

derer Detailpunkte verwendet, wobei man natürlich nur kleine Dreiecke benützt und auf gute Bogenschnitte sehen muss.

c) Bei der Verwendung von „Rayon und Maß".

Hier hat man zu unterscheiden, ob die Entfernungen der Detailpunkte vom Pol direct oder indirect, d. h. optisch gemessen werden.

Im ersten Falle sind größere Distanzen des Poles vom Detail von vornherein ausgeschlossen, weil sie die Arbeit viel zu schwerfällig gestalten, also zu sehr vertheuern würden. Im zweiten Falle geht man mit den Distanzen wohl weiter, gewöhnlich aber nicht über 150 *m*. Die Ursachen liegen gewöhnlich schon im Instrumente (die meist gebrauchten Apparate, nämlich die von Reichenbach und von Tichý, geben größere Distanzen viel zu ungenau), dann darin, dass auf größere Entfernungen der unbedingt nothwendige Contact zwischen dem im Pole stehenden Geometer und seinem im Detailpunkte befindlichen Figuranten verloren geht, endlich in der Ökonomie der Arbeit.

Die Bestimmung der Detailpunkte ist nämlich eine Massenarbeit, welche möglichst billig sein soll. Infolge dessen wird die Polarmethode gewöhnlich mit einem minderen, aber flotter arbeitenden Winkelbestimmungsapparate durchgeführt. Würde man nun den Pol sehr weit vom Detail annehmen, so würden die Detailpunkte leicht zu starke seitliche Abweichungen erleiden und außerhalb der ihnen zukommenden Genauigkeitskreise zu liegen kommen.[1])

d) Bei der Verwendung von „Rayon und Schnitt".

Die Lagen und Längen der Standlinien sind so zu wählen, dass sich keine schlechten Schnitte ergeben[2]) und dass die Entfernungen der Detailpunkte von den Standpunkten nicht zu groß sind.

---

[1]) Die seitlichen Abweichungen wachsen — unter Voraussetzung desselben Fehlers in der Richtung — proportional mit den Entfernungen der Punkte vom Pole.

[2]) Schnitte unter 90° sind die besten. Je größer die Abweichung von 90°, und zwar im positiven oder negativen Sinne, desto größer — denselben Winkelfehler vorausgesetzt — die Verschiebung des Punktes oder der Fehler. Das gilt allgemein, d. h. sowohl für die Berechnung der Punktcoordinationen als auch für die graphische Bestimmung des Punktes. — Der letzteren haftet überdies, wenn sich die Bleistiftlinien unter einem zu spitzen Winkel

Die Gründe für die letzte Forderung sind dieselben wie bei der Verwendung von „Rayon und Maß", also mangelhafter Contact zwischen dem Geometer und dem Figuranten und zu bedeutende Fehler in der Punktlage bei Voraussetzung minderer Winkelbestimmungsapparate.

e) Bei Detailpolygonisierungen.

Unter einer Detailpolygonisierung versteht man die Bestimmung der gegenseitigen Lage von Detailpunkten durch Polygonisierung.

So z. B. werden Bestandesgrenzen in der Regel durch Detailpolygonisierung bestimmt. Das Gleiche gilt mitunter auch von Wald-Lisièren.

Schon seinerzeit wurde darauf hingewiesen, dass es bei Polygonisierungen oft nothwendig oder mindestens zweckmäßig ist, lange Polygonzüge durch besser bestimmte Punkte (Netzpunkte) in kleinere Theile zu zerlegen und jeden dieser Theile für sich, unabhängig von den benachbarten, aufzunehmen.

Dies gilt nun auch für Detailpolygonisierungen, umsomehr, als hier die Polygonseiten zumeist sehr kurz sind, was im allgemeinen eine stärkere Fehleransammlung zur Folge hat.[1]) Wie dicht das System der erwähnten Netzpunkte (Stütz- oder Knotenpunkte) angenommen werden muss, bestimmt die Gattung des vorhandenen Winkelinstrumentes, seine Qualität und endlich die Genauigkeit, mit welcher die Detailpunkte festgelegt werden sollen. Eine einfache, allgemein giltige Regel lässt sich hier nicht angeben. Man muss von Fall zu Fall entscheiden. Ein allzu dicht angelegtes Netz wird natürlich wegen der zu bedeutenden Aufnahmskosten vom ökonomischen Standpunkte auch nicht zweckmäßig sein.

---

schneiden, noch ein zweiter Übelstand an. Es scheint nämlich in diesem Falle eine ganze Gruppe von Punkten beiden Linien anzugehören und ist der richtige Punkt nicht gut herauszufinden. Schnitte unter Winkeln, die kleiner sind als 30°, betrachtet man daher allgemein als unbrauchbar.

[1]) Die Theorie lehrt zwar, dass bei Polygonisierungen mit der sogenannten Waldboussole, die hier hauptsächlich in Betracht kommen, die Fehleransammlung bei gleichbleibender Zuglänge umso geringer ist, je kürzer die Polygonseiten sind. Dies gilt aber nur für eine eventuelle rechnerische Benützung der Boussolendaten. Sobald man die Polygonzüge mit Hilfe der Boussolendaten direct aufträgt, was gewöhnlich geschieht, dann treten stets relativ große zeichnerische Manipulationsfehler auf, deren Wirkung, dieselbe Länge des Polygonzuges vorausgesetzt, im allgemeinen mit der Zahl der Polygonseiten zunimmt, also umso größer ist, je kürzer die Seiten sind.

Vorgang bei ausgedehnteren Aufnahmen.

In den bisher besprochenen Beispielen von durchaus kleinen Aufnahmen wurde das Detail an die Netze direct angeschlossen. Man nennt diese Netze „Detailnetze“. Die sie bestimmenden Punkte sollen „Detailträger“ genannt werden.

Sehr ausgedehnte Aufnahmen werden im allgemeinen eine große Zahl von Detailträgern erfordern, die den vorhergehenden Ausführungen zufolge — vorwiegend aus ökonomischen Gründen — ziemlich dicht und nahe an den aufzunehmenden Detailpunktgruppen angenommen und gut bestimmt werden müssen. Gewöhnlich werden sie innerhalb des aufzunehmenden Gebietes ungleichmäßig zerstreut sein.

Fasst man die vorhin behandelten Typen der Detailträgerbestimmung ins Auge und fragt man sich, inwieweit sie dem Gesagten zufolge, größeren Aufnahmen zu Grunde gelegt werden können, so wird man zunächst die Typen *a*), *b*), *d*), und *e*) (Fig. 29, resp. 30, 32 und 33) als gegenstandslos ausscheiden.

Die Bestimmung der gegenseitigen Lage zahlreicher Detailträger durch fortgesetzte Lineartriangulierung (Type *c*) in Fig. 31 auf Tafel 5) ist wohl theoretisch ganz gut denkbar, wegen der zu zahlreichen directen Längenmessungen jedoch viel zu schwerfällig und von der Terrainbeschaffenheit zu sehr abhängig, so dass diese Methode für die Aufnahme größerer Complexe gleichfalls als ziemlich bedeutungslos hingestellt werden kann. Es bleiben demnach für die Detailträgerbestimmung behufs Aufnahme größerer Complexe nur die Polygonisierung und Triangulierung übrig. Sie sollen im Nachfolgenden näher ins Auge gefasst werden.

Gruppiert man zahlreiche Detailträger zu Polygonen oder Polygonzügen und bestimmt man diese durch Polygonisierung, so wird die Lage der Detailträger, wenn man nicht mit ganz außerordentlich feinen Winkelbestimmungs-Apparaten, also sehr theuer arbeitet, viel zu schlecht wegen der starken Fehleransammlung.

Man wird sich infolgedessen veranlasst sehen, einzelne der aufzunehmenden Detailträger mit besonderer Genauigkeit festzulegen, dadurch die Polygone und langen Züge in Theile zu zerlegen und diese zwischen die besser bestimmten Detailträger einzuhängen. Die letzteren werden dem Gesagten zufolge den übrigen

gegenüber in einen höheren Rang aufsteigen und sollen vorläufig „Festpunkte" genannt werden.

Bestimmt man die gegenseitige Lage von zahlreichen und dicht liegenden Detailträgern mit Hilfe der Triangulierung nach einer der Typen *l*) oder *m*) (Fig. 39, resp. 40 auf Tafel 7), so treten ganz ähnliche Verhältnisse ein wie vorhin bei der Polygonisierung.

Auch hier wird es sich daher empfehlen, ausgedehnte Ketten oder Netze wegen der starken Fehleranhäufung in kleinere Theile zu zerlegen und diese zwischen besser bestimmte Detailträger einzuhängen. Man nennt diesen Vorgang das „Einketten von Punkten". Er wird zur Bestimmung von Detailträgern verhältnismäßig selten angewendet.

Zu der Nothwendigkeit, zunächst nur eine verhältnismäßig kleine Anzahl von den vielen Detailträgern eines großen Complexes genau festzulegen, gelangt man auch, wenn man sich vornimmt, das Punktsystem nach der im Falle *k*) (Fig. 38, Tafel 7) angewendeten Methode zu bestimmen.

Nimmt man nämlich nur eine einzige Basis an, und zwar innerhalb des Systems (z. B. *AB* in Fig. 41 auf Tafel 7), so werden sich gewöhnlich einzelne Punkte des Systems durch viel zu schlechte Schnitte ergeben (z. B. 6, 4, 12).

Wird die Basis außerhalb des Systems angenommen, und zwar recht weit von demselben, so werden die schlechten Schnitte wohl verschwinden, aber die Punkte werden unter sonst gleichen Umständen, d. h. dasselbe Winkelinstrument vorausgesetzt, viel zu bedeutende Verschiebungen erfahren, wenn ihre Bestimmung nicht überhaupt infolge eintretender Terrainschwierigkeiten unmöglich wird.

Die citierten Übelstände fallen sofort weg, wenn man sich nicht auf eine einzige Basis beschränkt, sondern zunächst eine kleine Anzahl von Detailträgern in ihrer gegenseitigen Lage bestimmt, dadurch einige Basislinien schafft und aus diesen dann die übrigen Detailträger ableitet. Das letztere geschieht gewöhnlich durch Vorwärtsabschneiden, doch wird (besonders in der Messtischpraxis) auch der seitliche Schnitt und das Pothenot'sche Problem angewendet. In der Fig. 42 auf Tafel 7 erscheint die Bestimmung der in Rede stehenden Detailträger aus den Basislinien 3, 8 — 8, 12 und 12, 3 durch Vorwärtsabschneiden angedeutet und man sieht, dass sich nunmehr keine unbrauchbaren Schnitte ergeben.

Den vorhergehenden Ausführungen zufolge werden also behufs Festlegung eines größeren Complexes von Detailträgern stets zunächst einige wenige derselben in ihrer gegenseitigen Lage bestimmt. Diese Punkte werden gewöhnlich derart gewählt, dass sie die umgebenden Terraintheile gut beherrschen und ziemlich gleichmäßig im Terrain vertheilt sind.

Weil von ihnen die Detailträger und in zweiter Linie die Detailpunkte selbst abhängen, so wird ihre Bestimmung mit erhöhter Sorgfalt vorgenommen. Aus diesem Grunde wurden sie vorhin schon als „Festpunkte“ bezeichnet.

Was ihre Dichtigkeit anbelangt, so müssen bei Katastralaufnahmen, welche in neuerer Zeit in der Regel im Maßstabe 1:2500 hergestellt werden, auf jede sogenannte „Aufnahmssection“ (Rechteck von 1600 *m* Länge und 1250 *m* Breite, also 200 Hektaren Fläche) mindestens drei solcher Festpunkte liegen, damit auch eine graphische Durchführung des Pothenot'schen Problems behufs Bestimmung von Detailträgern innerhalb der Aufnahmssection möglich ist.

Ihre Festlegung kann mit Rücksicht auf die schon bedeutenden Distanzen, welche zwischen ihnen liegen, nur nach dem Principe der Triangulierung erfolgen.

Man unterscheidet, wie dies bereits für ganz kleine Aufnahmen unter *k*), *l*) und *m*) (pag. 31—34) erwähnt wurde, drei verschiedene Fälle der Punktbestimmung durch Triangulierung und zwar:

a) Die zu bestimmenden Punkte sind Spitzen von Dreiecken, die eine gemeinsame Basis haben (Fig. 43, Tafel 7).

b) Die festzulegenden Punkte sind Ecken von Dreiecken, die eine „Kette“ oder einen „Kranz“ bilden (Fig. 44, resp. 45 auf Tafel 7).[1]

c) Die festzulegenden Punkte sind Ecken von Dreiecken, die ein „Netz“ bilden (Fig. 46, Tafel 7).

Im Falle *a*) erscheinen die Dreieckspunkte von einander unabhängig, in *b*) und *c*) von einander abhängig bestimmt.

Bemerkungen:

α) Wenn ein Dreieck ABC aus der Basis AB und den zwe anliegenden Winkeln bestimmt wird, wie dies in allen Fällen de Triangulierung geschieht, so ist der zu befürchtende Fehler in de

[1]) Die „Kette“ wurde schon 1615 von dem Niederländer Snellius ange wendet. Der „Kranz“ kommt verhältnismäßig selten vor.

Lage des Punktes C — wie dies später bewiesen werden wird — unter sonst gleichen Umständen dann am kleinsten, wenn der Dreieckswinkel bei C ein rechter ist und die Strecken AC und BC gleich sind. — Sich bei Triangulierungen strenge an derlei Dreiecke zu halten, ist ganz unmöglich. Abgesehen von Terrainschwierigkeiten, würden im Falle *a*) (Fig. 43 auf Tafel 7) nur zwei solche Dreiecke möglich sein, in den Fällen *b*) und *c*) (Fig. 44, 45 und 46 auf Tafel 7) aber die Dreiecke sehr bald zu klein ausfallen.

Im Falle *a*) trachtet man daher, sich von der bewussten Dreiecksform wenigstens nicht allzusehr zu entfernen, in den Fällen *b*) und *c*) dagegen ist es am zweckmäßigsten, sich thunlichst an das gleichseitige Dreieck zu halten.

β) Wenn die directe Messung der Basis AB (Fig. 47, Tafel 8) wegen der großen Entfernung der Punkte A und B zu bedeutende Schwierigkeiten verursacht, dann misst man eine viel kürzere Strecke z. B. ab (möglicht normal zu AB) und leitet aus dieser und den Winkeln m, n, p, dann m' n' p' die Strecke AB rechnerisch ab. ab heißt dann die „Messungs-“, AB die „Rechnungs“-Basis. Dass ab und die vorerwähnten Winkel mit großer Sorgfalt gemessen werden müssen, ist wegen der Abhängigkeit der Strecke AB von den bezeichneten Größen und wegen der spitzigen Form der Dreiecke abA und abB klar.[1])

Die in Rede stehenden, durch Triangulierung zu bestimmenden Festpunkte heißen im Kataster Triangulierungspunkte der … Ordnung.

Ihre Festlegung erfolgt heutzutage fast ausschließlich durch Berechnung ihrer rechtwinkeligen Coordinaten mit Rücksicht auf ein entsprechend gewähltes Achsensystem und durch nachherige Auftragung auf Grund dieser Coordinaten. Die erwähnte Berechnung wird aus der Basis und den im Gradmaße bestimmten Winkeln durchgeführt und werden hiebei thunlichst viele überzählige Winkel benützt. Der ganze Vorgang heißt bekanntlich die trigonometrische

[1]) Derselbe Weg, der zur Bestimmung von AB aus ab geführt hat, …n gewählt werden, um aus AB eine noch längere Basis zu entwickeln. … geschieht bei den später zur Sprache kommenden Bestimmungen von …men sehr großer Dreiecke. Die Gesammtheit der Dreiecke, durch die man … die angedeutete Art von einer ganz kurzen Strecke zu einer langen (oft …fachen) gelangt, heißt „Entwicklungsnetz“ oder „Basisnetz“.

Triangulierung — zum Unterschiede von der graphischen, bei welcher die Dreieckswinkel graphisch und direct am Felde bestimmt werden.

Die Bestimmung von Triangulierungspunkten der 4. Ordnung durch graphische Triangulierung kommt gegenwärtig nur höchst selten vor und nur dann, wenn das Gebiet kleiner ist wie eine Aufnahmssection.

Ist es größer und wollte man graphisch triangulieren, so müsste man die Triangulierung in einem sehr kleinen Maßstabe durchführen und dann vergrößern, was zwar früher vielfach geschehen ist, heute jedoch allgemein verworfen wird, umsomehr, als bei graphischen Triangulierungen auch die aus der Mitberücksichtigung überzähliger Messungen resultierenden Vortheile entfallen.

Nimmt die Ausdehnung des Punktsystems der 4. Ordnung zu, so ergibt sich die Nothwendigkeit, dieses System auf ein anderes — ein System höherer Ordnung — zu stützen. Die Gründe hiefür sind dem Wesen nach eigentlich schon bekannt, sollen aber wegen der Vollständigkeit der Darstellung noch einmal beleuchtet werden, und zwar von zwei ganz verschiedenen Gesichtspunkten aus. Zunächst soll nämlich vollkommene Unabhängigkeit in der Punktbestimmung vorausgesetzt werden und dann vollkommene Abhängigkeit.

Betrachtung der Punktbestimmung unter Voraussetzung vollkommener Unabhängigkeit.

Wollte man die Punkte eines ausgedehnteren, d. h. aus zahlreichen Punkten bestehenden Systems der 4. Ordnung von einer einzigen Basis aus durch Vorwärtsabschneiden, also unabhängig von einander, bestimmen und diese Basis innerhalb des Systems annehmen, so würden sich — abgesehen von Terrainschwierigkeiten aller Art — in der Regel einzelne Punkte durch viel zu schlechte Schnitte ergeben.

Auch eine außerhalb des Systems angenommene Basis wäre nach Früherem nicht vortheilhaft. Man pflegt also wieder zunächst nur einige wenige entsprechend liegende Punkte der 4. Ordnung festzulegen, dadurch mehrere Basislinien zu schaffen und aus diesen die übrigen Punkte abzuleiten. Der Einfachheit wegen soll angenommen werden, dass die Festlegung von drei entsprechenden

Punkten der 4. Ordnung genügt, um die anderen daraus abzuleiten und dass diese Ableitung zunächst nur durch das gewöhnliche Vorwärtsabschneiden, also Vorwärtsabschneiden aus zwei Punkten erfolgt.

Die zuerst bestimmten drei Punkte, welche A, B und C heißen sollen, spielen, weil die übrigen von ihnen abhängen, die Rolle von Punkten höherer Ordnung, und wenn ihre Entfernungen zwischen 4—9 Kilometer schwanken, so nennt man sie Punkte der 3. Ordnung.[1]

Zur Bestimmung des Dreieckes ABC der 3. Ordnung muss man bessere Instrumente und eine größere Sorgfalt in Anwendung bringen wie zur Bestimmung der Dreiecke der 4. Ordnung im System Fig. 43 auf Taf. 7, von welchem hier ausgegangen worden ist. Die Gründe hiefür sind naheliegend.

Das Dreieck ABC ist nämlich im allgemeinen viel größer wie die Dreiecke der 4. Ordnung in der Fig. 43.

Selbst dann also, wenn die Genauigkeitskreise der Punkte A, B und C nicht kleiner zu sein brauchten wie jene der Punkte im System Fig. 43, müsste man zur Bestimmung der Punkte A, B und C ein besseres Instrument nehmen wie zur Festlegung der Punkte 4. Ordnung im System Fig. 43. Nun müssen aber die Genauigkeitskreise von A, B und C viel kleiner sein wie jene der in Rede stehenden Punkte der 4. Ordnung, weil ja von den Punkten A, B und C erst die Punkte der 4. Ordnung abgeleitet werden. Die Mittel zur Bestimmung der Punkte A, B und C müssen somit umso feiner sein.

Es fragt sich nun noch, ob zur Ableitung der Punkte der 4. Ordnung aus den Punkten A, B und C der 3. derselbe Apparat verwendet werden soll wie zur Bestimmung von A, B und C.

Diese Frage muss verneint werden, wenn man bedenkt, dass die Punkte A, B und C und die Punkte der 4. Ordnung, welche aus A, B und C abgeleitet werden, in derselben Beziehung zu einander stehen wie Netz und Detail und dass auf die Festlegung des Netzes aus ökonomischen Gründen immer das Schwergewicht zu legen ist.

Das Instrument, welches somit zur Bestimmung der Punkte A, B und C der 3. Ordnung verwendet wird, muss besser sein, wie

---

[1] Österreichischer Kataster.

jenes, mit welchem man Dreiecke der 4. Ordnung im System Fig. 43 festlegt, und soll besser sein wie jenes, mit welchem die Punkte der 4. Ordnung aus *A*, *B* und *C* abgeleitet werden.

Mit zunehmender Ausdehnung des Punktsystems der 4. Ordnung wird das Dreieck *ABC* immer mehr vergrößert werden müssen. Die Bestimmung der immer zahlreicheren Punkte der 4. Ordnung aus bloß drei Punkten wird im allgemeinen immer mehr auf Terrain-Schwierigkeiten stoßen. Man wird nun diesen Schwierigkeiten dadurch begegnen, dass man aus den Punkten *A*, *B* und *C* zunächst nur einige wenige, gewöhnlich hochliegende Punkte der 4. Ordnung festlegt und erst aus diesen die übrigen bestimmt.

Diese aus dem Dreiecke *ABC* zunächst bestimmten, wenigen Punkte der 4. Ordnung übernehmen nun die Rolle der Punkte der 3. Ordnung, während die Punkte *A*, *B* und *C* im Range gewissermaßen aufsteigen, d. h. zu Punkten 2. Ordnung werden. Die Seiten eines Dreieckes der 2. Ordnung schwanken zwischen 9 und 15 Kilometer.[1])

Dass die Bestimmung eines so großen Dreieckes, von dessen Eckpunkten zunächst Punkte der 3. Ordnung abhängen, einen weit besseren Apparat und eine weit größere Sorgfalt erfordert wie die Bestimmung eines Dreieckes *ABC* der 3. Ordnung, ist nach dem Früheren klar. Endlich erscheint es auch hier aus ökonomischen Gründen zweckmäßiger die Festlegung der Punkte 2. Ordnung mit einem besseren Apparate und einer größeren Sorgfalt vorzunehmen wie die Ableitung der Punkte 3. Ordnung aus jenen der 2.

Man wird also die Qualität der Apparate und die Sorgfalt der Beobachtungen mit dem Range des Systems steigern.

Auch dann, wenn die Terrainverhältnisse günstiger sind und ein Einschalten von Punkten der 3. Ordnung zwischen jene der 2. und 4. nicht unbedingt nothwendig erscheinen lassen, ist es vortheilhaft diese Einschaltung vorzunehmen und zwar aus ökonomischen Rücksichten.

Die Bestimmung der Punkte 4. Ordnung aus einem sehr großen Dreiecke *ABC* beansprucht nämlich wegen der sehr bedeutenden Entfernungen der zu bestimmenden Punkte von den

---

[1]) Österreichischer Kataster.

Ecken des Dreieckes die Verwendung sehr guter Instrumente, also große Kosten.

Bestimmt man aber zunächst nur einige wenige Punkte des Systems der 4. Ordnung, jedoch sehr genau, also mit noch feineren Mitteln und noch größerer Sorgfalt, so wird die Festlegung der übrigen Punkte der 4. Ordnung aus diesen wenigen, nun der 3. Ordnung angehörigen Punkten wegen der ungleich kürzeren Distanzen weit geringere Mittel und eine geringere Sorgfalt beanspruchen wie vorhin.

Wohl wird das daraus resultierende Ersparnis durch die Kosten reduciert, welche aus der Einschaltung eines neuen Punktsystems zwischen A, B, C und das Gros der Punkte der 4. Ordnung erwachsen, doch ist diese Reduction in der Regel sehr gering mit Rücksicht darauf, dass die Zahl der Punkte der 4. Ordnung jene der 3. gewöhnlich weit überwiegt.

Wenn die Seiten des Dreieckes ABC länger sind wie beiläufig 15 Kilometer, so genügt die Einschaltung eines einzigen Punktsystems gewöhnlich nicht, sondern man benöthigt erfahrungsgemäß zwei solche Systeme.

Die Punkte A, B und C repräsentieren dann Punkte der 1. Ordnung. Aus ihnen bestimmt man Punkte der 2., aus diesen Punkte der 3. und daraus Punkte der 4. Ordnung.

Die Seiten der Dreiecke der 1. Ordnung sind gewöhnlich 15 bis 30 Kilometer lang, doch ist man auch schon viel weiter gegangen — sogar bis 125 Kilometer.[1])

Der Bestimmung noch größerer Dreiecke stellen sich große, oft auch unüberwindliche Schwierigkeiten entgegen, denen man nöthigenfalls, z. B. bei Aufnahmen ganzer Länder, dadurch ausweicht, dass man diesen Aufnahmen Ketten oder Netze von Dreiecken der 1. Ordnung zu Grunde legt. In Fig. 48 auf Taf. 8 ist der Vorgang der unabhängigen Bestimmung von Punkten der 4. Ordnung oder der „fortgesetzten Punkteinschaltung“ für den Fall einer sehr ausgedehnten Aufnahme — jedoch nur seinem Grundgedanken nach, also in der allereinfachsten Form — skizziert.[2])

---

[1]) Triangulierung der österr.-ung. Monarchie durch das k. u. k. milit.-geogr. Institut.

[2]) Die Eckpunkte der Dreiecke 1. Ordnung sind mit $(A)(B)(C)$ etc., die Punkte der 2. Ordnung mit $\overline{A}, \overline{B}, \overline{C}$ etc., die Punkte der 3. Ordnung mit

Betrachtung der Punktbestimmung unter Voraussetzung vollkommener Abhängigkeit.

Im minder übersichtlichen, z. B. welligen oder bestandenen Terrain lässt sich die gegenseitige Lage der Punkte 4. Ordnung oft nur durch Festlegung einer Dreieckskette oder eines Dreiecksnetzes bestimmen (*b*) und *c*) auf Seite 40).

Ist die Kette oder das Netz sehr ausgedehnt, so werden die von der Basis der Triangulierung sehr entfernten Dreiecke zu schlecht ausfallen und zur Bestimmung des Details nicht mehr geeignet sein.

Man könnte nun bessere Instrumente verwenden. Dies hätte aber zur Folge, dass die in der Nähe der Basis gelegenen Dreiecke für den Detailabschluss zu gut ausfallen würden, was wieder einem Verstoß gegen die Ökonomie der Arbeit gleichkäme.

Man wird also ökonomischer vorgehen, wenn man einen Theil der Punkte der 4. Ordnung zu größeren Dreiecken gruppiert, diese zuerst, und zwar sehr gut, d. h. mit besseren Apparaten und größerer Sorgfalt bestimmt und das Dreieckssystem der 4. Ordnung nach Vornahme entsprechender, stets ganz kleiner Änderungen an seinen Winkeln in das vorhin erwähnte System der größeren Dreiecke einfügt.

So gelangt man zu einem Dreieckssystem der 3. Ordnung, von welchem jenes der 4. Ordnung abhängig ist. — Je sicherer man das Dreieckssystem der 3. Ordnung festlegt, desto mehr wird man bei der Bestimmung des Dreieckssystems der 4. Ordnung an Genauigkeit, somit auch an Kosten ersparen. Freilich darf dies nicht zu weit gehen, weil sonst die Kosten des Dreieckssystems der 3. Ordnung den Vortheil seiner Festlegung aufzehren.[1])

A, B, C u. s. w., jene der 4. mit a, b, c etc. bezeichnet. Ebenso sind die Verbindungslinien der Punkte 1. Ordnung sowie auch die Bestimmungslinien und Verbindungslinien der anderen Punkte verschiedenartig charakterisiert. Die Linien $(A)(B)$, $(B)(C)$ etc. sind hiebei als kürzeste Linien auf einer sphärischen, mitunter sogar sphäroidischen Fläche aufzufassen, d. h. als Großkreisbögen, beziehungsweise als sogenannte „geodätische Linien".

Dasselbe gilt manchmal auch von den Bestimmungslinien, ja selbst Verbindungslinien der Punkte $\bar{A}, \bar{B}$ etc., also von den Linien $(A)\bar{A}$, $(C)\bar{A}$, $\bar{A}\bar{B}$ etc.

[1]) Es darf an dieser Stelle nicht unerwähnt bleiben, dass selbst dann, wenn die Mittel zur Durchführung der Triangulierungen der 3. und 4. Ordnung die gleichen wären, die geringere Zahl der Punkte 3. Ordnung diesen Punkten bessere Positionen sichern würde.

Dass das Dreieckssystem der 3. Ordnung — einen bestimmten Genauigkeitsgrad vorausgesetzt — mit umso besseren Instrumenten bestimmt werden muss, je größer seine Dreiecke sind und je mehr es ausgedehnt ist, bedarf keiner näheren Begründung.

In analoger Weise wie man zu einem Dreieckssystem der 3. Ordnung gekommen ist, wird man — ein seiner Ausdehnung nach stetig wachsendes Gebiet vorausgesetzt — zu Dreieckssystemen der 2. und endlich der 1. Ordnung gelangen, welche wie bei der fortgesetzten Punkteinschaltung mit steigender Sorgfalt bestimmt werden müssen. Das Dreieckssystem der 2. Ordnung wird dann in jenes der 1., das der 3. in jenes der 2. und das der 4. in jenes der 3. eingefügt.

In Fig. 49 auf Taf. 8 erscheint dieser auf der Abhängigkeit der Punktbestimmung basierende Vorgang oder die Methode der fortgesetzten Netzeinschaltung für den Fall einer sehr ausgedehnten Aufnahme — wieder nur seinem Grundgedanken nach — skizziert. Die Netzpunkte der verschiedenen Ordnungen sind ungleichartig bezeichnet, und zwar in derselben Weise wie bei der Punkteinschaltung. Die Seiten der Dreiecke verschiedener Ordnungen sind ebenfalls entsprechend charakterisiert. Man erkennt aus der erwähnten Figur, dass zwischen je 2 benachbarten Punkten der 1., 2. und 3. Ordnung höchstens 6 Dreiecke der nächst niederen Ordnung liegen. Mehr pflegt man nicht anzunehmen.

Auch in der Fig. 49 stellen die Linien $(A)(B)$, $(B)(C)$ etc. Großkreisbögen oder „geodätische Linien" vor. Das Gleiche gilt mitunter von den Dreiecksseiten der 2. Ordnung.

Vergleich der fortgesetzten Punkteinschaltung mit der fortgesetzten Netzeinschaltung.

Derselbe soll der Einfachheit wegen auf Grund eines einzigen Dreieckes der 1. Ordnung durchgeführt werden, in der Weise, dass dieses Dreieck einmal als „Ausgangssystem" einer fortgesetzten Punkteinschaltung, das zweitemal als „Ausgangssystem" einer fortgesetzten Netzeinschaltung gedacht wird.

Die Punkte der verschiedenen Ordnungen sollen hiebei wieder so bezeichnet werden wie in den Figuren 48 und 49.

Im Falle 1 (fortgesetzte Punkteinschaltung, Fig. 50 auf Taf. 8) werden aus den Punkten (A), (B) und (C) der 1. Ordnung die Punkte

der 2. Ordnung, aus diesen die der 3. Ordnung etc. bestimmt. Diese Bestimmung erfolgt jedoch in Wirklichkeit nicht wie bisher durch Vorwärtsabschneiden allein, sondern auch durch Rückwärtseinschneiden und durch eine Combination beider Methoden („Combiniertes Einschneiden").

Obwohl zur Bestimmung eines Punktes nach einer der angegebenen Methoden bloß 2, resp. 3 Punkte der nächsthöheren Ordnung nothwendig sind, so verwendet man doch zumeist mehr wie 2, beziehungsweise 3. — Man controliert auf diese Weise die Punktbestimmung und verbessert durch Beseitigung der sich naturgemäß ergebenden Widersprüche, d. h. durch die Ausgleichung, die Punktlage in der Regel nicht unwesentlich.

Im Falle 2 (fortgesetzte Netzeinschaltung, Fig. 51 auf Taf. 8) werden behufs Festlegung des Dreieckssystems 2. Ordnung alle Winkel dieses Systems gemessen. Aus diesen Winkeln soll nun ein Dreieckssystem zusammengefügt werden, welches in den Rahmen $(A)(B)(C)$ genau hineinpasst. Im Principe kann sich der Anfänger die vorliegende Aufgabe in der folgenden — theilweise übrigens bereits bekannten — Art gelöst denken.

Offenbar müssen zunächst an den einzelnen Winkeln der Dreiecke 2. Ordnung, wie man sie am Felde gefunden hat, d. h. an den Rohwerten, Änderungen vorgenommen werden. Diese Änderungen sollen natürlich möglichst klein sein. Sie müssen so berechnet werden, dass man aus den geänderten Winkeln und irgend einer Seite des Dreieckssystems der 2. Ordnung, die als Basis angenommen und deren Länge zunächst provisorisch, jedoch rund gewählt wird, ein in sich vollkommen widerspruchsloses System von Dreiecken zusammensetzen kann, in welchem das dem Dreiecke $(A)(B)(C)$ entsprechende Dreieck geometrisch ähnlich ist diesem Dreiecke.

Man gelangt auf diese Art zu einem Dreieckssystem, von welchem behauptet werden kann, dass es geometrisch ähnlich ist dem einzuschaltenden Dreieckssystem der 2. Ordnung.

Fasst man irgend eine Seite des provisorischen Systems z. B. $\overline{AB}_{\text{prov.}}$ und die ihr entsprechende, noch unbekannte Seite des definitiven Systems, also $\overline{AB}_{\text{def.}}$, in's Auge, so kann man sagen:

$\overline{AB}_{\text{prov.}} : \overline{AB}_{\text{def.}} = (A)(B)_{\text{prov.}} : (A)(B)_{\text{def.}}$ Daraus folgt:

$$\overline{AB}_{\text{def.}} = \frac{(A)(B)_{\text{def.}}}{(A)(B)_{\text{prov.}}} \times \overline{AB}_{\text{prov.}}$$

Der Quotient $\frac{(A)(B)_{\text{def.}}}{(A)(B)_{\text{prov.}}}$ bleibt für die Berechnung aller Längen des definitiven Systems 2. Ordnung derselbe. Man hat also nur die einzelnen Dreieckseiten des provisorischen Systems mit diesem Quotienten zu multiplicieren um zu den Dreieckseiten des definitiven Systems zu gelangen.

Das so bestimmte System der zweiten Ordnung wird nun als fest und starr betrachtet und hierauf in ähnlicher Weise vorgegangen, um in dasselbe das System der 3. Ordnung und endlich in dieses das System der 4. Ordnung einzufügen („einzuzwängen" oder „einzuflechten").

Die consequente Durchführung der eben beschriebenen Methode setzt voraus, dass alle festzulegenden Netzpunkte „Standpunkte" sind, d. h. Punkte, auf denen man ein Winkel-Messinstrument aufstellen kann. Bei der fortgesetzten Punkteinschaltung entfällt diese Voraussetzung. Dort können einzelne Punkte auch „Fixpunkte" sein, z. B. Blitzableiter, Thurmspitzen etc.

Der Vergleich der beiden nun eingehender beschriebenen, gewissermaßen entgegengesetzten Methoden soll sich beziehen

α) auf die Feldarbeiten,

β) auf die Berechnungsarbeiten und endlich

γ) auf den Endzweck der Triangulierung.

ad α) Den vorhergehenden Ausführungen zufolge gestalten sich die Feld- oder Beobachtungsarbeiten für die Durchführung der Methode 1 gewöhnlich bedeutender wie jene für die Durchführung der Methode 2.

ad β) Die rechnerische Durchführung der Methode 1 ist, weil man einen Punkt nach dem andern bestimmt, also schrittweise vorgeht, relativ sehr einfach. Zudem werden noch in neuerer Zeit bedeutende Theile der Berechnungsarbeiten durch graphische Verfahren ersetzt, was einer großen Zeitersparnis gleichkommt.

Die Methode 2 dagegen verursacht außerordentlich viel rechnerische Arbeit schon bei dem verhältnismäßig einfachen Falle der Einschaltung eines Netzes 2. Ordnung in ein Dreieck der 1.

ad γ) Durch fortgesetzte Punkteinschaltung gelangt man zu einem Punktsystem, durch fortgesetzte Netzeinschaltung zu einem Dreieckssystem der 4. Ordnung. Nach vollzogener Punkteinschaltung kann man sich aber je drei benachbarte Punkte der 4. Ordnung geradlinig verbunden denken, und gelangt auf diese Weise ebenfalls zu einem Dreieckssystem der 4. Ordnung.

Der Zweck der Triangulierung ist die Bestimmung von Dreiecken der 4. Ordnung, welche zunächst einzeln als Grundlage der Detailaufnahme benützt werden können oder „geeignet" sind.

„Geeignet" ist ein Dreieck der 4. Ordnung dann, wenn aus demselben das Detail (durch die Detailträger) ohne Aufwand allzu großer Mühe und besonders feiner Mittel mit hinreichender Genauigkeit abgeleitet werden kann. Dies ist der Fall, wenn sich das Dreieck der 4. Ordnung — wie man es gefunden hat — derart auf das entsprechende ideale legen lässt, dass die Entfernungen der Ecken des gefundenen von den entsprechenden des idealen eine gewisse Grenze nicht überschreiten — oder, dass sich die Eckpunkte des gefundenen Dreieckes innerhalb der Genauigkeitskreise der idealen Ecken befinden.

Man sagt dann: Das gefundene Dreieck der 4. Ordnung „stimme" mit dem idealen.

In der gleichen Weise wie ein einzelnes Dreieck der 4. Ordnung sollte nun eigentlich — strenge genommen — der ganze Complex der Dreiecke der 4. Ordnung mit dem entsprechenden idealen stimmen.

Diese Forderung ist jedoch bei sehr ausgedehnten Aufnahmen äußerst schwer zu erfüllen. In der Praxis stellt man sich in der Regel schon zufrieden, wenn größere Dreiecksgruppen mit den entsprechenden idealen stimmen.

Der Endzweck der Triangulierung ist somit die Bestimmung von Dreiecken der 4. Ordnung, welche wenigstens gruppenweise mit dem idealen Dreieckssystem stimmen.

Bei der fortgesetzten Punkteinschaltung, wo die benachbarten Punkte der 4. Ordnung im allgemeinen unabhängig von einander, vielfach auch mit Benützung ganz verschiedener Wege, bestimmt werden, sind nun diese Punkte — sobald geeignete Dreiecke zum Vorschein kommen sollen — an ihre Genauigkeitskreise gebunden.

Tritt nämlich ein Punkt aus seinem Genauigkeitskreise heraus, so ist sofort die Gefahr vorhanden, dass die Dreiecke, denen er an-

gehört, nicht mehr geeignet sind. — Diese Gefahr würde nur dann schwinden, wenn die benachbarten Punkte aus ihren Genauigkeitskreisen in nahezu gleicher Weise heraustreten würden, was mit Rücksicht auf die oben erwähnte Unabhängigkeit der Punktbestimmung und die häufig vorkommende Verschiedenheit der Wege, die zu benachbarten Punkten führen, im allgemeinen nicht zutreffen wird.

Der Umstand, dass alle durch fortgesetzte Punkteinschaltung bestimmten Punkte innerhalb ihrer Genauigkeitskreise liegen müssen, hat zur Folge, dass das Dreieck $(A)(B)(C)$ (Ausgangssystem) nicht allzu groß sein darf und dass alles das, wovon die Punkte der 4. Ordnung abhängen, ganz besonders gut sein muss — die gegenseitige Lage der Punkte, (A), (B) und (C) sowohl, als auch die Apparate und Beobachtungen, mit Hilfe deren man durch die Systeme der 2. und 3. Ordnung hindurch zu den Punkten der 4. Ordnung gelangt.

Bei der fortgesetzten Netzeinschaltung können die Punkte der 4. Ordnung bis zu einem gewissen Grade aus ihren Genauigkeitskreisen heraustreten, ohne ihre Verwendbarkeit einzubüßen. Wenn nämlich irgendeiner dieser Punkte aus seinem Genauigkeitskreise heraustritt, so treten die mit ihm infolge der gleichzeitigen Berücksichtigung aller gemessenen Winkel während der Ausgleichung organisch zusammenhängenden Nachbarpunkte stets in nahezu gleicher Weise aus ihren Genauigkeitskreisen heraus und die einzelnen Dreiecke der 4. Ordnung sowohl, als auch Gruppen hievon, sind gut genug als Basis der Parcellaraufnahme.

Hier kann unter sonst gleichen Umständen das Dreieck $(A)(B)(C)$ (Ausgangssystem) weit größer sein, wie bei der Punkteinschaltung. Es braucht auch nicht so gut bestimmt zu sein wie bei der fortgesetzten Punkteinschaltung, denn, wenn auch die Entfernung der Punkte (A) und (B) z. B. mit einem ziemlich großen Fehler behaftet ist, so vertheilt sich dieser Fehler zunächst auf die zwischen diese Punkte eingezwängten 5 oder 6 Dreiecke der 2. Ordnung und der schon weit kleinere Fehler in einer Seite der 2. Ordnung vertheilt sich in analoger Weise auf einige Seiten der 3. Ordnung etc. so zwar, dass die Dreiecke der 4. Ordnung trotz des erwähnten Fehlers in der Distanz der Punkte (A) und (B) und trotz des Auftretens anderer unvermeidlicher Fehler, sowohl einzeln als auch in Gruppen, noch immer verwendbar sein werden.

Dies sind bedeutende Vortheile der Netzeinschaltung, denen freilich die höchst complicierte, praktisch häufig fast nicht zu bewältigende Rechnungsarbeit als ein sehr schwerwiegender Nachtheil gegenübersteht.

Frägt man sich nun zum Schlusse, wie es denn mit der gegenseitigen Lage der Detailpunkte in den Fällen 1 und 2 innerhalb $(A)(B)(C)$ steht, so gelangt man zu folgenden Ergebnissen:

Im Falle 1 werden sich die Fehler der größeren Detailpunktdistanzen in denselben Grenzen bewegen wie die Fehler der kleineren Detailpunktentfernungen, im Falle 2 dagegen werden die Fehler der größeren Detailpunktdistanzen sehr oft größer sein wie die Fehler der kleineren Detailpunktdistanzen.

Im Falle 1 wird sich die Aufnahme eines größeren Complexes innerhalb $(A)(B)(C)$ mit dem absolut richtigen, also idealen Bilde desselben ebenso gut decken, wie die Aufnahme eines kleinen Complexes oder einer einzelnen Parcelle mit den entsprechenden idealen Bildern; im Falle 2 dagegen wird eine solche Deckfähigkeit im allgemeinen nur Aufnahmen kleinerer Complexe zukommen.

Die Praxis aber verlangt — wie schon seinerzeit betont wurde — in der Regel nur den letztbesprochenen Grad der Deckfähigkeit, toleriert also die der Netzeinschaltung eigenthümlichen allmähligen Verschiebungen der Dreiecke.

Schlussbemerkungen.

1. Aus der vorhergehenden Kritik der Punkt- und Netzeinschaltung ergeben sich naheliegende Consequenzen.

Sind die Dreiecke der 1. Ordnung nicht allzu groß, sehr gut bestimmt und die Apparate für die Bestimmung der Punkte der anderen Ordnungen scharf, so kann man die fortgesetzte Punkteinschaltung durchführen und dadurch den großen Vortheil der relativ einfachen Rechnung sichern.

Trifft jedoch eine oder die andere der citierten Bedingungen nicht zu, sind insbesondere die Dreiecke der 1. Ordnung sehr groß und nicht besonders scharf bestimmt, dann wird man sich für die Netzeinschaltung entschließen müssen. Man wird dann aber trachten, mit der Einschaltung des Netzes 2. Ordnung auszukommen und die Punkte der 3. und 4. Ordnung durch Punkteinschaltung bestimmen.

Eine Ausdehnung der Netzeinschaltung auf diese unteren Systeme wird sonst eine enorme Erweiterung der Rechenarbeit zur Folge haben.

Bei der Aufnahme **beschränkterer** Gebiete wird die Nothwendigkeit von **Netzeinschaltungen** überhaupt häufig entfallen. Man wird mit einem Netze oder einer Kette der 2. oder der 3. Ordnung beginnen und die Punkte der 3. und 4., resp. der 4. Ordnung allein durch **Punkteinschaltung** festlegen.

2. Bei Punkteinschaltungen werden in der Regel zur Bestimmung eines Punktes der 3. Ordnung z. B. außer Punkten der 2. Ordnung auch bereits festgelegte, benachbarte Punkte der 3. Ordnung benützt und so behandelt wie Punkte der 2. Ordnung. Man lässt diese Punkte der 3. Ordnung im Range gewissermaßen aufsteigen.

Wenn man sich diesen Vorgang consequent durchgeführt denkt, so ergibt sich eine Disposition, wie sie in der Fig. 52 auf Taf. 9 angedeutet ist. In derselben erscheinen nämlich bei der Bestimmung der Punkte 3. Ordnung nicht nur die von den Punkten 2. Ordnung ausgehenden Strahlen berücksichtigt, sondern es spielen auch jene Winkel eine Rolle, welche die Verbindungsgeraden der benachbarten Punkte 3. Ordnung miteinander einschließen.

Der angedeutete Vorgang ist schon mit Rücksicht darauf, dass die Punkte der 3. Ordnung aus **ungleichwertigen** Punkten (Punkten der 2. und 3. Ordnung) bestimmt werden, nicht recht zu billigen. Abgesehen davon, ist aber auch sonst der Effect einer solchen, übrigens nur selten **consequent** durchführbaren Disposition kein bedeutender, weil die Punkte der 3. Ordnung trotz der Verbesserung, welche der größte Theil der Dreiecke dieser Ordnung erfährt, nach wie vor an ihre Genauigkeitskreise gebunden bleiben.[1]

---

[1] Es ist dies auf Grund der Fig. 53 auf Taf. 9 nicht schwer einzusehen. Das unter 2 beschriebene Verfahren besteht nämlich — im Grunde genommen — aus der Bestimmung der Punkte A und B durch gewöhnliche Punkteinschaltung, und aus der darauf folgenden Ableitung der stark ausgezogenen Dreiecke 3. Ordnung aus AB und den vorher besprochenen Winkeln dieser Dreiecke, bei welcher Ableitung aber durch Verwendung von Strahlen aus den Punkten der 2. Ordnung dafür gesorgt wird, dass die Punkte der 3. Ordnung innerhalb ihrer Genauigkeitskreise verbleiben oder stabilisiert werden.

Würde das Letztere nicht geschehen, so kämen infolge der bei der Bestimmung des stark ausgezogenen Dreieckssystems 3. Ordnung naturgemäß

3. Vom wissenschaftlichen Standpunkte aus ist die beste Methode ein Punktsystem der 2., der 3. oder der 4. Ordnung aus einem System der nächsthöheren Ordnung abzuleiten, jene Methode, welche einen organischen Zusammenhang der Punktlagen sichert — also die Methode der Netzeinschaltung.

Leider ist ihre Durchführung an zumeist sehr schwierige und zeitraubende Berechnungsarbeiten gebunden.

Man kann nun diese Arbeiten wesentlich reducieren, indem man das einzuschaltende Netz in Ketten zerlegt und diese zwischen die entsprechenden Punkte der nächsthöheren Ordnung einhängt. So z. B. kann man sich das Netz 3. Ordnung in Fig. 54 (Taf. 9) in 3 Ketten ($\bar{A}ABCDEF\bar{B}$, $\bar{B}EGHIK\bar{C}$, $\bar{C}LKMNAO\bar{A}$) zerlegt denken. Das rechnerische Princip, welches hiebei zur Anwendung kommt, stimmt mit dem seinerzeit besprochenen vollkommen überein, doch ist die Rechnung selbst, wie eine einfache Überlegung lehrt, ungleich leichter ausführbar.

In dem Augenblicke aber, in welchem man sich zu einer solchen „kettenweisen“ Einschaltung oder „Ketteneinschaltung“ entschließt, stößt man auf einen großen Übelstand. Einzelne Punkte des Systems 2. Ordnung (hier A, E und K) gehören nämlich je 2 Ketten an und ergeben sich somit zweimal — natürlich verschieden. Schafft man die erhaltenen Doppelpunkte dadurch weg, dass man die Mittelpunkte der von ihnen begrenzten kurzen Strecken benützt, so werden einzelne der bereits fertiggerechneten Dreiecke wieder verändert, was nicht befriedigen kann und unwissenschaftlich ist. Im übrigen entstehen auf Grund der besprochenen Ketteneinschaltung einzelne Dreiecke der 2. Ordnung (hier z. B. Dreieck CNH), deren Eckpunkte in gar keiner Beziehung zu einander stehen, die vielmehr ganz unabhängig bestimmt erscheinen.

Auf Grund des Gesagten gehört die Ketteneinschaltung eigentlich in das Gebiet der Punkteinschaltungen und sind die Vor- und Nachtheile der letzteren auch ihr eigen. Sie wird angewendet, wenn das Terrain keine Übersicht gewährt und die Berechnung möglichst einfach sein soll.

---

auftretenden Fehleransammlung, der hier keine Ausgleichung folgt, bei $\bar{A}$, $\bar{B}$ und $\bar{C}$ je zwei Dreiecke der 3. Ordnung zum Vorschein, die in der Regel ganz unbrauchbar wären.

Anhang.

Die Aufgabe des österreichischen Katasters bestand in erster Linie darin, große Theile Cisleithaniens auf Ebenen in möglichst einfacher Weise und derart darzustellen, dass die den Darstellungen naturgemäß anhaftenden Verzerrungen im Maßstabe 1 : 2880 verschwinden oder wenigstens mit Rücksicht auf die Zwecke der Katastralaufnahme toleriert werden können.

Zu diesem Behufe wurde das Gesammtgebiet Cisleithaniens in sieben Complexe (einzelne Länder und Ländergruppen) zerlegt, innerhalb eines jeden derselben ein „Hauptpunkt" gewählt, durch diesen eine horizontale Ebene gedacht und auf ihr die Darstellung des Complexes so durchgeführt, als wäre die Fläche desselben eine Ebene.[1])

Bei Neuvermessungen, bei denen nicht mehr das Verhältnis 1 : 2880, sondern 1 : 2500 (in besonderen Fällen 1 : 1250 und 1 : 625, in neuester Zeit auch 1 : 2000 und 1 : 1000) benützt wird, theilt man den betreffenden Complex in folgender Weise ein:

Man denkt sich in der Darstellungsebene durch den Hauptpunkt P (Fig. 55, Taf. 9) eine Gerade in der Richtung NS (Nord-Süd) und eine 2. in der Richtung OW (Ost-West) gezogen. Die

---

[1]) Um die bedeutenden Verzerrungen, welche sich aus diesem Vorgange — besonders für die größeren der sieben Complexe — ergeben hätten, zu vermindern, wurden bei der Ausgleichung der trigonometrischen Netze soweit als möglich auch die wirklichen, unverzerrten, d. h. aus sphärisch durchgeführten Triangulierungen abgeleiteten Längen von Dreieckseiten der 1. Ordnung berücksichtigt, was zur Folge hat, dass selbst die an den Peripherien der größeren Complexe liegenden Theile der trigonometrischen Netze den Anforderungen, welche die Praxis an sie stellt, genügen.

Nicht uninteressant ist — vom theoretischen Standpunkte aus — die Thatsache, dass die den österreichischen Katastralaufnahmen eigenthümlichen, praktisch bekanntlich belanglosen Verzerrungen in einer Weise auftreten, welcher naturgemäß eine mathematische Gesetzmäßigkeit fehlt.

Ungarn benützt drei Hauptpunkte und eine Darstellungsmethode, die gesetzmäßige Verzerrungen zur Folge hat, nämlich die stereographische Projectionsmethode (Näheres: „Technische Anleitung zur Ausführung der trigonometrischen Operationen des Katasters von Johann Marek, Budapest 1875.)

Die Katastralaufnahme des Königreiches Preußen fußt auf der Annahme von 40 Hauptpunkten, also 40 Darstellungsebenen und auf der Verwendung von sphärischen Coordinaten (System Soldner), die aber innerhalb der 40 Complexe als ebene aufgetragen werden.

erste Gerade bildet die Abscissenachse, die zweite die Ordinatenachse, der Hauptpunkt den Ursprung oder den Nullpunkt des Coordinatensystems, auf welches die zu bestimmenden Triangulierungspunkte der verschiedenen Ordnungen bezogen werden.

Die beiden Achsen theilen den Complex in vier Quadranten. Zu beiden Seiten der Abscissenachse werden in Abständen von 8000 *m*, zu beiden Seiten der Ordinatenachse in Abständen von 10.000 *m* Parallele gezogen. Dadurch entstehen Rechtecke, die man „Triangulierungsblätter", „Triangulierungssectionen" oder „Landesrechtecke" nennt. Indem man ferner die kürzere Seite des Triangulierungsblattes in fünf, die längere in acht gleiche Theile zerlegt und durch die Theilungspunkte Parallele zu *NS*, respective *OW* zieht, theilt man das Triangulierungsblatt in 40 gleiche Rechtecke von 1600 *m* Länge und 1250 *m* Höhe, also 200 Hektaren Fläche, welche Rechtecke bekanntlich „Aufnahmssectionen" genannt werden. Im Maßstabe 1 : 2500 ist eine Aufnahmssection 64 *cm* lang und 50 *cm* hoch.

Es ist nun eine, übrigens bereits bekannte Regel die Triangulierungspunkte der 4. Ordnung derart anzunehmen, dass mindestens drei auf eine „Aufnahmssection" fallen.

Von Netzpunkten der 3. Ordnung sollen je drei auf ein „Triangulierungsblatt" fallen.

Die Ableitung der Punkte irgendeiner Ordnung aus der nächsthöheren erfolgt zumeist nach der Methode der Punkteinschaltung. Hiebei kommt das Vorwärtsabschneiden aus mehr als 2, das Rückwärtseinschneiden aus mehr als 3 und das sogenannte „combinierte Einschneiden" zur Verwendung. Zur Einschaltung von Punkten irgendeiner Ordnung benützt man auch bereits bestimmte, benachbarte Punkte derselben Ordnung, welche somit im Range aufsteigen.

Die Coordinaten von Triangulierungspunkten der 1., 2. und 3. Ordnung werden rechnerisch, jene der Punkte 4. Ordnung jedoch auch durch „graphische Ausgleichung" bestimmt. Bezüglich der Festlegung der Detailträger und des Details sind 2 wesentlich verschiedene Methoden zu unterscheiden, und zwar:

1. Die ältere oder Messtischmethode und
2. die neuere oder Theodolith- auch Polygonalmethode.

Die Methode 1, welche den Messtisch benützt und gegenwärtig nur selten angewendet wird, bestimmt die Detailträger (hier

Standpunkte des Messtisches) in der Regel durch „Rayon und Schnitt", durch „seitlichen Schnitt" oder auch durch „Rückwärtseinschneiden", — die Detailpunkte durch „Rayon und Schnitt" und „Rayon und Maß"[1]). Doch kommt es auch vor, dass wegen Mangel an Übersicht einzelne Detailpunkte mit Hilfe von rechtwinkeligen Coordinaten oder durch Lineartriangulierung und ganze Gruppen von Detailpunkten mit Hilfe von Traversen oder selbst durch Polygonisierung festgelegt werden.[2])

Die Methode 2, welche das wichtigste und feinste Winkel-Messinstrument, nämlich den Theodolithen benützt und gegenwärtig zumeist angewendet wird, besteht im Principe darin, dass man die Triangulierungspunkte der 4. Ordnung durch Hauptpolygonzüge, die Brechungspunkte dieser Züge durch Nebenpolygonzüge verbindet, in das so gewonnene Gerippe Messungslinien „einbindet" und das Detail an diese Linien anheftet. Das Letztere geschieht hauptsächlich mit Hilfe rechtwinkeliger Coordinaten und Traversen.

Die Polygonzüge sollen möglichst gestreckt angenommen werden. Auch die Messungslinien unterscheidet man in Haupt- und Nebenmessungslinien. Die Hauptmessungslinien gehen von trigonometrisch oder polygonometrisch bestimmten Punkten oder von Punkten in den Dreiecks- und Polygonseiten (Bindepunkten) aus und schließen wieder an derartige Punkte an. Die Nebenmessungslinien verbinden entweder Punkte der Hauptmessungslinien miteinander oder diese Punkte mit den oben erwähnten Punkten.

Den Feldarbeiten, welche die eben beschriebene Polygonalmethode bedingt, folgen natürlich noch Hausarbeiten, und zwar Berechnungen (Coordinaten der Brechungspunkte der Züge etc.) und Auftragungen.[3])

---

[1]) Durch „Rayon und Maß" besonders dann, wenn die Entfernungen der Detailpunkte vom Standpunkte optisch gemessen werden können.

[2]) Die in Traversen liegenden Punkte werden hier jedoch selten durch Längenmessungen bestimmt, sondern gewöhnlich als Schnittpunkte der Traversen mit Strahlen, welche von einem Standpunkte ausgehen.

[3]) Näheres hierüber in der „Instruction zur Ausführung der trigonometrischen und polygonometrischen Vermessungen behufs Herstellung neuer Pläne für die Zwecke des Grundsteuer-Katasters". Dritte Auflage. Wien, 1896.

Die Aufnahmen größerer Waldcomplexe untersche sich von den Katastralaufnahmen in Beziehung auf die Anna und Bestimmung der Netze im Wesen nicht. Die Triangulieru punkte der 4. Ordnung werden schließlich gerade so wie bei Polygonalmethode durch Hauptzüge verbunden, hierauf nach Be Nebenzüge bestimmt und endlich detailliert. Hier steht jedoch Detailanschluss mit Hilfe rechtwinkeliger Coordinaten n mehr so im Vordergrunde wie vorhin bei der Polygonalmethode Katasters.

Wegen mangelnder Übersicht müssen vielmehr ganze De punktgruppen, z. B. Bestandesgrenzen durch Polygonisierung die bekannte Detailpolygonisierung — bestimmt werden.

Entsprechend gelegene Punkte in Haupt- und Nebenzüg spielen dabei die Rolle von Detailträgern, nämlich von Stütz- u Knotenpunkten.[1])

[1]) Näheres hierüber in der „Instruction für die Begrenzung, Vermarku Vermessung und Betriebseinrichtung der österr. Staats- und Fondsforste".Wien 18

Taf. 1.

Fig. 2.

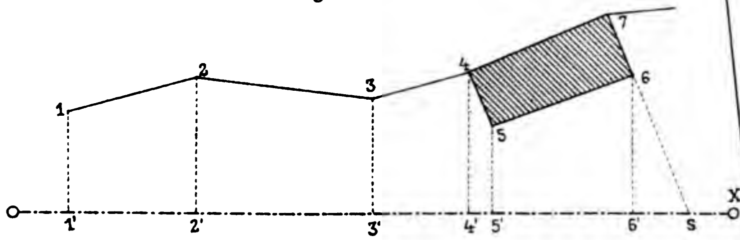
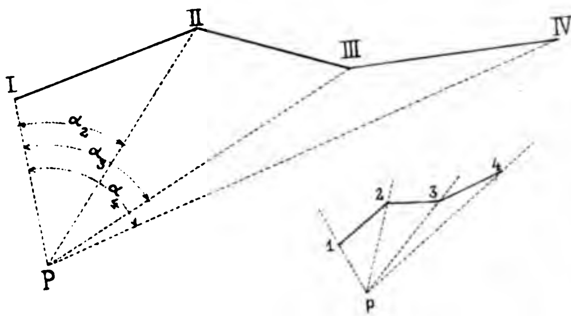


Fig. 5.



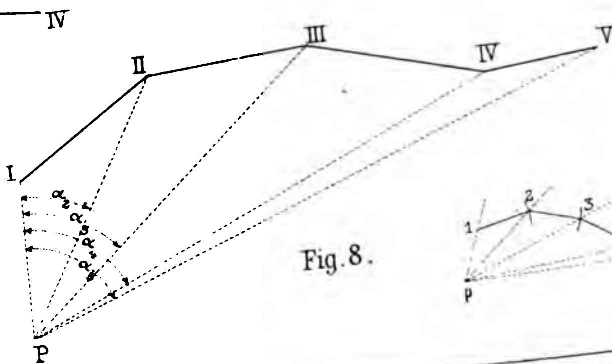


Fig. 8.

Lith. Anst v Th.Bannwarth Wien.

Druck von Rudolf M. Rohrer in Brünn.

GRUNDZÜGE

DER

NIEDEREN GEODÄSIE

VON

THEODOR TAPLA,
PROFESSOR AN DER K. K. HOCHSCHULE FÜR BODENKULTUR IN WIEN.

II.

INSTRUMENTENKUNDE.

MIT 25 LITHOGRAPHIERTEN TAFELN.

LEIPZIG UND WIEN.
FRANZ DEUTICKE.
1908.

Verlags-Nr. 1869.

Verlag von Franz Deuticke in Leipzig und Wien.

ADAMCZIK, Prof. Ing. J., Kompendium der Geodäsie. Mit 329 Figuren. 1901. Preis M. 10.—.
BARDAS, Dr. Walter, Verkehr und Verkehrspolitik in Volks- und Staatswirtschaft. 1907. M 3
BECKER, Prof. Dr. Anton, Methodik des geographischen Unterrichtes. Ein pädagogisch-didaktisc Handbuch für Lehramtskandidaten und Lehrer. 1905. M. 3.—.
BERICHT über den allgemeinen Bergmannstag in Wien, 21. bis 26. September 1903. Herausgege vom Komitee des allgemeinen Bergmannstages in Wien. 1904. Preis geb. M. 6.—.
BIDSCHOF, Dr. F., und VITAL, Dir. A., Fünfstellige mathematische und astronomische Tafeln 2 Gebrauche für Mathematiker, Astronomen, Geographen und Seeleute. Preis, geb. M. 7.50.
BIRK, dipl. Ing. Prof. Alfred, Der Wegebau. In seinen Grundzügen dargestellt für Studierende Praktiker.

I. Teil: Erdbau und Straßenbau. 1904. Preis M. 5.—.
II. Teil: Eisenbahnbau. Mit 178 Abbildungen im Text und 3 lithogr. Tafeln. 1906. Preis M. 7

BRONZIN, Prof. Vinzenz, Lehrbuch der politischen Arithmetik. Zum Gebrauche an höheren Hand schulen (Handelsakademien) sowie zum Selbstunterricht. 1906. Preis, geb. M. 2.50 = K 3.—.
BRONZIN, Prof. V., Theorie der Prämiengeschäfte. 1908. Preis M. 2.50.
BRUHNS, Prof. Dr. W., Elemente der Kristallographie. Mit 346 Figuren im Text. 1902. Preis M. 7
CAPPILLERI, Einführung in die Ausgleichungsrechnung. (Methode der kleinsten Quadrate.) 1907. M 3
CZUBER, Prof. E., A. de Moivre's Abhandlung über Leibrenten. Ins Deutsche übertragen und Anmerkungen versehen. 1906. Preis M. 4.—.
DAUB, Konstr. Herm., Die Kostenanschläge der Hochbauten. Mit 18 Figuren und 3 Tafeln. Preis M. 5
DAUB, Doz. Hermann, Hochbaukunde. 1906.

I. Teil: Baustoffe. Mit 283 Figuren im Text. 1905. Preis M. 5.—.
II. Teil: Träger, Stützen, Mauern, Decken, Dächer. Mit 1083 Figuren. Preis M. 8.—.
III. Teil: Stiegen, Türen, Fenster, Abfuhr der Abfallstoffe, Vorbauten, Heizung, Lüftung, Fun mente, Holzbau, Eiserner Fachwerksbau. Mit 404 Figuren. Preis M. 3.50.
IV. Teil: Bauführung. Mit 49 Figuren. Preis M. 3.50.

DAUB, Doz. H., Vereinfachte Ermittlung der gleichförmig belasteten gewalzten I-, [- und ⅃-Trä bei Hochbauten. 1906. Preis M. 2.50.
DEMUTH, Prof. Th., Mechanische Technologie der Metalle und des Holzes. Ein Lehr- und Hilfsb für Studierende sowie zum Selbstunterricht. Mit 488 in den Text gedruckten Abbildungen u 9 Tafeln. 1907. M. 7.—.
DONATH, Prof. Ed., Über den Zug und die Kontrolle der Dampfkesselfeuerungen. Preis M. 4.—.
DONATH, Prof. Ed., Der Graphit. Eine chemisch-technische Monographie. 1904. Preis M. 6.—.
DONATH, Prof. E., und FRENZEL, Prof. Dr. K., Die technische Ausnützung des athmosphärisc Stickstoffes. 1907. M. 7.—.
EDLER, Ing., Prof. R., Elemente der elektromechanischen Konstruktionen. Mit einem Atlas v 40 lithogr. Tafeln. Preis kart. M. 5.50.
EXNER, Prof. Franz, und HASCHEK, Dr. E., Wellenlängentabellen für spektralanalytische Unt suchungen auf Grund der ultravioletten Funkenspektren der Elemente. Preis M. 16.—.
EXNER, Prof. Franz, und HASCHEK, Dr. E., Wellenlängentabellen für spektralanalytische Unt suchungen auf Grund der ultravioletten Bogenspektren der Elemente. Zwei Teile. Preis M 25.
FRENZEL, Prof. Dr. C., Über die Grundlagen der exakten Naturwissenschaften. 1905. Preis M. 3.
FÜHRER für die geologischen Exkursionen in Österreich. Herausgegeben vom IX. international Geologenkongreß 1903. Preis M. 25.—.
GEIKIE, Archibald, Anleitung zu geologischen Aufnahmen. Deutsch von Karl v. Terzaghi. Mit 86 Ab im Text. 1906. Preis M. 3.—.
GELCICH, Reg.-Rat Dir. E., Die astronomische Bestimmung der geographischen Koordinaten. M 46 Holzschnitten im Text. Preis M. 5.—.
GEORGIEVICS, Prof. Dr. Georg v., Lehrbuch der chemischen Technologie der Gespinstfasern.

I. Teil: Die Farbenchemie. Dritte Auflage. Preis M. 10.—.
II. Teil: Gespinstfasern, Wäscherei, Bleicherei, Färberei, Druckerei, Appretur. Mit 47 Abbildung Preis M. 9.—.

GÖTZ, Prof. Dr. Wilh., Historische Geographie. Beispiele und Grundlinien. 1904. Preis M. 10.50.
GRAETZ, Prof. Dr. L., Kompendium der Physik. Dritte Auflage. Mit 275 Abbildungen. Preis M. 8.
GÜNTHER. Prof. Dr. Siegmund, Geschichte der Erdkunde. 1904. Preis M. 11.60.
GUTTENBERG, Prof. Ad. R. v., Die Forstbetriebseinrichtung. Für Studierende und ausübende Fac männer. Mit 2 Tafeln in Farbendruck und 31 Figuren im Texte. Preis M. 9.—.
HAUSSNER, Prof. A., Vorlesungen über mechanische Technologie der Faserstoffe, Spinnerei, Weber Papierfabrikation. I. Teil. 1906. Preis M. 7.—. II. Teil. 1907. Preis M. 7.—.
HERZ, Prof. Dr. N., Geodäsie. Eine Darstellung der Methoden für die Terrainaufnahme, Land vermessung und Erdmessung. Mit einem Anhange: Anleitung zu astronomischen, geodätisch und kartographischen Arbeiten auf Forschungsreisen. Mit 3 Steindrucktafeln und 280 Figuren i Texte. 1905. Preis M. 14.—.
KAINDL, Prof. Dr. K. F., Die Volkskunde. Ihre Bedeutung, ihre Ziele und ihre Methode, mit b sonderer Berücksichtigung ihrer Verhältnisse zu den historischen Wissenschaften. Ein Leitfad zur Einführung in die Volksforschung. Mit 59 Abbildungen. 1903. Preis M. 6.—.
KICK, Reg.-Rat Prof. F., Vorlesungen über mechanische Technologie der Metalle, des Holzes, d Steine und anderer formbarer Materialien. Mit 689 Abbildungen. Preis M. 14.—.
KIRSCHNER, Doz. Ludwig, Grundriß der Erzaufbereitung.

I. Teil: Handscheidung, Zerkleinerung, Abläutern und Übersicht der Separation. Mit 9 Tafe und 5 Abbildungen im Text. Preis M. 4.—.
II. Teil: Klassierung, Separation der Klassen, Sortierung, Separation der Sorten, Goldaufbereitu und magnetische Aufbereitung. Mit 17 Tafeln und 10 Abbildungen im Text. Preis M. 9.—.

KLAUSER und LAHN, Lehrbuch der Vermessungskunde. Für den Gebrauch an Gewerbeschul zugleich als Hilfsbuch für Bau- und Maschinentechniker. Dritte Auflage herausgegeben von In Prof. A. Cappilleri. 1906. Preis M. 3.— = K 3.60.
KOBES, Prof. Dr. K., Der Druck auf den Spurzapfen der Reaktionsturbinen und Kreiselpumpen. M. 6.
KOHN, Prof. M., Elemente der Elektrotechnik. Nach Vorträgen, gehalten im Montanistischen Verei in Pilsen. Mit 121 Abbildungen. 1902. Preis M. 2.50.
KROLL, Prof. M., Lehrbuch der Elektrotechnik für technische Mittelschulen und angehende Pra tiker. Mit 595 Abbildungen im Text. 1904. Preis M. 6.—.
LANGRIDGE, Henry S., English Commerciae correspondence. 1907. Preis M. 3.—.
LIZNAR, Prof. J., Die barometrische Höhenmessung. Mit neuen Tafeln, welche den Höhenunterschie ohne Zuhilfenahme von Logarithmen zu berechnen gestatten. 1904. Preis M. 2.—.

GRUNDZÜGE

DER

NIEDEREN GEODÄSIE

VON

THEODOR TAPLA,

PROFESSOR AN DER K. K. HOCHSCHULE FÜR BODENKULTUR IN WIEN.

II.

INSTRUMENTENKUNDE.

MIT 25 LITHOGRAPHIERTEN TAFELN.

LEIPZIG UND WIEN.

FRANZ DEUTICKE.

1908.

Inhaltsverzeichnis.

Berichtigungen.

Auf Seite 14, Zeile 10: $L_1 \alpha L_2$ statt $L_2 \alpha L_1$.

" " 32 fehlt zur Zeile 21 folgende Fußnote: „Im allgemeinen erblickt man im Prisma zwei Bilder von *A*. Das richtige bleibt unbeweglich, wenn man das Instrument um seine Vertikalachse dreht und ist auch weniger hell wie das falsche.

Auf Seite 122, Zeile 20: $\frac{m}{M}$ statt $\frac{M}{m}$.

" " 130, Zeile 14 von unten: $P'AP''$ statt $P'aP''$.

" " 138, Zeile 10: „in der Alhidade" statt „im Steg".

" " 161, Zeile 8: *d* statt *f*.

" " 167, vorletzte und letzte Zeile: $\sin^2\varphi$ statt $\sin 2\varphi$.

" " 180, Zeile 12: $11{\cdot}12 \times 2 = 22{\cdot}24$ statt $11 . 12 . 2 = 22 . 24^m$.

" " 180, Zeile 13: $11{\cdot}77 \times 2 = 23{\cdot}54$ statt $11 . 77 . 2 = 23 . 54$.

" " 181, Zeile 5: fehlt nach dem Worte „oben" das Wort „und".

" " 198, Zeile 11: ε) statt δ).

" " 200, Zeile 11: (Fig. 211 a) statt (Fig. 111 a).

" " 215, Zeile 18: φ) statt ε).

Instrumentenkunde.

Programm.

A. Einleitung.

B. Vorbereitung des Vermessungsgebietes für die Zwecke der Vermessung.

C. Instrumente und Geräte zum Abstecken gerader Linien und zum direkten Längenmessen. — Das Abstecken und Längenmessen selbst.

D. Instrumente zum Abstecken rechter Winkel und deren Verwendung.

E. Instrumente zur Bestimmung der Horizontalprojektion von Feldwinkeln und ihr Gebrauch.

F. Instrumente zur Höhenunterschiedbestimmung.

G. Instrumente zur optischen Distanzmessung.

Ad *A.* Einleitung.

Dieselbe betrifft einige einfache mathematische Begriffe, welche in der geodätischen Praxis eine bedeutende Rolle spielen, und zwar:

a) den „Radius in Sekunden",

b) die „Bogensekunden-Formel" und

c) den Sinus von einer Sekunde.

Ad *a*) Unter dem „Radius in Sekunden" versteht man jenen Winkel *aob* (Fig. 1, Taf. 1) in Sekunden, den man erhält, wenn man den Radius *r* auf den Kreis als Bogen aufträgt und die Enden dieses Bogens *a* und *b* mit dem Zentrum *o* geradlinig verbindet.

Man kann dann sagen: $\widehat{r} : \widehat{2\pi r} = x'' : 360 . 60 . 60''$ oder

$$1 : 2\pi = x'' : 1296000'', \text{ daher}$$

$$x'' = \frac{1}{2\pi} . 1296000'' \doteq 206265'', \text{ das}$$

heißt der Winkel *aob* enthält annähernd 206265″ oder der „Radius in Sekunden“, das ist r'', ist annähernd = 206265″.

Ad *b*) Wenn man den Radius r und eine beliebige Strecke β auf den mit r beschriebenen Kreis (Fig. 2, Taf. 1) aufträgt und die Enden der Bögen, das heißt die Punkte a und b respektive c und d mit dem Zentrum o geradlinig verbindet, so kann man offenbar sagen: $\widehat{r} : \widehat{\beta} = r'' : \beta''$ oder auch $\widehat{r} . \beta'' = \widehat{\beta} . r''$.

Diese Gleichung pflegt man die „Bogensekundenformel“ zu nennen. Sie läßt sich leicht merken. Auf jeder Seite kommen nämlich r und β als Faktoren vor; einmal bedeutet r einen Bogen, also eine Länge, β eine Sekundenzahl, das andere Mal bedeutet β einen Bogen, r dagegen die bekannte Größe 206265″.

Die Wichtigkeit der Bogensekundenformel ergibt sich schon aus den folgenden Beispielen ihrer Verwendung.

Beispiel 1.

Um die beiläufige Länge des Erdradius zu bestimmen, hat man den Bogen *ab* des Meridians (Fig. 3, Taf. 1) gemessen und in den Endpunkten a und b die sogenannten Polhöhen bestimmt. Man versteht darunter die Neigungen der Erdachse gegen die Horizonte von a und b, also die Winkel α respektive β. Die Erdachsenrichtung wurde durch die Visuren von a und b nach dem Weltpol P fixiert. Zur Bestimmung von r hat man nun den Bogen *ab*, den Wert 206265″ und den Zentriwinkel $\gamma = \alpha - \beta$. Man kann also schreiben:

$$r^m \gamma'' = 206265'' \, ab^m \text{ und } r^m = \frac{206265''}{\gamma''} . ab^m.$$

Für zusammengehörige Zahlenwerte von γ und *ab* wird sich $r \doteq 6370000^m$ ergeben.

Beispiel 2.

Was für einen Winkel schließen die Schnüre zweier Lote ein, wenn die Lotstationen 1^{km} voneinander entfernt sind?

Hier kann man sagen:

$$6370000^m . x'' = 206265'' . 1000^m ; \; x'' \doteq 32''.$$

Beispiel 3.

Wie weit stehen zwei Punkte auf der Erdoberfläche voneinander ab, wenn ihre Lotrichtungen um 1″ voneinander abweichen?

Man kann hier schreiben:

$$x^m . 206265'' = 1'' . 6370000^m ; \; x^m \doteq 31^m.$$

Beispiel 4.

Ein Punkt wird nach der Polarmethode festgelegt. Die Entfernung desselben vom Pole beträgt 173·5 ^{m}. Der Winkel, der zur Bestimmung dient, ist mit einem Fehler von höchstens 30″ behaftet. Wieviel wird die seitliche Abweichung des Punktes von der Wahrheit im ungünstigsten Falle betragen?

Man kann hier offenbar folgende Relation aufstellen:

$$x^m . 206265'' = 30''. 173{\cdot}5^m.$$

Daraus ergibt sich $x^m \doteq 0{\cdot}025^m$.

Ad *c*) Wenn in Fig. 4 auf Taf. 1 *b* der Bogen ist, der zu einem Winkel von 1″ gehört, so kann man sagen:

$$b^m : 1^m = 1'' : 206265'' \text{ oder } b^m = 1^m \frac{1''}{206265''} \text{ oder } \frac{b^m}{1^m} = \frac{1''}{206265''}.$$

Mit Rücksicht darauf, daß der Bogen *b* für einen Winkel von 1″ nahezu ebenso lang ist wie das Perpendikel, welches sich vom oberen Ende dieses Bogens auf den horizontalen Radius fällen läßt, kann man $\frac{b^m}{1^m}$ als *sin* 1″ betrachten und daher schreiben:

$$\sin 1'' = \frac{1}{206265}.$$

Ad *B*. Vorbereitung des Vermessungsgebietes für die Zwecke der Vermessung.

Dieselbe besteht in der entsprechenden Bezeichnung der aufzunehmenden Punkte, in Maßregeln zur Sicherung derselben und zur Orientierung.

Die Art der Punktbezeichnung ist von einer Menge von Umständen abhängig — hauptsächlich von den Entfernungen der zu bestimmenden Punkte von den Beobachtungsstationen, von der Dauer ihrer Verwendung und von der Wichtigkeit der zu bezeichnenden Punkte respektive von der Genauigkeit der Punktbestimmung. —

Man unterscheidet bekanntlich Netz- und Detailpunkte.[1])

Von Netzpunkten sind in erster Linie die Triangulierungspunkte ins Auge zu fassen. Es sind dies die Eckpunkte jener

[1]) Zu den Netzpunkten zählen auch die Detailträger.

Dreiecke, welche die Grundlage größerer Aufnahmen bilden und im Hefte I der „Grundzüge der niederen Geodäsie" eingehend besprochen worden sind.

Sie werden in „Standpunkte" und „Fixpunkte" unterschieden.

„Standpunkte" nennt man diejenigen Triangulierungspunkte, auf denen Winkelmeßinstrumente aufgestellt, also Winkel gemessen werden können und die sich von anderen Punkten beobachten lassen.

Als „Fixpunkte" werden jene Punkte bezeichnet, die wohl von anderen Punkten beobachtet werden können, auf denen aber ein Winkelmeßinstrument nicht aufgestellt werden kann, z. B. Blitzableiter, Turmspitzen, Martersäulen, Wipfel isoliert stehender hoher Bäume usw.

Die Standpunkte der 1., 2. und gewöhnlich auch jene der 3. Ordnung werden mit sogenannten Triangulierungspyramiden bezeichnet, die der 4. und mitunter auch jene der 3. in weit einfacherer Art. Es herrscht in dieser Beziehung durchaus keine Einheitlichkeit und die folgenden Skizzen betreffen Typen, zu denen noch zahlreiche Varianten gezeichnet werden könnten.

Fig. 5 auf Taf. 1 stellt eine Triangulierungspyramide für einen Punkt der 3. Ordnung der preußischen Landesaufnahme vor. *P* ist eine aus 4 rohgezimmerten Balken gebaute vierseitige Pyramide. Die Balken sind im Boden entsprechend verankert, ferner mit einem Diagonalenkreuz und mit einer Bretterverschalung in der Nähe der Spitze vollkommen steif gemacht. *S* ist die aus der Spitze herausragende Signalstange (zirka 10^{cm} stark), oben mit 2, 3 oder 4 horizontalen Brettchen (sogenannten Schaufeln) versehen. Verschalung, Signalstange und Schaufeln sind gewöhnlich mit Kalk angestrichen.

Vertikal unter der Signalstange ist der den Punkt markierende Stein mit einem eingemeißelten Kreuz. Derselbe — der „Pfeiler" — steht auf einer unterirdisch versetzten, den Punkt sichernden Steinplatte („Platte"), die gleichfalls mit einem Kreuze bezeichnet ist. Die mit den 2 Kreuzen markierten Punkte liegen in der vertikalen Achse der Signalstange *S*.

Ein in dieser Art ausgerüsteter Standpunkt erscheint unterirdisch gesichert, oberirdisch markiert und signalisiert.

Fig. 6 auf Taf. 1 zeigt die Bezeichnung von Punkten der 4.,

eventuell auch der 3. Ordnung mit exzentrischen Signalstangen, wie sie in Süddeutschland (Baden, Bayern, Württemberg) üblich ist.

Aus Fig. 7 auf Taf. 1 ist die Markierung von Punkten der 4., eventuell 3. Ordnung im ehemaligen Kurhessen zu ersehen.

Fig. 8 auf Taf. 1 betrifft eine häufige Bezeichnung von Triangulierungspunkten der 4., eventuell 3. Ordnung in Österreich.

Die Stange ist im unteren Teile quadratisch, im oberen rund gearbeitet. Statt der quadratischen Hülse oder des quadratischen „Kastens" *H* benutzt man mitunter ein Stück Brunnenrohr, in welchem Falle natürlich die Signalstange auch unten zylindrisch gehobelt ist.

Statt der Schaufeln am oberen Ende der Signalstangen verwendet man mitunter Strohbündel von der aus Fig. 9 auf Taf. 1 ersichtlichen Art. Man kann dann die Punkte der 3. Ordnung mit Schaufeln, jene der 4. Ordnung mit Strohbündeln charakterisieren.

Wie aus den skizzierten Typen hervorgeht, haben Pyramiden den Vorteil, daß man auf den mit ihnen bezeichneten Punkten beobachten kann und diese Punkte selbst gleichzeitig von anderen Stationen beobachtet werden können.

In den aus den Figuren 6—9 ersichtlichen Fällen der Bezeichnung dagegen ist dies nicht möglich. Hier muß das Signal entfernt werden, sobald das Winkelinstrument über den Punkt gestellt werden soll.

Fixpunkte sind — wie bereits erwähnt wurde — Blitzableiter, Turmspitzen, Martersäulen und Baumsignale.

Mitunter stellt man aber noch „künstliche" Fixpunkte auf. Dieselben bestehen dann aus einer Signalstange, deren unteres Ende zugeschärft, in die Erde gesteckt und mit drei Stangen gehörig verspreizt wird. Die unteren Enden dieser „Spreizen" stecken im Boden, die oberen sind an die Signalstangen festgenagelt oder festgebunden. Das obere Ende der Signalstange ist mit zwei oder mehr Schaufeln versehen. Die Signalstange ist häufig nur geschält, nicht gestrichen, die Schaufeln nur licht gehobelt (Fig. 10, Taf. 1).

Die Bezeichnung der sonstigen Netzpunkte, also der Eckpunkte von Netzpolygonen, der Brechungspunkte von Polygonzügen usw. erfolgt gleichfalls in mannigfaltiger Weise. Man verwendet zugehauene Steine mit eingemeißeltem Kreuze oder eingesetztem Eisenbolzen, starke Pflöcke von Holz oder — im steinigen Terrain, z. B.

auf Straßen — von Eisen, kurze Gasröhren, Siede- und Drainröhren usw. Die übliche Dimensionierung der Holz- und Eisenpflöcke ist aus den Fig. 11 und 12 auf Taf. 1 zu ersehen.

Die in Verwendung stehenden Röhren werden gewöhnlich 30^{cm} lang gemacht, mit ihrem oberen Ende zirka 20^{cm} unter die Erdoberfläche gestellt und mit einem entsprechend markierten Steine — der sogenannten „Kappe" — gedeckt.

Das Signalisieren von derlei Punkten oder deren Bezeichnung für die Dauer des Visierens oder Anzielens erfolgt mit sogenannten Absteckstäben (auch Fluchtstäben, Pikierstäben, Visierstäben oder Baken). Es sind dies rotweißgestrichene, zirka 3^{m} lange, zylindrisch gehobelte Stäbe von ungefähr 5^{cm} Durchmesser, unten mit einem eisernen Schuh versehen, dessen Spitze in der Achse des Stabes liegen muß (Fig. 13, Taf. 1).

In den Fig. 11 und 12 wird die Spitze des Absteckstabes zum Nagel gestellt beziehungsweise in das Loch gesteckt und der Absteckstab vom Hilfsarbeiter vertikal gehalten oder an eine Art zusammenlegbares Stativ — die aus drei einfachen Holzstäben zusammengesetzte „Spinne" — in vertikaler Lage angebunden (Fig. 14, Taf. 2).

Werden Röhren zum Markieren der Punkte benutzt, so steckt man den Schuh des Absteckstabes nach Beseitigung der „Kappe" in die Röhre und verhält sich im übrigen wie früher.

Oft genügt es, den Absteckstab in die Zielrichtung etwa eine Spanne weit vor oder hinter den Pflock respektive das Rohr in die Erde zu stecken.

Es ist selbstverständlich, daß man — in vielen Fällen wenigstens — für eine entsprechende Sicherung der bezeichneten Punkte sorgen muß. Besonders die mit Eisennägeln markierten Straßenpunkte werden leicht verfahren oder herausgerissen. Die Sicherung erfolgt hier am einfachsten durch Einmessung dieser Punkte auf unverrückbare Hausecken oder auf in die Hauswände eingeschlagene starke Eisenbolzen. Ein Beispiel dieser Art ist in der Fig. 15 auf Taf. 2 enthalten.

Hier erscheint der Punkt XXI durch seine Abstände von den Bolzen 1 und 2 und der Hausecke 3 vollkommen bestimmt (ja überbestimmt) respektive gesichert.

In analoger Weise kann man auch Triangulierungspunkte

oberirdisch sichern. So z. B. erscheint in Fig. 16 auf Taf. 2 eine Hülse zur Aufnahme einer Signalstange der 4. Ordnung durch vier unauffällig eingeschlagene Pflöckchen — wenigstens für kurze Zeit — gesichert.

Was die Bezeichnung der Detailpunkte anbelangt, so sind diese häufig schon von Natur aus scharf bezeichnet und werden dann höchstens noch für die Dauer der Aufnahme numeriert. Solche Punkte sind z. B. Hausecken, Grenzsteine, Zaunecken. Die Numeration erfolgt dann durch Einschlagen sogenannter Pikette in die Nähe der fraglichen Detailpunkte. Pikette sind Schindeln von zirka 40^{cm} Länge, $8—10^{cm}$ Breite und 1^{cm} Dicke, zugespitzt und mit Rot- oder Blaustift entsprechend bezeichnet.

Die sonstigen weniger scharf bezeichneten Detailpunkte, wie nicht ausgesteinte Ecken von Feld-, Wiesen-, Waldparzellen, von Flußufern usw. müssen für die Dauer der Aufnahme mit Piketten bezeichnet oder „ausgepflockt" werden. Die Auspflockungen müssen selbstverständlich mit Beiziehung der Interessenten, d. h. der Anrainer erfolgen und sind hierbei Skizzen anzufertigen.

Das Bezeichnen der ausgepflockten oder bloß numerierten Detailpunkte für die Dauer des Anvisierens oder Anzielens oder das „Signalisieren" erfolgt mit gewöhnlichen Absteckstäben oder mit Absteckstäben, die mit rotweißen Fahnentüchern versehen sind („Figurierfahnen") oder auch mit „Nivellierlatten zum Selbstablesen", von denen später gesprochen werden wird. Alle diese Signale sind knapp an das Pikett und vertikal zu halten.

Von großer Wichtigkeit ist das Verhalten bei der Auspflockung von Kurven. Man wird sich hier nämlich regelmäßig fragen, in welchen Entfernungen die Pflöcke geschlagen werden sollen. Bei numerischen Aufnahmen, welche Flächenbestimmungen, Flächeneinteilungen, Grenzregulierungen und Grenzsicherungen bezwecken, hängt die Dichtigkeit der Pflöcke von der Genauigkeit der letzteren Arbeiten ab, bei Aufnahmen dagegen, welche die Herstellung von Karten oder Plänen zum Ziele haben, vom Maßstabe.

Wenn z. B. das Kurvenstück $(n-1), n, (n+1)$ (Fig. 17, Taf. 2) ausgepflockt werden soll und die Pfeilhöhe nn' so klein ist, daß man sie in dem Maßstabe der herzustellenden Zeichnung nicht mehr sieht, so kann man offenbar die Auspflockung von n fallen lassen. Erfahrungsgemäß sieht das normale Auge Größen unter $0{\cdot}1^{mm}$ nicht

mehr; man kann somit Kurventeile, deren Pfeilhöhen in der Zeichnung, also verjüngt, kleiner wie $0 \cdot 1^{mm}$ erscheinen, als gerade Strecken betrachten. Im Verjüngungsverhältnisse 1 : 1000 entspricht z. B. $0 \cdot 1^{mm}$ der Zeichnung einer Strecke von $0 \cdot 1^{m}$ am Felde. Kurventeile mit Pfeilhöhen bis $0 \cdot 1^{m}$ kann man daher — dieses Verjüngungsverhältnis vorausgesetzt — als gerade Strecken ansehen. Man nennt $0 \cdot 1^{mm}$ die „Verschwindungsgrenze der Zeichnung“ (auch des „Papieres“), die dieser Größe entsprechende Länge am Felde dagegen die „Verschwindungsgrenze des Feldes“. Die letztere ist natürlich für die verschiedenen Verjüngungsverhältnisse verschieden.

Sie wird für das Verjüngungsverhältnis $\frac{1}{N}$ auf Grund der folgenden Erwägung bestimmt:

N^{m} am Felde sind 1^{m} in der Zeichnung
x^{m} „ „ „ $0 \cdot 0001^{m}$ „ „ „

Daraus folgt folgende Proportion:

$$x^{m} : N^{m} = 0 \cdot 0001^{m} : 1^{m} \text{ oder } x^{m} = N . 0 \cdot 0001^{m}.$$

So ist x für $\frac{1}{2000} = 0 \cdot 2^{m}$, für $\frac{1}{2500} = 0 \cdot 25^{m}$, für $\frac{1}{500} = 0 \cdot 05^{m}$, für $\frac{1}{200} = 0 \cdot 02^{m}$ usw.

Was die Orientierung in einem für die Vermessung vorbereiteten Terrain anbelangt, so erfolgt dieselbe vorwiegend auf Grund von guten Skizzen. Unter Umständen greift man zu besonderen Hilfsmitteln, so im Hochwalde.

Ist z. B. XXIV (Fig. 18, Taf. 2) ein Polygonpunkt im Walde, so pflegt man behufs rascherer Auffindung desselben die nächststehenden Stämme in Manneshöhe mit horizontalen Ringen in weißer Ölfarbe zu bezeichnen, die Richtungen nach XXV und XXIII dagegen durch kurze seichte Gräben zu markieren oder dadurch, daß man einige Stämme in den Richtungen nach XXIII und XXV mit kurzen weißen Strichen bezeichnet.

Ganz eigentümlich und höchst einfach hilft man sich auf Wiesen mit hohem Grase. Man braucht da nur die breite Fläche des Piketts stets normal zu stellen zu der mit dem Pikett beginnenden Linie. Stellt man sich dann vor das Pikett derart hin, daß man die Nummer desselben direkt vor sich hat, so weiß man, daß man in gerader Richtung weiter zu gehen hat, um zum nächsten Pikett (jenem mit

der nächst höheren Nummer) zu gelangen. In Fig. 19 (Taf. 2) ist dies zum Ausdrucke gebracht.

Eine andere Methode besteht darin, daß man die Pikette im Sinne der Geraden, welche mit ihnen beginnen, geneigt einschlägt.

Zu den Vorbereitungen für die Zwecke der Vermessung gehört auch noch das sogenannte „Ausputzen" der Linien, besonders in Waldungen, also das Entfernen hindernder Äste, das Wegschaffen des Gestrüpps, das Abmähen des Grases usw.

Ad *C*. Instrumente und Geräte zum Abstecken gerader Linien und zum direkten Längenmessen. — Das Abstecken und Längenmessen selbst.

Die wichtigsten Behelfe zum Abstecken von geraden Linien und zur direkten Längenmessung sind:

1. Absteckstäbe.
2. Figurierfahnen.
3. Das Spiegelkreuz.
4. Die Meßlatte.
5. Die Meßkette.
6. Das Meßband von Stahl.
7. Das Meßband von Leinen.
8. Das Meßseil von Draht.
9. Spannstäbe.
10. Markiernägel.
11. Das Senkel oder Lot.
12. Die Setzwage.
13. Die Bergwage.
14. Die Wasserwage (Libelle).
15. Das Meßrad.

Flüchtige Beschreibung dieser Behelfe.

1 und 2 sind bereits bekannt.

3. Das Spiegelkreuz.

Ist ein kleines Tascheninstrument zur Bestimmung von Zwischenpunkten innerhalb einer durch zwei Absteckstäbe bezeichneten Strecke *AB*. Es besteht aus zwei rechteckigen, während des Gebrauches vertikal stehenden kleinen Planspiegeln, die übereinander liegen und einen rechten Winkel bilden. Ein kleines Gehäuse fixiert die beiden Spiegel. Fig. 20 auf Taf. 2 bringt die beschriebene Spiegelkombination ohne Gehäuse in schiefer Projektion, Fig. 21 auf Taf. 2 begründet ihre Verwendung zum Bestimmen von Zwischenpunkten. In dieser Figur sind *A* und *B* zwei vertikale Absteckstäbe, S_1 und S_2 vertikale Spiegelflächen, *o* die horizontale Projektion

der Schnittgeraden von S_1 und S_2, gleichzeitig ein Zwischenpunkt von AB, α das Auge.

Das Auge α wird das Spiegelbild von A im Spiegel S_1 sehen, und zwar in der Richtung $\alpha A'$; ebenso wird es das Spiegelbild von B im Spiegel S_2 erblicken und — wie aus der Gleichheit der mit m bezeichneten Winkel erfolgt — in der gleichen Richtung wie A', das heißt in der Richtung $\alpha B'$. Die Spiegelbilder von A und B, also A' und B', werden sich somit in der gedachten Schnittgeraden der beiden Spiegelflächen zum Bilde eines einzigen Absteckstabes ergänzen. Umgekehrt kann man sagen: Wenn man sich mit dem Apparate, die Spiegelflächen annähernd vertikal haltend, der Geraden AB nähert, so werden die in den Spiegeln S_1 und S_2 erscheinenden Bilder von A beziehungsweise B sich immer mehr und mehr der gedachten Schnittlinie beider Spiegelflächen nähern und endlich den Eindruck hervorrufen, als sähe man das Bild eines einzigen Absteckstabes. In diesem Momente befindet sich die Schnittlinie der beiden Spiegelflächen in der durch A und B gegebenen Vertikalebene und ihre Projektion auf den Erdboden (o) ist ein Punkt der Feldgeraden AB.

4. Die Meßlatte.

Ist eine gewöhnlich 3 oder 4^m lange, im Querschnitte rechteckige gerade Holzlatte mit Zentimeterteilung und Messingbeschlägen (Schuhen) an den Enden. Um Meßlatten gegen Feuchtigkeit weniger empfindlich zu machen, pflegt man sie in Leinöl auszukochen und mitunter auch mit einem Ölanstriche zu versehen.

Man unterscheidet die Meßlatten in „Endmaße“ und „Strichmaße“, je nachdem sich das Maß, welches die Latte enthalten soll, zwischen den Enden derselben befindet oder zwischen zwei auf ihr eingezeichneten Strichen.

Meßlatten von rundem Querschnitte nennt man Meßstangen. Vor der Ausführung sehr genauer Messungen mit Meßlatten oder Meßstangen ist es ratsam, dieselben durch einen Mechaniker auf ihre Richtigkeit prüfen zu lassen. Die Apparate, welche hierzu in Verwendung treten, heißen Maßvergleichungsapparate oder Komparatoren.

5. Die Meßkette.

Ist gegenwärtig wohl schon veraltet und selten zu finden. Sie ist aus sehr starkem, 2—2·5^{mm} dickem Eisen- oder Stahldraht ge-

arbeitet und besteht aus „Gliedern“ und „Verbindungsringen“, deren Konstruktion aus der Fig. 22 auf Taf. 2 zu ersehen ist. Die Meterenden sind größere numerierte Messingringe, die Enden der 20^{m} langen Kette Ringe zum Aufstecken auf sogenannte Kettenstäbe oder Spannstäbe. Eine Beschreibung dieser Stäbe folgt unter 9.

Für den Transport wird die Kette in Partien zu zwei Gliedern umgebrochen und mit den entsprechenden Verbindungsringen auf einen großen Drahtring aufgeschoben.

6. Das Meßband von Stahl (Stahlband).

Ist ein ungefähr $1{\cdot}5^{cm}$ breites, gewöhnlich 20^{m} langes Band von Stahl mit zwei Endringen aus Messing, welche wieder — wie jene der Kette — zum Aufstecken auf Spannstäbe eingerichtet sind. Die Enden des 1., 3., 5., 7. und 9. Dezimeters innerhalb eines jeden Meters sind mit kreisrunden Löchern von ungefähr 2^{mm} Durchmesser markiert, die Enden der übrigen, das heißt geraden Dezimeter mit kleinen Messingnieten, um das Abzählen der Dezimeter zu erleichtern. Bei den Metermarken sind Messingplättchen mit Nummern angebracht. Zentimeter event. Millimeter werden bei der Verwendung des Stahlbandes mit einem Handmaßstabe abgenommen. Für den Transport wird das Stahlband auf einen Eisenring oder auch auf einen Holzring aufgewickelt. Die das Stahlband betreffenden Details sind aus der Fig. 23 auf Taf. 2 zu entnehmen. Zu bemerken ist noch, daß Stahlbänder nach der Benutzung im feuchten Grase oder bei Regen vor dem Aufwickeln trocken zu wischen und einzufetten sind, um die ihnen sehr gefährliche Rostbildung zu verhindern.

7. Das Meßband von Leinen (Leinenband, auch englisches Band).

Ist aus einer eigentümlich präparierten Leinwand hergestellt, in welche aus Festigkeitsgründen feiner Draht eingewoben ist. Die Dimensionen sind ungefähr dieselben, wie die des Stahlbandes. Das Leinenband ist aber stets bis auf Zentimeter geteilt. Die Dezimeter sind schwarz, die Meter rot beziffert. Der Anfang des Leinenbandes ist mit einem rechteckigen Messinggriffe versehen und wird während des Messens mit der Hand gehalten, also nicht auf einen Spannstab aufgeschoben. Das Band läßt sich mit Hilfe einer kleinen Kurbel auf eine in einer Lederkapsel befindliche Welle aufwickeln (Fig. 24, Taf. 2).

Die Leinenbänder sind leicht und bequem, aber gegen Feuchtigkeit sehr empfindlich. Sie finden hauptsächlich beim „Anbinden" des Details mit rechtwinkligen Koordinaten Verwendung.

8. Das Meßseil von Draht (Drathseil).

Kommt relativ noch selten vor. Es ist ein feineres Drahtseil mit Endringen und Marken aus eingeflochtenem Messingdraht. Man wickelt es, wie das Stahlband, auf einen Eisen- oder Holzring auf.

9. Spannstäbe.

Sind 1·2—1·3^{m} lange, etwa 4^{cm} starke, unten mit einem spitzen Eisenschuh und einer eisernen Querstange (Fußstange) versehene Stäbe, auf welche die Endringe des Stahlbandes, der Meßkette und des Meßseiles aufgesteckt werden. In Fig. 25 auf Taf. 2 ist ein Spannstab dargestellt. Die Verwendung kommt später zur Sprache.

10. Markiernägel.

Dienen zum Bezeichnen der Enden des auf die Erde gelegten und gespannten Bandes respektive der Ketten- oder Seilenden. Sie werden aus 5—6^{mm} starkem Rundeisen hergestellt, haben eine Länge von 25—30^{cm}, sind oben kreisförmig eingebogen und unten zugespitzt (Fig. 26, Taf. 2).

Je zehn werden auf einen Ring aus starkem Draht, der sich leicht öffnen und schließen läßt, aufgeschoben und bilden mit diesem und einem zweiten Ring eine Garnitur. Um die einzelnen Nägel nicht so leicht zu verlieren beziehungsweise stecken zu lassen, werden sie am oberen Ende mit gut sichtbaren (roten) Bändchen versehen.

11. Das Senkel oder Lot.

Ist ein aus Messing gedrehter, gewöhnlich mit einer Stahlspitze versehener, auf einer dünnen Schnur hängender Körper von der aus der Fig. 27 auf Taf. 2 ersichtlichen birnförmigen Gestalt. Aus dieser Figur ist auch die Art der Verbindung von Schnur und Senkel zu entnehmen.

Das Senkel spielt in der Geodäsie eine große Rolle und muß bereits — für viele Fälle der Verwendung wenigstens — einer theoretischen Bedingung entsprechen. Es muß nämlich die Spitze

desselben in der Verlängerung der Schnur liegen, sobald das Senkel frei und ruhig hängt.

Wie die Markiernägel, werden auch Senkel, um sie nicht so leicht zu verlieren, mit roten Bändchen versehen.

Eine besondere Art des Senkels ist das Doppelsenkel (Fig. 28, Taf. 2). Es ist ein gewöhnliches Senkel mit einem ausbalancierten Gegengewichte, welches entsprechend durchbohrt ist, so daß die Senkelschnur durchlaufen kann.

Der Vorteil dieser Konstruktion ist in jenen Fällen, in denen das Senkel dazu dient, zu konstatieren, ob der Aufhängepunkt vertikal über einem bestimmten Bodenpunkte liegt, klar.

12. Die Setzwage (auch Schrotwage).

Geometrisches Prinzip.

Wenn zwei Gerade zueinander normal stehen und eine davon z. B. mit Hilfe einer Lotschnur vertikal gerichtet wird, dann ist die zweite horizontal.

Ausführung (Fig. 29, Taf. 2).

abc: dreiseitiges Brettchen.
am: Markenlinie oder kurzweg „Marke" normal zu *ab*.
a: Aufhängepunkt der Schnur einer kleinen Lotkugel *L*.
rr': Rinne, in welcher sich die Lotkugel *L* frei bewegen kann.

Verwendung.

Wenn *ab*, resp. die Unterlage des vertikalstehenden Brettchens *abc* derart gerichtet wird, daß die Lotschnur die Markenlinie *am* deckt, dann ist *ab*, also die Unterlage, horizontal.

Man kann demnach eine Setzwage zum Horizontalrichten von Stangen und in weiterer Folge auch zum Horizontalstellen von Ebenen verwenden.

Theoretische Betrachtung (Fig. 30, Taf. 2).

Stellt man eine vollkommen richtige Setzwage auf die Stange *AB*, welche mit dem Horizonte den Winkel β bildet, auf (erste Stellung), so wird die Lotschnur aL_1 die Gerade *am* nicht decken, sondern mit *am* den Winkel β einschließen. Man nennt diesen Winkel den **Ausschlag** der Setzwage.

Dreht man nun die Setzwage um 180° um (zweite Stellung), so wird sich ein Ausschlag von gleicher Größe, aber auf der andern Seite der Marke *am* ergeben, d. h. Winkel maL_2 = Winkel β sein.

Wenn man also eine Setzwage auf eine schiefe Stange in zwei um 180° verschiedenen Stellungen aufsetzt, so ergibt sich ein „Gesamtausschlag", welcher der doppelten Neigung der Stange gegen den Horizont entspricht.

Diese Tatsache kann man benutzen um:

1. die Marke *am* zu bestimmen, wenn sie noch nicht bekannt sein sollte. *am* ist nämlich die Halbierungsgerade des Winkels $L_2 a L_1$.

2. die bereits angebrachte (vorgezeichnete oder eingeschnittene) Marke *am* auf ihre Richtigkeit zu prüfen.

Der Vorgang ist folgender:

Man stellt die Setzwage auf eine Stange, die sich auf einem Ende ein wenig heben und senken läßt (z. B. mit Hilfe eines Keiles), und reguliert diese Stange so lange, bis die Senkelschnur die Marke *am* vollkommen deckt. Hierauf dreht man die Setzwage um 180° und stellt sie wieder auf die Stange. Wird die Marke *am* von der Senkelschnur wieder gedeckt, so ist der Gesamtausschlag $2\beta = o$, β auch $= o$, die Stange also horizontal, wenn *am* von der Senkelschnur gedeckt wird, das Instrument daher in Ordnung.

Zeigt sich dagegen nach erfolgter Umstellung des Apparates ein Ausschlag, so ist der Apparat nicht in Ordnung und kann die Neubestimmung der Marke nach 1 erfolgen.

18. Die Bergwage (Klitometer).

Ist eine Setzwage mit Gradbogen, d. h. einem Bogen mit Gradteilung (Fig. 31, Taf. 3). Derselbe ist gewöhnlich aus Messing und mit den Schräubchen S_1 und S_2 an das Brettchen *abc* angeschraubt. Am Gradbogen sind zwei Ziffernreihen. Sie beginnen beim *o*-Striche und laufen nach zwei Seiten. Der *o*-Strich verlängert bis *a* ersetzt die Marke der Setzwage. Wenn die Lotschnur den *o*-Strich deckt, ist *ab* horizontal.

Das Instrument ist, wie man sofort einsieht, nicht nur zum Horizontalrichten von Stangen und Ebenen verwendbar, sondern auch zur flüchtigen Bestimmung des Winkels, welchen die Unterlage mit dem Horizonte bildet. Die Theorie des Instrumentes stimmt mit jener der Setzwage vollkommen überein. Eine eventuell notwendige Ver-

stellung des Nullstriches erfolgt, indem man die Schräubchen S_1 und S_2 lüftet, den Gradbogen entsprechend verrückt und die bezeichneten Schräubchen wieder anzieht. Das ist nur möglich, wenn die Öffnungen im Gradbogen, durch welche die Schräubchen laufen, länglich geformt sind. Weil man mit Hilfe solcher Schräubchen eine Korrektion oder Rektifikation des Apparates durchführen kann, so heißen diese Schräubchen „Korrektions- oder Rektifikationsschräubchen“.

Was die Genauigkeit der Setzwage und der Bergwage anbelangt, so ist klar, daß dieselbe vorzugsweise von der Feinheit der Lotschnur und von der Entfernung der Lotkugel respektive des *o*-Striches von *a* abhängt. Je feiner die Schnur und je größer die in Rede stehende Entfernung, desto größer die Sicherheit in der Beurteilung der Deckung, also der horizontalen Lage von *ab*.

14. Die Wasserwage oder Libelle.

Geometrisches Prinzip: Wenn zwei gerade Linien parallel sind und eine davon horizontal gerichtet wird, so ist die zweite auch horizontal.

Ausführung im Wesen (Fig. 32, Taf. 3).

abcS0d: Vertikaler Längsschnitt durch ein röhrenförmiges Glasgefäß,[1] *cS0d* ist ein Kreisbogen.

Das Gefäß ist bis auf einen kleinen Raum (schlechtweg „Luftblase“ genannt) mit Weingeist oder Schwefeläther gefüllt und es stellt sich die Luftblase naturgemäß in den höchsten Bogenpunkt *S* („Spielpunkt“), das heißt *S* wird die Luftblase halbieren.

T_S: Spielpunkttangente — stets horizontal.

0: höchster Punkt des Bogens *cS0d* mit Rücksicht auf *ab*, also jener Bogenpunkt, der von *ab* am meisten absteht oder „Nullpunkt“ der Libelle (in manchen Büchern „Normalpunkt“ auch „Marke“).

T_0: Nullpunkttangente, parallel zu *ab*.

Der Punkt *0* ist auf der Glasröhre selten bezeichnet. Es sind aber zu beiden Seiten desselben symmetrisch rote Striche normal zur Längsachse des Glasgefäßes eingeätzt, so daß der Punkt *0* der

---

[1]) *0* ist kein Buchstabe, sondern Null.

Mittelpunkt einer jeden von korrespondierenden Strichen begrenzten Strecke ist. In der Fig. 32 sind diese Striche aus Deutlichkeitsrücksichten nur auf der linken Seite von 0 gezeichnet worden.

Verwendung.

Wenn man das Glasgefäß rechts bei b so senkt, daß der Spielpunkt S mit 0 zusammenfällt, daß also Null die Luftblase halbiert, so ist T_0 horizontal, infolge dessen ab auch horizontal, woraus sich die Möglichkeit ergibt, Stangen und Ebenen mit der Libelle horizontal zu richten.

Wenn S mit 0 stimmt, die Luftblase somit vom Nullpunkte halbiert wird, dann sagt man: „Die Libelle spielt ein.“ In diesem Momente ist also — eine richtige Libelle vorausgesetzt — die Linie ab oder die „Unterlage“ horizontal.

Theoretische Betrachtung (Fig. 33, Taf. 3).

Dieselbe ist ganz ähnlich jener, welche vorhin für die Setzwage ausgeführt wurde. Die Flächen $abcS0d$ sind die schematischen Längsschnitte einer Libelle, welche in zwei um 180° verschiedenen Stellungen auf die unter β gegen den Horizont geneigte Unterlage AB (Stange oder Ebene) aufgesetzt wurde.

Der Bogen $0S$ in der ersten Stellung heißt der Ausschlag in der ersten Stellung. Er entspricht dem Winkel β.

Der Bogen $0S'$ in der zweiten Stellung heißt der Ausschlag in der zweiten Stellung. Er entspricht gleichfalls dem Winkel β. Aus der vorliegenden Figur ergibt sich nun folgende wichtige Tatsache: Wenn man eine Libelle in zwei um 180° verschiedenen Stellungen auf eine geneigte Unterlage (Stange oder Ebene) aufsetzt, dann entspricht die Summe der sich ergebenden Ausschläge oder der Gesamtausschlag — in der Figur der Bogen SS' — der doppelten Neigung der Unterlage gegen den Horizont (hier dem Winkel 2β).

Diese Tatsache kann man benutzen um:

1. Den Nullpunkt der Libelle zu bestimmen, wenn derselbe noch nicht angegeben sein sollte (Mittelpunkt des Bogens SS').

2. Die Libelle auf ihre Richtigkeit, d. h. auf den Parallelismus von T_0 und ab zu prüfen und eventuell zu korrigieren oder zu rektifizieren. Der Vorgang hierbei ist folgender: Man stellt die Libelle auf eine Stange oder Ebene, die sich auf einer Seite heben und

senken läßt, und bringt sie zum Einspielen. Dann setzt man sie um 180° um. Zeigt sich kein Ausschlag, so ist $2\beta = 0$ und β auch $= 0$, die Libelle somit in Ordnung, weil die Unterlage horizontal ist, wenn sie einspielt.

Zeigt sich hingegen ein Ausschlag, so entspricht derselbe bekanntlich der doppelten Neigung der Unterlage gegen den Horizont. Reguliert man nun die Unterlage derart, daß die Hälfte des Ausschlages verschwindet, so hat man sie horizontal gerichtet. Nun will man aber, daß die Libelle auf horizontaler Unterlage einspielt und muß daher die zweite Hälfte des Ausschlages am Instrumente selbst korrigieren, was durch entsprechende Verstellung des Bogens *cd* mit Hilfe eigener Schräubchen (Rektifizierschräubchen) erfolgt. Nach dieser Verstellung ist das Instrument in Ordnung. Zur Sicherheit muß aber das angegebene Verfahren wiederholt werden.

Zur Prüfung und eventuellen Berichtigung einer Libelle kann man sich mit Vorteil des sogenannten „Justierbrettchens“ bedienen. Fig. 34 auf Taf. 3 bringt eine perspektivische Darstellung seiner einfachsten Form.

Das Wesentlichste über die Ausführung von Röhrenlibellen.

Fig. 35 auf Taf. 3 ist ein schematischer Längsschnitt durch eine gewöhnliche Röhrenlibelle zum Horizontalstellen von Stangen und Ebenen.

F: Fuß der Libelle.

T_1 und T_2: Träger.

L: Libellenrohr. Dasselbe erscheint von außen zylindrisch, innen aber ist es nach einer Rotationsfläche ausgeschliffen, deren Achse die Zylinderachse und deren Meridian ein sehr flacher Kreisbogen ist.[1]) Minder feine Libellen besitzen ein außen und innen zylindrisch geformtes Rohr, welches aber nicht gerade ist, sondern nach einem flachen Kreisbogen gekrümmt erscheint.

H: Hülse von Messing, oben mit einer langen, rechteckigen

[1]) Das gilt mindestens vom oberen in Verwendung stehenden Teile des Rohres. Denkt man sich durch die Rotationsachse eine Ebene normal zur unteren Ebene des Fußes, so schneidet dieselbe die Rotationsfläche nach einem Meridian. In diesem Meridian wird der Nullpunkt der Libelle angenommen, und zwar ungefähr in der Mitte des Libellenrohres. Die durch den Nullpunkt an den Meridian gelegte Tangente ist die Nullpunkttangente.

Öffnung zum Beobachten des Blasenstandes, links mit dem Zapfen Z, welcher in eine Öffnung („Fenster") des Trägers T_1 reicht.

Die punktierte Fläche bedeutet einen Kitt zum Festhalten des Libellenrohres L innerhalb der Hülse H.

S_1 und S_2 sind Rektifizierschräubchen zum Heben und Senken von Hülse und Rohr auf der linken Seite. Um dieses — stets sehr geringe — Heben und Senken zu ermöglichen, steckt die Hülse mit ihrem rechten Ende nur zirka 1^{mm} weit in einer „ausgefrästen" Vertiefung des Trägers T_2. Statt des Rektifizierschräubchens S_2 findet man an neueren Libellen eine Spiralfeder, so, daß man behufs Hebung und Senkung der Libelle auf der linken Seite nur das Schräubchen S_1 zu verwenden hat.

Empfindlichkeit der Libelle.

Legt man mehrere geprüfte Libellen in gleicher Richtung auf ein horizontal gestelltes Justierbrettchen, so werden alle einspielen. Dreht man nun die Regulierschraube des Brettchens, so werden die Libellen Ausschläge zeigen. Je größer ein solcher Ausschlag, desto empfindlicher die Libelle. Man sieht wohl auch ohne Zeichnung ein, daß der Ausschlag einer Libelle zwei- oder dreimal so groß sein wird, wie jener einer zweiten Libelle, wenn der Schliffradius der ersten zwei- oder dreimal so groß ist wie jener der zweiten.

Die Empfindlichkeit einer Libelle ist demnach gerade proportional mit dem Schliffradius. Wenn man zwei Libellen vor sich hat, deren Schliffradien R_1 und R_2 und deren Empfindlichkeiten e_1 und e_2 heißen, so kann man sagen: $e_1 : e_2 = R_1 : R_2$.

In der Praxis gibt es Libellen von sehr verschiedener Empfindlichkeit, je nach ihrem Zwecke. So sind z. B. Meßtischlibellen weit weniger empfindlich wie gewisse Libellen am Theodoliten, am Nivellierinstrument oder gar an astronomischen Apparaten.

Die bis nun besprochenen Libellen heißen wegen ihrer röhrenförmigen Gestalt „Röhrenlibellen". Außer diesen gibt es jedoch auch sogenannte „Dosenlibellen". Fig. 36 auf Taf. 3 stellt eine Dosenlibelle im Aufriß, Vertikalschnitt und Grundriß vor.

Sie besteht aus der kreisrunden Metallbüchse B von zirka 8—10^{cm} Durchmesser und 1—$1{\cdot}5^{cm}$ Höhe, welche mit einem nach unten zu kugelförmig geschliffenen Glasdeckel D verschlossen ist und bis auf einen kleinen Raum mit Schwefeläther oder Weingeist gefüllt wird.

Der Glasdeckel wird eingekittet und mit Hilfe eines Metallringes *R* an den Vorsprung *V* im Innern der Büchse angepreßt.

Der vorhin erwähnte, mit einem Gemenge von Luft und Schwefelätherdämpfen gefüllte Raum (schlechtweg die Luftblase) erscheint, wenn die Dosenlibelle auf einer horizontalen Unterlage liegt, von oben gesehen als Kreis konzentrisch mit einem auf dem Glasdeckel eingeätzten Kreise, woraus sofort die Verwendbarkeit des Apparates zur Horizontalstellung von Ebenen hervorgeht. Die Prüfung einer solchen Dosenlibelle erfolgt, indem man dieselbe auf eine glatte Ebene legt, in irgendeiner entsprechenden Art zum Einspielen bringt und dann — ohne an der Unterlage zu rühren — um die Vertikalachse langsam dreht. Spielt die Dosenlibelle während dieser Drehung fortwährend ein, so ist sie in Ordnung. Im Gegenfalle ist es wohl am zweckmäßigsten, sie vom Mechaniker korrigieren zu lassen, weil das in diesem Falle notwendige Nachfeilen des Büchsenbodens eine nicht unbedeutende Geschicklichkeit voraussetzt. Dosenlibellen sind weit weniger genau wie Röhrenlibellen und eignen sich nur für untergeordnete Zwecke.

15. Das Meßrad (Fig. 37, Taf. 3).

Ist ein einfaches Rad von 1^m Umfang mit einer Handhabe *H* und einem Zählwerke *Z*, auf welchem die Umdrehungen des Rades abgelesen werden können. Das Meßrad, welches man — die Handhabe mit einer Hand haltend — auf dem Boden rollen läßt, gibt nicht die horizontale Projektion der befahrenen Strecke an, sondern ihre wirkliche Länge; man kann es daher nur auf glattem und horizontalem oder doch wenigstens ebenem Boden verwenden. Außerdem ist seine Genauigkeit eine verhältnismäßig geringe. Es ist daher nur wenig im Gebrauche.

Das Ausstecken oder Abstecken und Messen von Strecken.[1])

Der Messung einer Strecke geht die Absteckung derselben voran. Man versteht darunter eine entsprechende Bezeichnung derselben mit Absteckstäben. Sie erfolgt, um während der Meßarbeit mit der als Einheit verwendeten Strecke (3^m, 4^m, 10^m, 20^m) aus der Vertikalebene der zu messenden Linie nicht herauszukommen. Man

[1]) Unter dem Messen von Strecken ist hier das im ersten Teile dieses Werkes definierte direkte Messen zu verstehen.

verwendet zum Abstecken mindestens drei gleich starke Absteckstäbe. Ihre Anordnung ist aus den Fig. 38 und 39 auf Taf. 3 zu entnehmen. A und B sind mit Pflöcken und Stiften bezeichnete Punkte, α, β und γ vertikalstehende Absteckstäbe, deren Achsen annähernd in der durch die Stifte A und B bestimmten Vertikalebene liegen sollen. α und β oder die „Endstäbe“ sind durch A und B von vornherein gegeben, γ dagegen wird nicht zu weit von β beliebig angenommen, und zwar als „Verlängerungsstab“ (Fig. 38), wenn Raum vorhanden ist, als „Zwischenstab (Fig. 39), wenn es an Raum mangelt. Während des Messens von A bis B spielen nur die Stäbe β und γ eine Rolle. Sie bestimmen die Richtung oder Direktion, aus welcher man nicht heraustreten darf, und heißen daher „Richt- oder Direktionsstäbe“. —

Einen Verlängerungsstab kann man einsetzen, ohne einen Gehilfen in Anspruch zu nehmen. Man hält denselben in der Verlängerung von $\alpha\beta$ und gegen β sehend, recht hoch oben mit Daumen und Zeigefinger, überläßt ihn der Schwere, bringt ein Auge in jene Vertikalebene, welche die Stäbe α und β z. B. rechts berührt und läßt den Stab γ in dem Momente auf die Erde gleiten, in welchem dessen rechtsseitige Kontur in die erwähnte Tangentialebene hineinfällt. Dann drückt man ihn in die Erde ein. — Um γ als Zwischenstab einzusetzen, braucht man einen Gehilfen. Der Geometer stellt sich fünf bis sechs Schritte von A auf, hält ein Auge in jene Vertikalebene, welche die Stäbe α und β z. B. rechts berührt, und „winkt“ die rechtsseitige Kontur des Stabes γ in diese Ebene ein.

Der Gehilfe hat sich zu diesem Behufe nahe an AB, mit dem Gesichte gegen den Geometer gewendet aufzustellen, den Stab γ hoch oben, rechts oder links vom Körper mit Daumen und Zeigefinger zu halten, ihn der Schwere zu überlassen und den vom Geometer mit der Hand (auch Sacktuch oder kleiner Fahne) gegebenen Zeichen solange zu folgen, bis er ein kreisförmiges Zeichen erhält. Dieses sagt ihm, daß sich die für den Geometer rechtsseitige Kontur von γ in der Vertikalebene befindet, welche die Stäbe α und β rechts berührt. Der Gehilfe läßt nun γ zwischen den vorhin erwähnten zwei Fingern sachte zur Erde herabgleiten und beobachtet nochmals den Geometer. Macht dieser das Kreiszeichen noch einmal („Abdankungszeichen“), so ist der Stab durch das Herabgleiten aus der Vertikalebene $\alpha\beta$ nicht herausgekommen und kann in die Erde

eingedrückt werden. Kommen dagegen statt des zweiten Kreiszeichens Winke wie vor dem ersten Kreiszeichen, so ist der Stab γ während des Herabgleitens auf die Erde aus der Richtung $\alpha\beta$ gekommen und muß der beschriebene Vorgang wiederholt werden.

Schlußbemerkungen.

1. Beim Ausstecken von Zwischenpunkten innerhalb sehr langer Linien kommen Feldstecher in Verwendung sowohl bei A als auch bei γ; bei A wohl auch ein Theodolit und Figurierfahnen. Im übrigen ist das Abstecken sehr langer Linien stets eine schwerfällige, zeitraubende Operation, der man, wenn es möglich ist, ausweicht.

2. Zur Messung langer Linien braucht man, besonders wenn sich das Terrain im vertikalen Sinne häufig bricht, mehrere Zwischenstäbe. Sie müssen, wie dies später klar werden wird, so dicht stehen, daß man sich in jedem Punkte der zu messenden Strecke in dieselbe mit einem Stabe (dem Spannstabe) einwinken lassen kann.

3. Zum Ausstecken von Zwischenstäben kann man sich auch des bereits bekannten Spiegelkreuzes bedienen. Doch ist dies, da die Spiegelflächen lotrecht gehalten werden müssen, nur in annähernd horizontalem Terrain möglich.

Besondere Fälle der Bestimmung von Zwischenpunkten.

1. Wenn die Enden einer Geraden A und B unzugänglich sind, dann lassen sich zwei Zwischenstäbe C und D derselben auf folgende aus der Fig. 40 auf Taf. 3 ersichtliche Art bestimmen:

Zuerst wird D von C aus in die Richtung nach B eingewinkt, dann C von D aus in die Richtung nach A, dann wieder D von C aus in die Richtung nach B usw. — Wenn C von D aus gesehen in der Richtung nach A und D von C aus gesehen in der Richtung nach B erscheint, dann liegen C und D in der Geraden AB. Dieses Verfahren wird auch angewendet, wenn zwischen A und B ein Hügel liegt, der B von A aus unsichtbar macht.

2. Wenn das Sehen oder die „Sicht“ von A bis B durch Gestrüpp, Häuser usw. behindert ist, dann kann zur Bestimmung von Zwischenpunkten auch folgendes Verfahren angewendet werden:

Man steckt (Fig. 41, Taf. 3) die Gerade AC ab, fällt von B aus mit Hilfe später vorkommender Apparate auf AC eine Normale

Ba_1, mißt dieselbe, errichtet hierauf in entsprechend gelegenen Punkten von AC, z. B. in a_2 und a_3 Normale zu AC und mißt auf dieselben die Strecken a_2E respektive a_3F auf.

Die Längen derselben ergeben sich aus den Relationen:

$$a_2E = Aa_2 \cdot \frac{a_1B}{Aa_1} \text{ und } a_3F = Aa_3 \cdot \frac{a_1B}{Aa_1}.$$

Ihre Endpunkte E und F sind Punkte der Strecke AB.

Außer den oben besprochenen besonderen Fällen der Bestimmung von Zwischenpunkten gibt es wohl noch genug andere. Nachdem zu ihrer Durchführung im allgemeinen außer einer entsprechenden Überlegung elementare geometrische Kenntnisse hinreichen, so kann von ihrer Behandlung Umgang genommen werden.

Das Längenmessen selbst.

1. Mit Latten in ebenem und horizontalem Terrain.

Bedingt die Bezeichnung oder Trassierung der zu messenden Strecke mit einer dünnen, schraff gespannten Schnur, das sogenannte „Ausschnuren".

Man unterscheidet zwei Fälle, je nachdem die Messung mit „Endmaßen" oder mit „Strichmaßen" erfolgt. Es werden stets zwei Latten verwendet. Der einzuhaltende Vorgang ist aus der Fig. 42 auf Taf. 3 zu entnehmen.

1 und 2 bedeuten die Nummern der Latten. Im Falle 1 kommt ein Verschieben oder „Verstoßen" der am Boden liegenden Latte 1 mit 2 oder 2 mit 1 leicht vor, im Falle 2 ist ein solches „Verstoßen" nicht möglich.

2. Mit Latten auf ebener, aber geneigter Fläche.

Erfolgt genau so wie auf horizontaler Ebene, doch muß die gefundene Länge durch Multiplikation mit dem Cosinus der Terrainneigung gegen den Horizont auf den Horizont projiziert oder reduziert werden.

Die Bestimmung dieser Terrainneigung α gegen den Horizont erfolgt genügend genau mit einer Bergwage, welche zu diesem Behufe auf eine der am Boden liegenden Latten aufgesetzt und abgelesen wird.

3. Mit Stahlband (eventuell Kette oder Seil) auf horizontalem Terrain.

Diese Meßoperation kann von zwei Gehilfen durchgeführt werden. Die Ausrüstung besteht aus dem Stahlbande, zwei Spannstäben und einer Garnitur Markiernägel (bekanntlich zehn Nägel und zwei starke Drahtringe).

Der Vorgang soll im nachfolgenden eingehend beschrieben werden. Die zu messende Strecke heißt AB und ist mit drei Fluchtstäben abgesteckt. Bei A steckt α, bei B β, während γ in der Verlängerung angenommen wurde.

Die Gehilfen stecken die Endringe des Bandes auf ihre Spannstäbe, einer von ihnen stellt sich zum Punkte A, der andere — das Band zunächst nur ganz lose auf den Boden legend — zwischen A und B. Der erste Gehilfe soll der „rückwärtige", der letzte der „vordere" genannt werden. Der rückwärtige hat am linken Arm einen der zwei leicht verschließbaren Drahtringe, der vordere gleichfalls am linken Arme den zweiten Ring mit den zehn Markiernägeln. Der rückwärtige Gehilfe zieht den Stab α aus dem Boden, legt ihn nieder und steckt seinen Spannstab derart in die Erde, daß es ihm möglich wird, die Endmarke des Bandes mit dem Stifte A in Übereinstimmung zu bringen. Der vordere Gehilfe verhält sich mit seinem Spannstabe genau so wie beim Einwinken eines Zwischenstabes; er stellt sich also seitwärts von AB, mit dem Gesichte gegen A, hält den Spannstab bei ausgestrecktem Arme mit Zeigefinger und Daumen hoch und überläßt ihn der Schwere. Der rückwärtige Gehilfe winkt hierauf diesen Spannstab in die Ebene der Direktionsstäbe β und γ ein und der vordere läßt ihn sachte auf die Erde gleiten. Er stellt dann den Ballen seines rechten Fußes zur Spitze seines Spannstabes, hebt diesen mit der rechten Hand, faßt ihn nahe an der Spitze mit der linken, hält ihn beiläufig wagrecht und schnellt nun das Band über das Gras usw. so aus, daß es sich, ohne eine Schlinge zu bilden, in die Vertikalebene AB legen läßt. Nun stellt er seinen Spannstab mit der Spitze zum vorhin erwähnten fixierenden Fußballen etwas gegen den rückwärtigen Gehilfen geneigt, drückt ihn mit Hilfe der Fußstange in die Erde und zieht ihn mit dem Aviso „Spannen" derart gegen sich, daß sich das Band mäßig spannt. Während dieses Spannens muß der rückwärtige Arbeiter mit Hilfe seines Spannstabes dafür Sorge tragen, daß seine Endmarke stets

bei dem Stifte *A* bleibt. Auf das Aviso „gut" dieses rückwärtigen Arbeiters entnimmt der vordere seinem Ring einen Nagel und steckt ihn zu seiner Endmarke vertikal in die Erde. Dann ruft der vordere Gehilfe „vorwärts" und der erste „Bandzug" ist abgetan. Das weitere Benehmen ist eine Wiederholung des eben beschriebenen Vorganges, nur hat der rückwärtige Gehilfe nach dem zweiten „vorwärts" den ersten Nagel herauszunehmen und in seinen Ring zu hängen. Der Vorgang am Schlusse ist von selbst klar. Das Band wird über *B* gegen γ gezogen, bei *B* mit freier Hand vom vorderen Gehilfen gespannt, der Rest mit eventueller Zuhilfenahme eines Handmaßstabes abgelesen und zu dem Produkte aus der Zahl der gesteckten Nägel mit der Bandlänge addiert. Wenn sich die Markiernägel nicht gut in die Erde stecken lassen, was bei Messungen auf hartem, steinigem Boden vorkommt, dann pflegt man sie normal zur Geraden *AB* auf den Boden zu legen und wohl auch durch Auflegen eines Steines zu versichern.

4. Mit Stahlband (Kette, Seil) auf ebenem aber geneigtem Terrain.

Der Vorgang ist derselbe wie vorhin, doch muß man die schief gemessene Distanz wieder auf den Horizont reduzieren, was — wie früher bei Messungen mit Latten — mit Hilfe einer Bergwage geschieht, die man auf eine in der Richtung von *AB* gelegte Stange aufsetzt und abliest.

5. Mit der Meßlatte im kupierten, d. h. im vertikalen Sinne gebrochenen Terrain.

Der hier einzuhaltende Vorgang ist im Wesen aus der Fig. 43 auf Taf. 4 zu entnehmen und heißt das „Staffeln".

L ist die Meßlatte.

S eine Setzwage, statt welcher auch eine Libelle verwendet werden kann.

σ ist ein Senkel und *m* sind Markiernägel.

Der Rest, kleiner wie *L*, muß natürlich auf die horizontal gerichtete Latte hinaufgesenkelt werden.

Um die Latte ruhiger halten zu können, benutzt man häufig eine Hilfsstange mit einer stellbaren Hülse, an welcher sich ein kurzer horizontaler Arm zum Auflegen des Lattenendes befindet. Näheres in Fig. 44 auf Taf. 4.

6. Mit Stahlband im kupierten Terrain.

Der Vorgang — aus der Fig. 45 auf Taf. 4 ersichtlich — gleicht im Wesen dem Staffeln mit der Meßlatte, doch sind hier die Staffeln ungleich lang, während sie vorhin mit Ausnahme der Reststaffel dieselbe Länge hatten.

Der obere Teil der Figur stellt die Staffeln in der Vertikalebene *AB* dar, der untere Teil die Aufstellung der Arbeiter I bis IV von oben gesehen.

Der Arbeiter I hält ein Bandende mit Hilfe des Spannstabes *a* an den Stift *A* wie beim Messen auf ebenem Boden und trägt — wie dort — am linken Arm einen der zwei Drahtringe.

Der Arbeiter II steht wie beim Messen in der Ebene außerhalb *AB* und hält das Band nahe am Staffelende (hier also nahe an der Marke 16^m) bei eingebogenem Arme mit der rechten Hand. Sein Gesicht ist dem Arbeiter I zugewendet. Die linke Hand hält das Senkel respektive dessen Schnur.

Der Arbeiter III (Geometer oder dessen Assistent) steht einige Schritte vom Band entfernt in der Normalen hierzu am Staffelende und trägt am linken Arme den zweiten Drahtring mit den zehn Markiernägeln.

Der Arbeiter IV steht außerhalb *AB* und hat den unbenutzten Teil des Bandes aufgewickelt zu halten.

Der Vorgang ist nun folgender:

Arbeiter II läßt seine rechte Hand — das Band mäßig spannend — vom Arbeiter I in die Ebene der Direktionsstäbe einwinken, hält die Senkelschnur bei freihängendem Senkel mit der linken Hand an das Band und hebt und senkt dieses so lange, bis der Arbeiter III (Geometer oder dessen Assistent) „Halt“ avisiert. In diesem Momente ist das Band zur Senkelschnur annähernd normal, also horizontal.[1]

Arbeiter II hält nun die Senkelschnur an die Endmarke der Staffel (hier 16^m) an und lotet sie hinab. Arbeiter III entnimmt hierauf seinem Drahtring einen Markiernagel, bezeichnet damit die Projektion der Endmarke und notiert in seinem Manuale 16^m. So geht es dann weiter. Nach Absolvierung der zweiten Staffel zieht der Arbeiter — wie beim Messen in der Ebene — den eben gesteckten ersten Markiernagel

[1] Die Beurteilung, ob Band und Senkelschnur einen rechten Winkel bilden, ist relativ leicht.

aus der Erde und hängt ihn an seinen Drahtring. Die Zahl der schließlich an diesem Ringe hängenden Markiernägel muß mit der Staffelzahl übereinstimmen.

Um den Rest zu bestimmen, muß der Stift B — wie beim Staffeln mit der Meßlatte — auf die letzte Staffel hinaufgelotet werden. Die Länge der einzelnen Staffeln ist abhängig von der Steilheit der ihnen entsprechenden Terrainabschnitte, zum Teile wohl auch von der Körperlänge des Arbeiters II.

So wie mit dem Stahlbande, kann man auch mit dem Drahtseile eventuell mit der Kette staffeln. Letztere Manipulation ist jedoch äußerst schwerfällig und nicht zu empfehlen.

Schlußbemerkung zur Staffelmessung überhaupt.

Das „Staffeln“ wird stets von oben herab vorgenommen und macht daher nicht selten eine Zerlegung der zu messenden Strecke in mehrere Teile notwendig, die voneinander unabhängig gemessen werden. Zuletzt addiert man die Längen der Teilstrecken. Ein Beispiel solcher Zerlegungen enthält die Fig. 46 auf Taf. 4. Die zu messende Strecke AB quert hier einen Graben und mußte in die Strecken Aa und aB zerlegt werden.

7. Mit Stahlband im kupierten Terrain nach der sogenannten Stichbandmethode von Professor J. Schlesinger.

Das Prinzip ist aus der Fig. 47 auf Taf. 4 zu entnehmen.

Man mißt schief, indem man die Täler zwischen A und B mit Bandteilen überbrückt, die — abgesehen vom Reste — eine runde Meterzahl enthalten, reduziert die Bandlängen auf den Horizont und addiert sie schließlich.

Die Reduktion erfolgt mit Hilfe der Höhenunterschiede der Bandteilenden, d. i. der Strecken a, b, c usw., welche durch sogenanntes Nivellieren bestimmt werden.

Zu dieser Reduktion verwendet man die „Stichbandtabelle“ von Professor Schlesinger, welche im Anhange abgedruckt erscheint. Die Höhenunterschiede sind dort mit t, die Verkürzungen der auf den Horizont projizierten schiefen Längen mit $\triangle s$ bezeichnet.

Wie aus der Zeichnung zu ersehen ist, sind 1, 2, 3 usw. Pflöcke. Ihre beiläufige Form ist aus der Fig. 48 auf Taf. 4 zu entnehmen. Sie werden derart eingeschlagen, daß ihre Breitseiten in der Richtung von AB liegen. Die Markierung der Bandteilenden erfolgt

auf den zu diesem Zwecke „glatt abgestoßenen" Stirnflächen der Pflöcke mit Hilfe eines gewöhnlichen Pfriemes, welcher durch die betreffende Metermarke des Bandes (bekanntlich ein kleines kreisrundes Loch) in die Stirnfläche des Pflockes gestochen wird, woher auch der Namen „Stichband" stammt.

In Fig. 49 (Taf. 4) erscheint ein solcher Pfriem skizziert.

Während des Markierens des Bandteilendes auf einem Pflocke muß das Band zwischen diesem und dem vorhergehenden Pflocke mäßig gespannt sein und so gehalten werden, daß seine Anfangsmarke mit dem Loche im vorhergehenden Pflocke genau stimmt.

Die Ausrüstung für die Durchführung der Stichbandmethode besteht außer den Absteckstäben aus dem Stahlbande, den zwei Spannstäben, einer entsprechenden Anzahl von Pflöcken, einer Handhacke zum Einschlagen derselben und dem erwähnten Pfriem. Dazu kommt noch die dermalen noch unbekannte Nivellierausrüstung und die Stichbandtabelle.

Eine rationelle, rasche Durchführung der Stichbandmethode bedingt, wie dies wohl von vornherein erhellt, eine zweckmäßige Detailorganisation der Arbeit. Dieselbe ist von verschiedenen Nebenumständen abhängig und ergibt sich in der Praxis von selbst.

8. Mit dem Leinenbande.

Das Leinenband wird, wie das schon seinerzeit erwähnt wurde, ohne Spannstäbe und daher nur zur Bestimmung ganz kurzer Strecken, z. B. der Ordinaten beim Detaileinmessen verwendet. Der Gehilfe hält dann den Anfang des Bandes an den zu bestimmenden Detailpunkt, während der Geometer das Band aus der Lederkapsel entsprechend weit, das heißt bis zum Fußpunkte der Ordinate herauszieht, spannt und die Ablesung macht.

Das Einrollen in die Kapsel erfolgt — wie das bereits erwähnt wurde — mit einer kleinen Kurbel und hat man dabei die Kapsel mit der linken Hand so zu halten, daß das Band zwischen dem Zeige- und Mittelfinger dieser Hand durchlauft, weil es sich sonst sehr leicht verdreht und die Lederkapsel verstopft.

Was die Genauigkeit der verschiedenen hier besprochenen Methoden anbelangt, so kann man erfahrungsgemäß folgendes behaupten:

Im ebenen Terrain liefern die schärfsten Resultate Lattenmessungen, dann kommt die Stichbandmessung und zuletzt die gewöhnliche Stahlbandmessung.

Im kupierten Terrain erreicht man die besten Resultate mit der Stichbandmethode, dann kommen die Staffelmessungen mit Latten und zuletzt mit dem Stahlbande oder Drahtseile.

Das Leinenband, womit bekanntlich nur ganz kurze Strecken gemessen werden, steht außerhalb dieses Vergleiches.

Ad *D.* Instrumente zum Abstecken rechter Winkel und deren Verwendung.

Man unterscheidet:

1. Das Winkelkreuz.
2. Die Winkeltrommel.
3. Das Spiegelrohr.
4. Den Winkelspiegel.
5. Das Winkelprisma.

Ad 1. **Das Winkelkreuz** (Fig. 50, Taf. 4).

Ein Holzkreuz von zirka 40^{cm} Armlänge mit einer Hülse *H* zum Aufstecken auf einen Stock, der unten mit einem spitzigen Eisenschuh versehen ist. *a*, *b*, *c* und *d* sind einfache zur Ebene des Kreuzes normale Ziel- oder Visierstifte, welche zwei zueinander normale Ebenen, die „Visierebenen" *ab* und *cd* bestimmen. Der Gebrauch ist ungemein einfach.

Wenn im Punkte *C* der Geraden *AB* (Fig. 51, Taf. 4) eine Normale errichtet werden soll, wird der Apparat über *C* gestellt, mit einer Dosenlibelle wagrecht gerichtet, so lange gedreht bis die Stifte *a* und *b* den Stab *B* decken, über *c* und *d* visiert und ein Stab in die Ebene *cd* eingewinkt.

Man findet Winkelkreuze mit verschiedenen Verbesserungen. So kommt statt eines Stockes ein Stativ zur Verwendung. Das Drehen und Horizontalstellen ist erleichtert und endlich die Visierstifte durch sogenannte „Diopter" ersetzt. Es sind dies rechteckige Messingplatten, wovon eine (*a* in Fig. 52 auf Taf. 4) mit einem feinen Einschnitte zum Durchschauen — der sogenannten „Schauritze" *S* — versehen ist, während die andere (*b* in Fig. 52) fenster-

artig durchbrochen erscheint und einen gespannten „Objetivfaden“ F enthält (gewöhnlich ein Haar oder feiner Draht). a heißt das Okulardiopter, b das Objektivdiopter. Das Zielen oder Visieren durch die Schauritze über den Objektivfaden nach einem Absteckstabe braucht wohl nicht näher besprochen zu werden.

Um das Winkelkreuz für den Transport kompendiöser zu machen, sind die Diopter unten mit Scharnieren versehen, welche ein Umlegen der Diopter in die Ebene des Winkelkreuzes ermöglichen.

Ad 2. **Die Winkeltrommel.**

Ist ein zylindrisches, prismatisches oder auch konisches Gehäuse mit einer Hülse zum Aufstecken auf ein Stockstativ und mit zwei zueinander normalen, durch Diopter bestimmten Visierebenen. In Fig. 53 auf Taf. 4 ist eine einfache zylindrische Winkeltrommel abgebildet. S ist wieder eine Schauritze, F ein Objektivfaden. Der Gebrauch der Winkeltrommel ist gleich jenem des Winkelkreuzes. Die Genauigkeit ist wegen der weit kürzeren Visierlinien geringer wie jene, welche dem Winkelkreuze zukommt.

Ad 3. **Das Spiegelrohr oder auch Winkelrohr.**

Die Einrichtung und Theorie soll auf Grund der Fig. 54 auf Taf. 4 erläutert werden.

R ist der Axialschnitt durch ein horizontal gehaltenes Metallrohr von gewöhnlich quadratischem Querschnitte von oben gesehen. Das Rohr ist links mit einer vertikalen Schauritze S versehen und rechts offen. Eine der vier Seitenwände (in der Zeichnung erscheint sie unten) ist mit einem Durchbruche versehen. ϱ ist ein schmaler Rahmen in lotrechter Stellung unter 45° gegen die Rohrachse gestellt. Die untere Hälfte des Rahmens ist mit einem Spiegel ausgefüllt. Die obere enthält den in der Figur als Punkt erscheinenden Vertikalfaden F (Objektivfaden). Rahmen, Spiegel und Objektivfaden erscheinen in der Figur umgelegt gezeichnet [(ϱ) resp. (σ) und (F)].

A ist ein Absteckstab in der durch S und F bestimmten Visierebene. Wenn nun ein zweiter Absteckstab B in die im Punkte F zu SA errichtete Normale gestellt wird, so sieht man das Spiegelbild von B, d. i. B' im Spiegel σ genau, unter dem Faden F respektive in derselben Richtung wie den Absteckstab A. Der hinter dem

Objektivfaden stehende Stab *A* und das Spiegelbild des Stabes *B* ergänzen sich gewissermaßen zum Bilde eines einzigen Stabes.

Der Beweis liegt in der Figur beziehungsweise in der durch die Stellung des Spiegels bedingten Gleichheit der Strecken *Bm* und *B'm*.

Die Verwendbarkeit des Instrumentes zum Fällen und Errichten von Normalen ist dem Gesagten zufolge klar und wird seinerzeit nochmals zur Sprache kommen.

Ad 4. **Der Winkelspiegel.**

Das Wesen des Instrumentes soll auf Grund der Fig. 55 auf Taf. 5 besprochen werden.

s_1 und s_2 sind zwei den Winkel α einschließende, während des Gebrauches vertikal gehaltene Planspiegel. *A* ist ein Absteckstab. Faßt man den Lichtstrahl *A1*, der von *A* auf den Planspiegel s_1 fällt, ins Auge, so sieht man, daß derselbe von diesem Spiegel zunächst nach 2 abgelenkt und dann vom Spiegel s_2 in das Auge *O* reflektiert wird. Das Auge *O* sieht also den Stab *A* im Spiegel s_2 in der Richtung *OA'*.

Es fragt sich nun, welchen Winkel der Strahl *A1* mit dem Strahle *A'2O* bildet. Dies ist leicht zu konstatieren.

Zunächst kann man nämlich sagen:

Im Dreiecke 1, 2, 3 ist $\alpha + 90 - m + 90 - n = 180°$ oder

$$\alpha = m + n.$$

Aus dem Dreiecke *1C2* endlich ergibt sich

$$\beta = 2m + 2n;$$

folglich ist $\beta = 2\alpha$.

Ist $\alpha = 45°$, so ist $\beta = 90°$ und die Spiegelkombination zum Fällen und Errichten von Normalen verwendbar. Stellt man nämlich in der Richtung *O2A'* einen Absteckstab *B* derart auf, daß derselbe das Spiegelbild *A'* ober- oder unterhalb des Spiegels s_2 zu dem Bild eines einzigen Stabes ergänzt, so weiß man, daß der Winkel *BCA* ein rechter Winkel ist.[1])

[1]) Ergänzen sich einmal *A'* und *B* zu einer einzigen Geraden, so kann man die Spiegelflächen um ihre Schnittgerade nach beiden Seiten drehen, ohne daß *A'* und *B* auseinander treten.

Um mit der besprochenen Spiegelkombination bequem arbeiten zu können, hat man die Spiegel in einem Metallgehäuse von der aus Fig. 56 auf Taf. 5 ersichtlichen Form untergebracht. Die Spiegelflächen füllen, wie man bemerkt, nur die unteren Hälften der Seitenwände des Gehäuses aus. Die oberen Teile dieser Wände sind fensterartig durchbrochen, um über die Spiegelflächen hinweg ins Freie sehen zu können. Am Boden ist ein Handgriff angebracht, der als Scheitelpunkt des rechten Winkels gilt, was allerdings nicht ganz richtig ist, weil dieser Punkt (in Fig. 55 mit C bezeichnet) seine Lage nicht vollkommen beibehält. Freilich ist der Raum, innerhalb dessen er sich bewegt, sehr beschränkt und der Fehler, den man begeht, wenn man C mit dem Handgriff identifiziert, praktisch verschwindend klein.

Ad 5. **Das Winkelprisma von Bauernfeind** (1851 angegeben).

Ist ein dreiseitiges, rechtwinkliges, gleichschenkliges Glasprisma, dessen Hypotenusenfläche mit einem Silberbelag versehen ist und dessen Verwendbarkeit zum Ausstecken rechter Winkel auf Grund der Fig. 57 auf Taf. 5 konstatiert werden soll.

In dieser Figur ist abc die Horizontalprojektion des erwähnten vertikal gehaltenen Glasprismas und AB ein mit der Hypotenusenfläche annähernd parallel laufender horizontaler Lichtstrahl, nahe am Scheitel des rechten Winkels. Derselbe wird bei seinem Eintritte ins Glas bekanntlich zum Einfallslote gebrochen, das heißt β ist kleiner wie ε und es existiert die Beziehung $\sin \varepsilon = n \, . \sin \beta$, wobei n das Brechungsverhältnis für Crownglas oder Spiegelglas ist und den Wert von 1·534 hat. Sobald nun der in der Glasmasse befindliche Lichtstrahl BC mit dem Einfallslote in C einen Winkel bildet, der größer ist wie $40^\circ 41'$, was hier sichtlich zutrifft, dann wird, wie die Optik lehrt, BC nicht mehr in die Luft gebrochen, sondern im Glaskörper total reflektiert. Der total reflektierte Strahl ist CD. In D erfolgt, weil die Hypotenusenfläche mit einem Silberbelag versehen ist, wieder eine totale Reflexion in der Glasmasse und der Strahl hat die Richtung DE. Im Punkte E tritt er in die Luft und es ist nun die Frage, welchen Winkel der letzte Teil des wiederholt gebrochenen Strahles, das ist EF mit dem ersten Teile, also mit AB einschließt. Diese Frage läßt sich leicht beantworten, wenn man die hier vorkommenden Einfallswinkel der Reihe nach verfolgt und

zuletzt das Dreieck mEF ins Auge faßt. Die gedachten Einfallswinkel sind, wie dies aus der Fig. 57 leicht zu ersehen ist, folgende:

In B der Winkel ε, in C der Winkel $90° - \beta$, in D Winkel $45 - \beta$, in E Winkel β.[1])

Aus der letzten Tatsache ($\sphericalangle nED = \beta$) ist zu ersehen, daß die Verhältnisse in E ganz dieselben sind wie in B. Der aus dem Prisma tretende Strahl EF muß demnach mit dem Einfallslote in E denselben Winkel bilden, wie AB mit dem Einfallslote in B, also den Winkel ε.

Betrachtet man nun das Dreieck mEF, so findet man: $\sphericalangle EmF = \varepsilon$, $\sphericalangle FEm = 90° - \varepsilon$, $\sphericalangle mFE$ demnach $= 90°$, das heißt der Winkel, den der in das Prisma eintretende Strahl AB mit dem aus dem Prisma heraustretenden Strahle bildet, ist ein rechter.

Diese Tatsache läßt sich nun genau so wie beim Winkelspiegel zum Ausstecken rechter Winkel benutzen. Ist nämlich A ein Absteckstab, so erscheint derselbe dem Auge O in der Richtung FE normal zur Richtung AF.

Bezeichnet man nun die Richtung FE mit einem Absteckstabe G derart, daß derselbe das Spiegelbild von A zu einem einzigen Stabe ergänzt, wenn man über das Prisma hinwegsieht, so hat man im Winkel AFG einen rechten Winkel ausgesteckt.

Die Ausführung des Bauernfeindschen Winkelprismas für den Feldgebrauch ist aus der Fig. 58 auf Taf. 5 zu entnehmen.

Das Gehäuse ist ein entsprechend geformtes hohles Messingprisma, dessen Kathetenflächen fehlen. Auch hier wird — wie beim Winkelspiegel — die Handhabe auf die Erde gelotet. Der Vorgang entspricht der Theorie nicht vollkommen, der Fehler, den man begeht, ist jedoch praktisch unbedeutend.

Haltweise der unter 3, 4 und 5 besprochenen Apparate beim Fällen und Errichten von Normalen.

Fällen von Normalen (Fig. 59, Taf. 5).

ABC: Gerade, auf welche von den Punkten 1, 2 und 3 Normale gefällt werden sollen, und zwar von 1 mit Spiegelrohr, von 2

[1]) Daß der Einfallswinkel in $E =$ ist β, ersieht man aus dem rechtwinkligen Dreiecke nDE. Der spitze Winkel in diesem Dreiecke bei D ist nämlich $= \beta + 2(45° - \beta) = 90° - \beta$, der spitze Winkel bei E somit $= \beta$.

mit Winkelspiegel und von 3 mit Winkelprisma. In jedem Falle wendet man das Gesicht den Direktionsstäben zu und stellt sich so, daß man von denselben nur *B* sieht, also derart, daß der Stab *B* den Stab *C* vollkommen deckt. Das Spiegelrohr wird nun zunächst so gehalten, daß der Spiegel nach 1 sieht und daß der Stab *B* hinter dem Faden erscheint; hierauf geht man in der Linie *ABC* langsam hin und her, bis das Spiegelbild von 1 genau unter dem Faden zum Vorschein kommt respektive den direkt gesehenen Stab *B* verlängert. In diesem Momente senkelt man die in irgendeiner Weise markierte Mittellinie des Spiegels herab.

Der Winkelspiegel wird mit der Öffnung gegen 2 und so gehalten, daß man den Stab *B* oberhalb des dem Gesichte zugewendeten Spiegels sieht. Hierauf geht man wieder in der Linie *ABC* langsam vor und zurück, bis das Spiegelbild von 2 im vorhin erwähnten Spiegel genau unter dem direkt gesehenen Stabe *B* zum Vorschein kommt. In diesem Augenblicke wird die Handhabe auf den Boden herabgelotet.

Das Winkelprisma wird vom Geometer derart gehalten, daß ihm die Seitenkante mit dem rechten Winkel zugewendet ist, daß die Hypotenusenfläche annähernd normal steht zu *AB* und daß er — über das Prisma hinwegsehend — den Stab *B* nahe an der rechten Prismenkante sieht. Bewegt er sich nun in der Geraden *BC*, so wird er in einem gewissen Momente das mehrfach reflektierte Bild des Stabes 3 als Fortsetzung des direkt gesehenen Stabes *B* sehen und daraufhin die Handhabe des Instrumentchens auf den Boden herabsenkeln.

Errichten von Normalen (Fig. 60, Taf. 5).

ABC: Gerade, zu welcher in den Punkten 1, 2 und 3 durch Abstecken von Signalen (I, II und III) Normale errichtet werden sollen, und zwar wieder mit Spiegelrohr respektive Winkelspiegel und Winkelprisma.

In jedem Falle wendet man hier das Gesicht dem abzusteckenden Signale zu, stellt sich also mit der Brustfläche parallel zur Geraden *ABC*.

Das Spiegelrohr wird so gehalten, daß die außen stets markierte Mittellinie des Spiegels über 1 liegt und von den Stäben *B* und *C* nur *B* unterhalb des Fadens erscheint. Hierauf winkt man den Stab I hinter den Faden ein.

Der Winkelspiegel wird derart gehalten, daß seine Öffnung über 2 liegt, *B* und *C* zugewendet ist und daß in dem gegen das Gesicht gekehrten Spiegel der Stab *B* den Stab *C* deckt, daß man also in diesem Spiegel nur den Stab *B* sieht. Hierauf wird der Stab II derart eingewinkt, daß er das Spiegelbild von *B* verlängert.

Das Winkelprisma wird über 3 und derart gehalten, daß die Hypotenusenfläche annähernd parallel ist zur Geraden *ABC*, daß die Seitenkante mit dem rechten Winkel dem Geometer zugewendet ist und von den Stäben *B* und *C* nur *B* in der Nähe der linken Seitenkante zu sehen ist. Hierauf wird der Stab III, wie beim Gebrauche des Winkelspiegels, derart eingewinkt, daß er das Bild von *B* verlängert.

Faßt man alle fünf Apparate zum Ausstecken rechter Winkel nochmals ins Auge, so wird man nach einiger Überlegung finden, daß im horizontalen Terrain Winkelkreuz und Winkeltrommel hauptsächlich zum Errichten, die zwei Spiegelapparate (katoptrischen Instrumente) und das Winkelprisma hauptsächlich zum Fällen von Normalen geeignet sind. Im kupierten Terrain hingegen kann man die Spiegelapparate und das Winkelprisma überhaupt nicht gut verwenden, weil hier die Absteckstäbe im allgemeinen in verschiedenen Höhen stehen und die direkt gesehenen mit den reflektierten nicht in Koinzidenz gebracht werden können, wenn die Spiegel- respektive Prismenflächen regelrecht, das heißt vertikal gehalten werden.

Die Ausrüstung des Geometers soll demzufolge stets zwei Apparate zum Ausstecken rechter Winkel enthalten, am besten eine Winkeltrommel und einen Winkelspiegel. Die Verwendbarkeit des letzteren hat Direktor Hofrat A. Broch in neuerer Zeit dadurch erhöht, daß er an einer der Wände des Gehäuses normal zu dessen Boden einen verstellbaren langen Stift anbringt, wodurch der direkt gesehene Absteckstab auch dann mit einem Spiegelbilde in Koinzidenz gebracht werden kann, wenn er sehr hoch oder tief steht.

Prüfung und Berichtigung der zum Ausstecken rechter Winkel bestimmten Apparate.

Das allgemeine Prinzip für die Prüfung der in Rede stehenden Instrumente ist sehr einfach und auf Grund der Fig. 61 auf Taf. 5 leicht erklärt.

Man steckt innerhalb der Geraden *AB* drei Zwischenpunkte

aus (C, D und E), stellt sich nun mit dem zu untersuchenden Apparate in E auf und errichtet dort zweimal eine Normale zu AB; einmal mit Benutzung der Absteckstäbe A und C, das zweitemal mit Benutzung der Stäbe D und B. Fallen die Endpunkte der zwei Normalen G und F zusammen, so ist der betreffende Apparat in Ordnung. Im Gegenfalle ist das Instrument falsch und der Mittelpunkt der Strecke GF, das ist M, ein Punkt der richtigen Normalen.

Die Berichtigung eines fehlerhaften Winkelkreuzes und ebenso einer unrichtig befundenen Winkeltrommel muß gewöhnlich dem Mechaniker überlassen werden. Berichtigungen der Spiegelapparate sind leicht ausführbar. Der Spiegel des Spiegelrohres ist zu diesem Behufe in der Regel um die vertikale Mittellinie (identisch mit dem Faden) drehbar und schlägt bei richtiger Stellung an ein durch die Gehäusewand gehendes Schräubchen („Anschlagstift") an. Bei fehlerhafter Stellung des Spiegels wird dieses Schräubchen entsprechend angezogen oder gelüftet. Was den Winkelspiegel anbelangt, so ist nur einer der beiden mit Metallplatten unterlegten Spiegel im Gehäuse fest (in Fig. 56 der rückwärtige). Der zweite ist gegen den ersten mit Hilfe von drei Schräubchen (s_1, s_2 und z) ein wenig verstellbar.

Hierzu ist die Verbindung dieses Spiegels mit der Gehäusewand bei s nicht absolut fest und die Unterbringung der bezeichneten Schräubchen eine solche, daß eines hiervon (z) als Zugschraube figurieren kann, während die zwei anderen (s_1 und s_2) als Stemmschrauben wirken. Näheren Aufschluß hierüber gibt Fig. 62 auf Taf. 5, welche einen Schnitt durch die Achsen der drei Schräubchen vorstellt. G ist in dieser Figur die Gehäusewand, U die Metallunterlage des Spiegels und S der Spiegel selbst. Will man den vorderen Spiegelrand der Gehäusewand nähern, also den Winkel, den die Spiegelflächen einschließen, vergrößern, so werden s_1 und s_2 gelüftet und z wird angezogen. Soll der erwähnte Winkel verkleinert werden, so geschieht das Umgekehrte.

Eine Berichtigung des Winkelprismas ist für den Geometer selbstverständlich unmöglich. Dafür hat aber dieses äußerst handliche Instrumentchen den Vorteil, daß es — einmal richtig hergestellt — immer richtig bleibt.

Was die Genauigkeit der beschriebenen Winkelaussteckapparate anbetrifft, so ist dieselbe relativ gering. Beim Winkelkreuz

und bei der Winkeltrommel ist dies durch die Unvollkommenheit der Visiervorrichtungen bedingt, beim Spiegelrohr durch diese und den freihändigen Gebrauch, beim Winkelspiegel und Winkelprisma durch den freihändigen Gebrauch und durch die kleinen Veränderungen in der Lage des Scheitelpunktes des rechten Winkels.

Mit Rücksicht darauf pflegt man die Verwendung der besprochenen Instrumente auf Distanzen zu beschränken, die unter 50^m liegen und hat bei der Anlage des Messungsliniennetzes für die Detailaufnahme mit Hilfe rechtwinkliger Koordinaten diesen Umstand stets im Auge zu behalten.

Am Schlusse des Abschnittes *D* soll noch bemerkt werden, daß es katoprische Instrumente gibt, welche auch zum Ausstecken von 45gradigen Winkeln geeignet sind. Derlei Winkel werden dann ausgesteckt, wenn es sich darum handelt, Längen von Strecken mit Hilfe von gleichschenkligen und rechtwinkligen Dreiecken zu bestimmen.

Ad *E*. Instrumente zur Bestimmung der Horizontalprojektion von Feldwinkeln und ihr Gebrauch.

Vorstudien.

Dieselben betreffen:

1. Das Wesen und die Verwendung des Nonius.
2. Die Verwendung der Röhrenlibelle zum Vertikalrichten von geraden Linien (Instrumentachsen).
3. Die Einrichtung und Verwendung des geodätischen Fernrohres.

Ad 1. Das Wesen und die Verwendung des Nonius.

Wenn $n-1$ kleinste Teile eines Maßstabes — der sogenannten Grundteilung — in n gleiche Teile geteilt werden, so ergibt sich ein zweiter Maßstab, welchen man einen Nonius oder Vernier zum ersten nennt. Der kleinste Teil der Grundteilung soll a, jener des Nonius b heißen.

Relation zwischen a und b:

Man kann sagen: $(n-1)\, a = nb$. Diese Gleichung heißt die Noniusgleichung. Aus ihr folgt:

$$\left(1-\frac{1}{n}\right) a = b \text{ oder}$$

$$a - \frac{a}{n} = b \text{ und endlich}$$

$$a - b = \frac{a}{n}.$$

Diese Differenz zwischen dem kleinsten Teile der Grundteilung und dem kleinsten Teile des Nonius wird die „Angabe" des Nonius genannt und gewöhnlich mit γ bezeichnet. Ihre Berechnung erfolgt, indem man den Wert des kleinsten Teiles der Grundteilung durch die Zahl der Noniusteile dividiert und ist der wichtigste Akt vor der Verwendung eines Nonius.

Beispiele der Berechnung von γ für Nonien, welche zu geraden Maßstäben gehören:

$$a = 1^{mm}, n = 10; \gamma = \tfrac{1}{10}^{mm} = 0{\cdot}1^{mm}.$$
$$a = 1^{mm}, n = 50; \gamma = \tfrac{1}{50}^{mm} = 0{\cdot}02^{mm}.$$

Beispiele der Berechnung von γ für Kreisnonien, d. h. Nonien, die zu Kreisteilungen gehören:

$$a = 15', n = 45; \gamma = \tfrac{15}{45}' = \tfrac{1}{3}' = 20''.$$
$$a = 10', n = 30; \gamma = \tfrac{10}{30}' = \tfrac{1}{3}' = 20'' \text{ usw.}$$

Verwendung des Nonius:

Dieselbe soll zunächst an einem ganz einfachen Beispiele demonstriert werden. Hierzu Fig. 63 auf Taf. 5.

Die Angabe ist im vorliegenden Beispiele $\frac{a}{10}$, das heißt a ist um $\frac{a}{10}$ größer wie b. Infolgedessen stimmen die Striche 1 und I um $\frac{a}{10}$ nicht, die Striche 2 und II um $2 \cdot \frac{a}{10}$ nicht usw. Verschiebt man nun den Nonius nach rechts derart, daß die Striche 1 und I übereinstimmen (koinzidieren), so werden die Striche 0 und 0′ um $\frac{a}{10}$ nicht stimmen; bringt man 2 und II zum Stimmen, so werden 0 und 0′ um $2 \cdot \frac{a}{10}$ abweichen; schiebt man den Nonius noch weiter bis zur Koinzidenz von 7 und VII, so weichen die zwei Nullstriche um $7 \cdot \frac{a}{10}$ ab usw.

Daraus schon ergibt sich die Möglichkeit, den Abstand der zwei Nullstriche am Nonius zu beurteilen.

Genau so wie der Abstand der Nullstriche innerhalb der Strecke von 0 bis 1 beurteilt werden kann, läßt sich nämlich der Abstand der Nullstriche auch dann beurteilen, wenn der Strich 0′ irgendwo rechts liegt, z. B. zwischen 13 und 14 der Grundteilung. Man liest dann zunächst $13a$ und beurteilt hierauf die Strecke zwischen den Strichen 13 und 0′ am Nonius genau so wie früher. Wenn z. B. der Strich VI des Nonius mit einem Maßstabstriche stimmt, so ist die erwähnte Strecke gleich $6 \cdot \frac{a}{10}$ oder $0·6 \cdot a$, der Abstand der beiden Nullstriche, um den es sich handelt, somit $= 13·6 \cdot a$.

Man nennt $13 \cdot a$ die „grobe" Lesung, $0·6 \cdot a$ die „feine" Lesung oder Noniuslesung und $13·6 \cdot a$ die „volle" Lesung.

Beispiel der Konstruktion eines Kreisnonius und Ablesungen daran (hierzu Fig. 64 auf Taf. 5).

K ist eine Kreisteilung, *N* die dazu gehörige Noniusteilung. Nachdem ein jeder Grad der Kreisteilung in vier gleiche Teile zerfällt, so ist $a = 15'$ und nachdem der Nonius 45 kleinste Teile enthält (44 kleinste Teile der Grundteilung sind in 45 gleiche Teile zerlegt worden), so ist $\gamma = \frac{15}{45}' = 20''$. Ein kleinster Teil des Nonius ist mithin um $20''$ kleiner wie ein kleinster Teil der Grundteilung.

Wenn der Nonius an die Kreisteilung derart angeschoben wird, daß sich sein Nullstrich an der in der Zeichnung angegebenen Stelle befindet, dann ist die grobe Lesung, das heißt die Entfernung vom Nullstriche der Grundteilung bis zu jenem Striche derselben, welcher dem Nullstriche des Nonius unmittelbar vorhergeht, $= 131° 30'$. Wenn nun von den Noniusstrichen der erste nach dem Nullstriche mit einem Striche der Grundteilung koinzidieren würde, so wäre die feine Lesung $= 1 \cdot 20'' = 20''$. Würde der 2. Strich koinzidieren, so müßte man zur groben Lesung $2 \cdot 20'' = 40''$ hinzufügen. Koinzidiert der 3. Strich, so ist die feine Lesung $= 3 \cdot 20'' = 60'' = 1'$. Der einer Minute entsprechende Strich des Nonius ist länger gezogen wie die zwei vorhergehenden. Dasselbe gilt von den folgenden Minutenstrichen. Noch länger erscheinen die der 5., der 10. und der 15. Minute entsprechenden Striche gezeichnet. Diese sind auch mit 5, respektive mit 10 und 15 numeriert. Auf diese Art wird jedes Abzählen der dem Null-

striche des Nonius folgenden Striche behufs Feststellung der feinen Lesung vermieden.

Wenn z. B. von den Noniusstrichen der mit × bezeichnete mit einem Striche der Grundteilung koinzidiert, dann ist die feine Lesung = 7′40″, die volle Lesung daher = 131° 37′40″.

Schlußbemerkungen betreffend die Praxis des Ablesens am Nonius.

1. Es ist zweckmäßig, den Abstand des Nullstriches am Nonius von dem vorhergehenden Striche der Grundteilung näher ins Auge zu fassen, um die Koinzidenz von vornhinein in der richtigen Gegend des Nonius suchen zu können.

2. Häufig scheinen zwei benachbarte Teilstriche des Nonius mit zwei benachbarten Teilstrichen der Grundteilung zu stimmen. Stark vergrößert stellt sich dieser Fall so dar, wie dies in der Fig. 65 auf Taf. 5 skizziert erscheint.

Wie leicht einzusehen ist, wird man hier, den vorhin benutzten Nonius vorausgesetzt, weder 5′20″ noch 5′40″ lesen dürfen, sondern um die halbe Noniusangabe — also um 10″ — mehr beziehungsweise weniger nehmen müssen, das heißt das arithmetische Mittel von 5′20″ und 5′40″ = 5′30″ bilden.

3. Wenn ein Strich des Nonius mit einem Striche der Grundteilung koinzidiert, dann weichen die symmetrisch gelegenen Noniusstriche von den symmetrisch gelegenen Strichen der Grundteilung in gleicher Weise ab.

In Fig. 66 auf Taf. 5 stimmen z. B. die mit × bezeichneten Striche überein. Infolgedessen weichen die mit . bezeichneten Striche des Nonius von den gleich bezeichneten der Grundteilung um die Angabe des Nonius ab, die mit : bezeichneten Noniusstriche von den ebenso bezeichneten der Grundteilung um die zweifache Noniusangabe usw.

Diese Tatsache spielt bei der Beurteilung der Koinzidenz eine nicht unwichtige Rolle. Um sie auch am Anfang und am Ende eines Nonius verwerten zu können, pflegt man die Noniusteilung über die Noniusenden hinaus fortzusetzen (1—2 Teile weit). Die so erhaltenen, außerhalb der eigentlichen Noniusteilung liegenden Teilstriche nennt man „Überstriche“. Natürlich darf man die von Überstrichen begrenzten Teile bei der Bestimmung der Noniusangabe nicht mitzählen.

Ad 2. Die Verwendung der Röhrenlibelle zum Vertikalrichten von geraden Linien (Instrumentachsen).

Geometrisches Prinzip: Wenn zwei Gerade *a* und *b* einen rechten Winkel bilden, eine hiervon, z. B. *b*, horizontal gestellt, hierauf um *a* rechtwinklig gedreht und dann neuerdings horizontal gerichtet wird, so ist *a* vertikal.

In den folgenden Betrachtungen ist *a* die mathematische Drehungsachse des Oberbaues eines Apparates oder dessen Vertikalachse *xy* und *b* die Nullpunkttangente einer mit *xy* fest verbundenen Röhrenlibelle oder T_o.

Unter dem Nullpunkte der Libelle hat man hier einen Punkt zu verstehen, welcher im oberen Teile des zur Vertikalachse *xy* parallelen Meridians der Libelle ungefähr in der Mitte des Libellenrohres angenommen wird. Die Nullpunkttangente ist dann die Tangente an den erwähnten Meridian im Nullpunkte.

Das Vertikalrichten der Vertikalachse erfolgt, indem man die Röhrenlibelle zum Einspielen bringt, ihre Nullpunkttangente also horizontal stellt, sie hierauf durch Drehung um die Vertikalachse um 90° verstellt und neuerdings zum Einspielen bringt.

Man benutzt hierzu drei oder auch zwei vertikal wirkende Schrauben, sogenannte Stellschrauben, welche zwei zueinander normal stehende „Stellungslinien" bestimmen. Die Fig. 67 und 68 auf Taf. 6 sind schematische Darstellungen der diesbezüglichen typischen Konstruktionen.

In Fig. 67 ist *xy* die horizontale Projektion der Vertikalachse. 1, 2 und 3 sind die Köpfe von drei Stellschrauben, deren Drehung ein Neigen der Vertikalachse im Sinne der Verbindungsgeraden von 1, 2 und 3 mit *xy* zur Folge hat.

Die Zentren von 1 und 2 bestimmen die erste, das Zentrum von 3 und *xy* die zweite Stellungslinie.

In Fig. 68 ist *xy* gleichfalls die horizontale Projektion der Vertikalachse. 1 und 2 sind die Köpfe von zwei Stellschrauben, deren Drehung wieder ein Neigen der Vertikalachse im Sinne der Verbindungsgeraden von 1 und 2 mit *xy* zur Folge hat.

F_1 und F_2 sind die Horizontalprojektionen von zwei vertikal wirkenden Spiralfedern, welche die mit den Schrauben 1 und 2

gerichtete Vertikalachse in ihrer Stellung fixieren respektive den Schrauben entgegenwirken.

Hier wird eine der Stellungslinien durch die Zentren von 1 und F_1, die zweite durch die Zentren von 2 und F_2 bestimmt.

In Fig. 67 wird die Röhrenlibelle zunächst in die Richtung der Stellungslinie 1, 2 gestellt, mit den Schrauben 1 und 2 zum Einspielen gebracht, dann um xy in die zweite Stellungslinie, das heißt in die Richtung xy, 3 gedreht und nun mit der Schraube 3 allein neuerdings zum Einspielen gebracht.

Im Falle Fig. 68 wird die Röhrenlibelle zunächst z. B. in die Richtung der Stellungslinie 1 F_1 gestellt, mit der Schraube 1 zum Einspielen gebracht, dann um xy in die Richtung 2 F_2 gedreht und mit der Schraube 2 neuerdings zum Einspielen gebracht.

In beiden Fällen ist der beschriebene Vorgang zur Sicherheit zu wiederholen.

Das beschriebene Verfahren, die Vertikalachse eines Instrumentes mit einer Röhrenlibelle vertikal zu richten, setzt in Anbetracht des oben zitierten geometrischen Prinzipes voraus, daß die Vertikalachse xy zur Nullpunkttangente der Libelle T_o normal steht. Das Kennzeichen hierfür ist höchst einfach.

Ist nämlich, wie in Fig. 69 auf Taf. 6, xy zu T_o normal, und wird T_o horizontal gerichtet, indem man die Libelle in einer der Stellungslinien zum Einspielen bringt, so bleibt T_o horizontal, wenn man die Libelle um xy um 180° verdreht, das heißt die Libelle spielt nach der Drehung wieder ein.

Zeigt sich dagegen nach erfolgter Drehung ein Ausschlag, so ist dies ein Beweis, daß xy zu T_o nicht normal steht. Es ist nun nicht schwer aus der Größe des Ausschlages auf die Größe des Fehlers zu schließen und daraufhin den Vorgang der Berichtigung festzustellen.

Es soll dies auf Grund der Fig. 70 auf Taf. 6 geschehen. In derselben ist vv' die ideale Vertikalrichtung, T_o die horizontal gestellte Nullpunkttangente der Libelle, xy die Vertikalachse, deren Stellung gegen To mit einem Fehler α behaftet ist.

a ist ein beliebiger Punkt von T_o, (a) derselbe Punkt nach der Drehung der Libelle um xy um 180°, (T_o) die Nullpunkttangente nach ihrer Drehung um 180°. Diese schließt, wie man aus dem Dreiecke a (a) o sofort erkennt, mit T_o einen Winkel von der Größe 2α ein.

Der Ausschlag, der sich nach der Drehung ergibt, wird daher dem doppelten Fehler in der Stellung von T_0 gegen xy entsprechen, oder, was dasselbe ist, der doppelten Abweichung der Achse xy von der idealen Vertikalrichtung. Bringt man nun die Hälfte des Ausschlages mit Hilfe der Stellschrauben weg, so wird xy vertikal. Schafft man ferner die zweite Hälfte des Ausschlages mit Hilfe der an der Libelle angebrachten Rektifizierschräubchen fort, so ist T_0 horizontal, zu der bereits vertikal stehenden Achse xy, somit normal. Der Vorgang hat, wie man sofort erkennt, eine große Ähnlichkeit mit der Prüfung und Berichtigung einer Röhrenlibelle zum Horizontalstellen von Stangen und Ebenen.

Schlußbemerkung.

Die auf Grund der Fig. 67 und 68 beschriebene Methode der Vertikalstellung einer Vertikalachse wird wesentlich vereinfacht, wenn man mit der Vertikalachse nicht eine, sondern zwei Röhrenlibellen verbindet, die miteinander, von oben gesehen, einen rechten Winkel bilden und deren Nullpunkttangenten zur Vertikalaxe normal stehen. Hat man eine der Libellen in eine Stellungslinie gebracht, so liegt auch schon die zweite in einer Stellungslinie und bringt man beide zum Einspielen, so ist die Vertikalachse vertikal. Es äußert sich dies dadurch, daß während des Drehens der Libellen um die Vertikalachse die Luftblasen nicht aus den Spielpunkten treten, daß „die Libellen fest stehen". Die Prüfung und allenfallsige Berichtigung der zweiten Libelle erfolgt, indem man dieselbe nach durchgeführter Prüfung der ersten um 90° wendet und, falls sie nicht einspielt, mit ihrer Rektifizierschraube zum Einspielen bringt. Die zwei besprochenen Libellen heißen Kreuzlibellen.

Ad 3. Einrichtung und Verwendung des geodätischen Fernrohres.

Dieser Abhandlung muß eine kurze Rekapitulation von in das Gebiet der Optik gehörigen Erscheinungen vorausgeschickt werden.

Fig. 71 auf Taf. 6 betrifft den Durchgang von Licht durch Planglas. 1, 2, 3, 4 ist der Weg eines Lichtstrahles, der aus der Luft in Planglas und aus diesem in die Luft eintritt. Bekanntlich ist 3, 4 parallel zu 1, 2. Der Lichtstrahl erfährt demnach keine

Ablenkung hinsichtlich der Richtung, wohl aber eine kleine Parallelverschiebung.

Fig. 72 auf Taf. 6 betrifft den Durchgang eines Lichtstrahles durch eine Glaslinse. In dieser Figur ist die von zwei Kreisbögen begrenzte Fläche der Schnitt durch eine „bikonvexe“ Glaslinse. C und C' sind die Zentren jener Kugelflächen, nach denen diese Linse geschliffen erscheint. Die Verbindungsgerade von C und C' heißt die Linsenachse.

Ein Lichtstrahl, welcher die Linse passiert, wird zweimal gebrochen, und zwar so, daß seine Richtung nach dem Austritte aus der Linse im allgemeinen eine andere ist, wie vor dem Eintritte in dieselbe. Der Linienzug 1—4 stellt einen solchen zweimal gebrochenen Lichtstrahl vor.

Fig. 73 auf Taf. 6 behandelt die Bestimmung des optischen Mittelpunktes einer Glaslinse.

Zieht man nämlich durch C und C' die parallelen Radien Ca und $C'b$ und schneidet man mit der Geraden ab die Linsenachse, so ergibt sich im Schnittpunkte o der sogenannte optische Mittelpunkt der Linse. Derselbe ist von der Richtung der Geraden Ca und $C'b$ vollkommen unabhängig, weil zufolge der beschriebenen Konstruktion die Strecke CC' durch o immer im Verhältnisse der Radien geteilt wird.

Zieht man innerhalb einer Linse durch den optischen Mittelpunkt derselben eine Gerade, z. B. mn in Fig. 74 (Taf. 6), so kann man umgekehrt schließen, daß die den Punkten m und n entsprechenden Radien Cm und $C'n$ parallel sind. Wird nun ein Lichtstrahl Am durch die Linse nach der Richtung mn gebrochen, so muß er aus der Linse in der Richtung nB parallel zu Am heraustreten, weil die Radien Cm und $C'n$, welche hier die Einfallslote in m respektive n repräsentieren, parallel sind, die Linse somit wie das Planglas in Fig. 71 wirkt.

Lichtstrahlen, welche — wie $AmnB$ — den optischen Mittelpunkt einer Linse passieren, werden also der Richtung nach nicht abgelenkt. Sie erfahren bloß eine (zumeist äußerst kleine) Parallelverschiebung. Man nennt solche Lichtstrahlen „Hauptstrahlen“. Gerade Linien, welche durch den optischen Mittelpunkt laufen und sehr kleine Winkel mit der Linsenachse bilden, kann man als Hauptstrahlen betrachten, bei denen die erwähnte Parallelverschiebung = Null ist.

In Fig. 75 (Taf. 6) ist P ein in der Linsenachse liegender leuchtender Punkt, $P_{1,2}P'$ ein von P ausgehender, zweimal gebrochener Lichtstrahl. Alle Lichtstrahlen, welche von P ausgehen und mit der Linsenachse ganz kleine Winkel bilden, die Linse somit in der Nähe von m treffen (zentrale Strahlen), vereinigen sich rechts von der Linse an derselben Stelle P' der Linsenachse, wodurch dortselbst ein zweiter leuchtender Punkt entsteht — das reelle oder physische Bild von P. P und P' nennt man zwei konjugierte Punkte.

Liegt P in unendlicher oder mindestens sehr großer Entfernung, so sind die Strahlen von P parallel zur Linsenachse. Man nennt solche Strahlen Parallelstrahlen. Die Vereinigung derselben erfolgt in einem Punkte F, welcher ein Brennpunkt oder Fokus der Linse genannt wird. Seine Entfernung vom optischen Mittelpunkte der Linse heißt deren Brennweite oder Fokaldistanz. Wenn dieselbe mit p bezeichnet wird, so ist $\frac{1}{p} = (n-1)\left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2}\right)$. Hierbei ist n der Brechungskoeffizient des Glases, während r_1 und r_2 die Schliffradien der Linse sind. Jede Linse hat natürlich zwei Brennpunkte.

Der Abstand des Punktes P von $o = a$ heißt die Gegenstandsweite, die Strecke $oP' = \omega$ heißt die Bildweite und $oF = p$ — wie schon erwähnt wurde — die Brennweite.

Zwischen a, ω und p existiert eine höchst einfache Beziehung. Sie findet ihren Ausdruck in der folgenden Näherungsformel: $\frac{1}{a} + \frac{1}{\omega} = \frac{1}{p}$. Man nennt diese Formel vielfach die „Linsengleichung". Aus derselben folgt unmittelbar $\frac{1}{\omega} = \frac{1}{p} - \frac{1}{a} = \frac{a-p}{ap}$ oder $\omega = \frac{ap}{a-p}$.

ω für einige besondere Werte von a:

1. für $a = \infty$ ist $\omega = p$ (bereits bekannt).

2. für $a = 2p$ ist $\omega = 2p$ (P und P' somit gleich weit von der Linse).

3. für $a = p$ ist $\omega = \infty$ (die Strahlen treten also aus der Linse parallel zu deren Achse heraus und geben kein Bild).

4. für $a < p$ ist ω eine negative Größe. Die Strahlen treten,

wie dies in der Fig. 76 auf Taf. 6 mit $P_{1,2,3}$ und $P_{1'2'3'}$ angedeutet erscheint, aus der Linse divergierend heraus, können also kein physisches Bild von P erzeugen. Ein rechts von der Linse befindliches Auge empfängt aber den Eindruck, als kämen alle aus der Linse tretenden Strahlen vom Punkte P', wo sie sich — nach rückwärts verlängert — schneiden. P' erscheint daher diesem Auge als leuchtender Punkt ohne es wirklich zu sein. Es ist ein Scheinbild oder ein imaginäres, auch virtuelles Bild von P.

Sphärische und chromatische Abweichung.

Schon gelegentlich der Besprechung der Fig. 75 wurde bemerkt, daß sich die sämtlichen durch die Linse gehenden Lichtstrahlen nur dann in einem einzigen Punkte P' vereinigen, wenn sie mit der Linsenachse sehr kleine Winkel bilden.

Strahlen, welche unter größeren Winkeln gegen die Linsenachse auf die Linse auffallen (Randstrahlen), werden stärker gebrochen wie Zentralstrahlen und haben daher auch einen anderen Vereinigungspunkt wie diese. Die besprochene Erscheinung heißt die sphärische Abweichung der Linse. Sie hat zur Folge, daß das physische Bild eines Punktes in Wirklichkeit kein Punkt ist, sondern ein kleines räumliches Gebilde, was natürlich störend wirkt und daher auch bekämpft wird. Teilweise geschieht dies durch Anwendung von undurchsichtigen Ringen — sogenannten Blenden — welche die Randstrahlen abwehren und teilweise dadurch, daß man Linsen benutzt, deren Schliffradien zueinander in einem ganz bestimmten Verhältnisse stehen, sogenannte „Linsen der besten Form“.[1])

Außer der sphärischen Abweichung macht sich bei der Verwendung von Glaslinsen noch eine zweite störende Erscheinung fühlbar, nämlich die chromatische Abweichung. Sie ist darin begründet, daß die roten Bestandteile des weißen Lichtes am schwächsten, die violetten am stärksten gebrochen werden, was zur Folge hat, daß das Bild des Punktes P nicht rein erscheint, sondern

[1]) Wenn r der Radius der dem Punkte P respektive dem Objekte zugewendeten Kugelfläche ist, r' der Radius der zweiten Kugelfläche und n der Brechungskoeffizient der betreffenden Glassorte, so ist die sphärische Abweichung am kleinsten, wenn folgende Relation stattfindet: $\frac{r'}{r} = \frac{2n^2 + n}{4 + n - 2n^2}$.

umgeben von einem schmalen Ringe in Regenbogenfarben. Man bekämpft die chromatische Abweichung durch Verwendung von Linsenkombinationen. In Fig. 77 (Taf. 6) ist eine solche Linsenkombination dargestellt. Die Sammellinse 1 ist dem Objekte zugewendet und aus Spiegelglas (Crownglas) hergestellt. Die Zerstreuungslinse 2 besteht aus Flintglas. Sie vereinigt die aus der Linse 1 heraustretenden farbigen Strahlen wieder zu weißen Strahlen. Eine in der besprochenen Art zusammengesetzte Linse heißt achromatisch.

Wenn die Krümmungshalbmesser derart gewählt werden, daß neben der chromatischen Abweichung auch die sphärische auf ein Minimum reduziert erscheint, so heißt die zusammengesetzte Linse aplanatisch. Beide Abweichungen können auch durch eine Kombination von zwei Linsen aus demselben Glase beseitigt werden, wovon noch später bei den sogenannten Doppelokularen gesprochen werden wird.

Entstehung des Bildes eines leuchtenden Punktes, welcher sich außerhalb der Linsenachse, jedoch nahe an derselben befindet.

Die Lichtstrahlen, welche von einem solchen Punkte P ausgehen, schneiden sich wieder annähernd in einem einzigen Punkte P'. Derselbe läßt sich infolgedessen schon mit Hilfe von zwei Strahlen bestimmen und ist diese Bestimmung aus der Fig. 78 auf Taf. 6 ersichtlich. Der erste Strahl ist der durch o gehende „Hauptstrahl“. Der zweite Strahl (punktiert) ist der „Parallelstrahl“. Derselbe passiert bekanntlich nach dem Durchgange durch die Linse den Brennpunkt F. Der Schnittpunkt der zwei Strahlen ist P'.

Die Punkte P, o und P' liegen also wieder in einer Geraden. P und P' heißen auch hier konjugierte Punkte.

Die Beziehung zwischen Gegenstandsweite, Bildweite und Brennweite, wie sie für den in Fig. 75 dargestellten Fall existiert, gilt endlich auch für die Fig. 78, nur liegen jetzt a und ω nicht auf der Linsenachse, sondern auf dem Hauptstrahle Po.

Entstehung des Bildes einer kurzen, zur Linsenachse normal und symmetrisch stehenden Strecke *ab*.

Fall α. ab ist von der Linse weit entfernt (Fig. 79, Taf. 6). Das Bild von ab wird aus den Bildern der zwischen a und b

legenen Punkte bestehen und mit Rücksicht auf die Gültigkeit der Relation $\frac{1}{a} + \frac{1}{\omega} = \frac{1}{p}$ für alle Punkte zwischen a und b wieder eine Strecke sein. Die Enden derselben sollen a' und b' heißen. Es genügt natürlich diese zu bestimmen, was einer Wiederholung der in Fig. 78 durchgeführten Konstruktion gleichkommt. Das Bild $a'b$ ist natürlich wieder ein physisches Bild und hat mit Rücksicht auf ab eine verkehrte Lage. Es ist ferner, wie sich leicht berechnen läßt, kleiner wie ab, sobald ab außerhalb der doppelten Brennweite der Linse liegt.

Fall β. ab liegt innerhalb der Brennweite der Linse (Fig. 80, Taf. 6). In diesem Falle treten, wie in Fig. 76, die von a ausgehenden Strahlen aus der Linse divergierend heraus, geben also kein physisches Bild von a. Verlängert man aber diese Strahlen nach links, so treffen sie sich im Punkte a' und ein rechts von der Linse befindliches Auge empfängt den Eindruck, als läge a in a'. a' ist wieder ein Scheinbild von a. Das gleiche gilt von b' in bezug auf b. Im Falle β entsteht also ein imaginäres Bild von ab in aufrechter Stellung. Es steht von der Linse weiter ab wie die Strecke ab. Der Fall β wird verwendet, um einen Gegenstand, welcher dem freien Auge in der deutlichsten Sehweite unter einem zu kleinen Gesichtswinkel (kleiner wie 30″) erscheint und infolgedessen unsichtbar ist, sichtbar zu machen.

Einen solchen Gegenstand stellt man nämlich unwillkürlich ganz nahe vor das Auge, um den Gesichtswinkel zu vergrößern. Jetzt sieht man ihn aber wieder nicht, weil die Netzhaut des Auges auf zu kurze Distanzen nicht reagiert. Schaltet man nun zwischen den Gegenstand ab und das Auge eine Linse nach Fig. 80 ein, so vergrößert dieselbe die Entfernung des Gegenstandes vom Auge, indem sie ab scheinbar nach $a'b'$ verlegt, ohne den Gesichtswinkel, unter welchem ab dem freien Auge erscheint, merklich zu verändern. Ist nun die Entfernung von $a'b'$ bis zum Auge gleich der „deutlichsten" oder auch „günstigsten" Sehweite (20—25^{cm}), so wird das Auge das Bild $a'b'$ und damit ab selbst deutlich sehen.

Linsen, welche in der angegebenen Art verwendet werden, haben Brennweiten, die sich durchaus innerhalb der deutlichsten Sehweite bewegen. Sie werden mit einer entsprechenden Fassung aus Horn oder aus Messing versehen. Man unterscheidet sie in ein-

fache **Mikroskope** und **Lupen**. Die Brennweiten der ersteren liegen zwischen 1 und 5^{cm}, jene der letzteren sind größer wie 5^{cm}.

Die Fälle α und β zusammen geben das **einfache Fernrohr**. Es hat den Zweck, weit gelegene Objekte, die man mit freiem Auge gar nicht oder nur sehr schlecht sehen würde, weil die Gesichtswinkel, unter denen sie erscheinen, zu klein sind, deutlich sichtbar zu machen oder „in die Nähe zu rücken".

Fig. 81 auf Taf. 7 stellt das **einfache** oder **Keplersche** Fernrohr im Längsschnitt und schematisch dar. Es besteht aus dem **Objektivrohre** R mit der **Objektivlinse** O und aus dem **Okularrohre** R' mit der **Okularlinse** O'. Das Okularrohr läßt sich, wie dies aus der Zeichnung ersichtlich ist, in das Objektivrohr hineinschieben und aus demselben herausziehen.

Die zwei Linsenachsen und die geometrischen Achsen der beiden Rohre sollen hierbei stets in eine Gerade fallen.

Die Wirkungsweise eines Fernrohres ist gleichfalls aus der Fig. 81 zu entnehmen. Die Pfeile A und B deuten ein weit gelegenes Objekt an. Der Gesichtswinkel, unter welchem dieses Objekt in das freie Auge gelangt, ist zu klein, um das Objekt deutlich sehen zu können. Man richtet also ein Fernrohr nach AB. Die Objektivlinse desselben wird das umgekehrte physische Bild von AB, das ist ab erzeugen (Fall α). Dies wird nun im allgemeinen so klein sein, daß man es mit freiem Auge in der deutlichsten Sehweite gar nicht oder doch nur undeutlich sehen würde. Um nun ab und damit AB dennoch deutlich zu sehen, wird, wie vorhin, zwischen ab und das Auge die Linse O' entsprechend eingeschaltet, das heißt das Rohr R' in das Rohr R derart geschoben, daß das virtuelle Bild von ab, also $a'b'$ in der deutlichsten Sehweite des Auges erscheint. Die Linse O' wirkt demnach wie im Falle β als einfaches Mikroskop.

Zum Schlusse soll noch in Erinnerung gebracht werden, daß die Position von ab im Fernrohr von der Entfernung des beobachteten Objektes abhängig ist und daß man bei der Beobachtung weit gelegener Objekte das Okularrohr in das Objektivrohr mehr hineinschieben muß wie bei der Beobachtung nahe gelegener Gegenstände. Endlich ist es klar, daß bei der Verschiedenheit der „deutlichsten Sehweiten" auch der Abstand der Okularlinse O' von ab variieren wird, und zwar wird der Kurzsichtige die Okularlinse dem physischen

Bilde immer näher stellen, das Okularrohr also mehr hineinschieben müssen wie der Beobachter mit normalem Auge und der Weitsichtige.

Besondere Bemerkungen.

1. Unter der Vergrößerung eines Fernrohres versteht man die Zahl, welche angibt, wie oft der Gesichtswinkel, unter welchem ein Gegenstand dem freien Auge erscheint, in jenem Gesichtswinkel enthalten ist, unter welchem man den Gegenstand von demselben Standpunkte aus im Fernrohr sieht.

2. Das Gesichtsfeld eines Fernrohres ist jener Raum, den man im Fernrohr auf einmal überblicken kann. Er erscheint durch einen Winkel bestimmt, dessen Spitze im optischen Mittelpunkte des Objektives liegt und dessen Schenkel den obersten und untersten Punkt der kreisförmigen Okularblende passieren.

Das Gesichtsfeld steht, wie die Optik lehrt, im umgekehrten Verhältnisse zur Vergrößerung.

3. Unter der Helligkeit des Bildes versteht man den Grad der Beleuchtung der einzelnen Bildpunkte.

Bezüglich der Helligkeit, der Vergrößerung und Objektivöffnung kann man folgendes sagen:

a) Die Helligkeit nimmt bei gleicher Vergrößerung mit der Objektivöffnung zu, und zwar quadratisch.

b) Die Helligkeit nimmt, dieselbe Objektivöffnung vorausgesetzt, mit der Vergrößerungszahl ab, und zwar wieder im quadratischen Verhältnisse.

4. Die Deutlichkeit eines Fernrohrbildes oder die Schärfe, in welcher ein jeder Punkt desselben dem Beobachter erscheint, ist bedingt durch die Genauigkeit, mit welcher sich die von den Objektspunkten ausgehenden Strahlen zu Bildpunkten vereinigen und fordert Linsen, die von der sphärischen und chromatischen Abweichung möglichst befreit sind. Das können nun einfache Linsen nicht sein, sondern Linsensysteme. Fernrohre, welche nun statt der zwei einfachen Linsen entsprechend konstruierte Linsensysteme enthalten, heißen zusammengesetzte Fernrohre.

Das gebräuchlichste Objektivsystem dieser Fernrohre ist schon in der Fig. 77 dargestellt. Die Okularsysteme bestehen aus zwei plankonvexen Linsen aus demselben Glase und werden Doppel-

okulare genannt. Die wichtigsten sind das Doppelokular von Huyghens und jenes von Ramsden.

Das Doppelokular von Huyghens, in Fig. 82 auf Taf. 7 schematisch dargestellt, besteht aus plankonvexen Linsen, welche mit ihren krummen Flächen dem Objektive zugekehrt sind. Die Linse 1 (Kollektivlinse) ist im Okularrohre fest untergebracht, die Linse 2 (Okularlinse) in einem flachen Gehäuse (*G*), welches sich in das Okularrohr hineinschrauben läßt.

Das Bild des beobachteten Objektes entsteht zwischen den zwei Linsen, ungefähr an der mit dem Stern bezeichneten Stelle, und wird durch die Linse 2 vergrößert.

Das Doppelokular von Ramsden, in der Fig. 83 auf Taf. 7 schematisch abgebildet, besteht aus zwei plankonvexen Linsen, deren krumme Flächen aber gegeneinander gekehrt sind.

Die Linsen sind in einem kurzen Rohre *r* untergebracht, welches sich in das Okularrohr hineinschrauben läßt. Das physische Bild des beobachteten Objektes entsteht an der mit dem Stern bezeichneten Stelle, also vor den zwei Linsen, welche zusammen wie ein einfaches Mikroskop wirken.

Ramsdensche Doppelokulare sind weit mehr im Gebrauche wie die von Huyghens.

5. Das Fernrohr Fig. 81 zeigt das beobachtete Objekt verkehrt, weil die Linse *O'* das verkehrte physische Bild des Objektes, das heißt *ab* nicht wieder umkehrt. Man nennt ein solches Fernrohr ein astronomisches zum Unterschiede von einem terrestrischen, welches mit Hilfe besonderer im Okularrohr untergebrachter plankonvexer Linsen aus Crownglas *ab* verkehrt und erst dann vergrößert. Astronomische Fernrohre zeichnen sich durch große Helligkeit aus, sind aber nur in der Geodäsie und Astronomie verwendbar. Hier ist es nämlich gleichgültig, ob man die Objekte aufrecht sieht oder verkehrt, in der Touristik, im Theater usw. natürlich nicht.

Das geodätische Fernrohr.

Mit einem Fernrohr, wie es bis nun besprochen wurde, kann man wohl weit gelegene Objekte deutlich sichtbar machen, aber man kann damit nicht zielen oder visieren. Ein Fernrohr, welches zum Zielen oder Visieren eingerichtet ist, heißt ein geodätisches Fernrohr. Es muß zwei Zielpunkte enthalten, deren Verbindungs-

gerade (Ziellinie, Visierlinie oder Kollimationsachse) eben durch die anzuvisierenden Punkte zu legen ist. Einer dieser Punkte ist der optische Mittelpunkt des Objektivs. Der zweite Zielpunkt ist ein künstlich markierter Punkt, nämlich der Kreuzungspunkt der Hauptfäden im sogenannten Fadenkreuz[1]).

Das Fadenkreuz besteht aus zwei oder mehreren Spinnenfäden, welche über die kleinere Öffnung eines sogenannten Diaphragmas gespannt sind. Fig. 84 auf Taf. 7 stellt das Diaphragma und die gebräuchlichsten Formen des darüber gespannten Fadenkreuzes dar. Der erste Teil der Fig. 84 zeigt den Axialschnitt eines Diaphragmas, die zwei anderen Teile (84*a* und 84*b*) Ansichten desselben von links. *F* ist die ringförmige Fadenplatte, *P* eine mit ihr verbundene quadratische abgestutzte Pyramide mit kegelförmiger Öffnung. Die Fäden 1 und 2 heißen Hauptfäden, die Fäden 3 und 4 (in der zweiten Ansicht von links) Distanzfäden.[2])

Das Fadenkreuz ist stets im Okularrohr untergebracht, und zwar verschieden, je nachdem das Fernrohr mit einem Doppelokular von Huyghens oder von Ramsden versehen ist.

Fig. 85 auf Taf. 7 ist der Axialschnitt durch ein Huyghenssches Doppelokular mit Fadenkreuz. *r* ist ein kurzes Rohr, ϱ eine ringförmige Verstärkung desselben nach innen. *D* ist das Diaphragma, welches von zwei horizontalen und zwei vertikalen Schräubchen *s* innerhalb des Ringes ϱ festgehalten wird und mit Hilfe dieser Schräubchen normal zur Rohrachse ein wenig verstellt werden kann. Die Öffnungen in der Wand des Okularrohres, durch welche die

---

[1]) Strenge genommen ist nicht der optische Mittelpunkt des Objektivs, sondern „der zweite Hauptpunkt“ desselben als einer der zwei Zielpunkte zu betrachten. Doch liegen die genannten Punkte so nahe aneinander, daß man sie ohne weiteres als identisch ansehen kann.

Näheres hierüber in der Druckschrift von Karl Neumann „Die Haupt- und Brennpunkte eines Linsensystems“, welche die „Dioptrischen Untersuchungen“ von Karl Friedrich Gauß elementar behandelt.

[2]) Das Aufspannen der Spinnenfäden erfordert viel Übung und ist daher dem Mechaniker zu überlassen. Die Fäden haben den Nachteil, daß sie in feuchter Luft leicht schlaff werden. Man verwendet daher in neuerer Zeit auch fein geschliffene Glasplättchen mit eingeritzten oder auf dem Wege der Mikrophotographie hergestellten Strichen. Diese Glasplättchen haben freilich wieder den Übelstand, daß sie Licht absorbieren.

[illegible] ineinreichen, sind im Sinne der
[illegible] man das [illegible] r samt dem
[illegible] en zwei vertikal wirkenden
[illegible] etwas verschieben, das
[illegible] man es durch die äußere oder
[illegible]

[illegible] durch ein Okularrohr
[illegible] Ramsden.
[illegible] Fig. D das Diaphragma.
[illegible] und zwei vertikalen
[illegible] halten wird und mit
[illegible] ein wenig verstellt
[illegible] rohr in der Regel
[illegible] ein wenig dreh-
[illegible] daß die Öffnungen
[illegible] Schräubchen s in
[illegible] jedoch nicht im
[illegible] ung des Ringes
[illegible] Schräubchen,
[illegible] Ring ϱ hinein-
[illegible] Okularrohr fest

[illegible] Fig. 86 dar-
[illegible] ende Ebene
[illegible] gelegt.
[illegible] der Stellung.
[illegible] Schräub-
[illegible] zeichneten

[illegible] Doppel-
[illegible] um
[illegible] immer an
[illegible] muß
[illegible]

möglichen. Beide Konstruktionen gestatten endlich kleine Verstellungen des Fadenkreuzes normal zur Rohrachse. Die Einrichtung von **Ramsden** läßt überdies noch eine kleine Verdrehung des Fadenkreuzes zu. Bei Huyghens wird diese Verdrehung des Fadenkreuzes gewöhnlich durch Verdrehung des ganzen Rohres bewirkt und dieses sodann entsprechend fixiert (hiervon noch später).

Das Visieren mit dem geodätischen Fernrohr (Zielen, Weisen, Pointieren).

Mit dem geodätischen Fernrohr nach einem gegebenen Punkte visieren, heißt bekanntlich die Visierlinie des Rohres, d. i. die Verbindungsgerade des optischen Mittelpunktes des Objektivs mit dem Fadenkreuzungspunkte durch den gegebenen Punkt legen. Die erwähnte Gerade respektive deren Verlängerung geht, wie dies wohl leicht einzusehen ist, dann durch den Punkt, sobald das physische Bild desselben mit dem Fadenkreuzungspunkte zusammenfällt. Man sagt dann auch, „das Fernrohr ist auf den betreffenden Punkt eingestellt".

Aus dem Vorhergehenden ergeben sich für das Visieren mit dem Fernrohre bestimmte Griffe, welche „optische Vorbereitungen" genannt und im nachfolgenden besprochen werden sollen.

1. Griff. Deutlichmachen des Fadenkreuzes.

Dasselbe erfolgt in bereits bekannter Weise — bei Huyghens durch Verschiebung des Fadenkreuzes zwischen der Okular- und Kollektivlinse, bei Ramsden durch Verschrauben des Doppelokulars. Das Fernrohr ist während dieser Manipulation auf eine helle Fläche zu richten, z. B. auf den Himmel, auf ein vorgehaltenes Blatt Papier usw.

Der erste Griff gelingt in der Regel nicht gleich. Es ist eben sehr schwer, den Moment zu erfassen, in welchem man die überaus dünnen Fäden wirklich gut sieht, in welchem also das virtuelle Bild derselben in der deutlichsten Sehweite des Auges erscheint. Es ist außerdem klar, daß man den ersten Griff — wenn er einmal gelungen ist — nicht mehr zu wiederholen hat und daß mit Rücksicht auf die Verschiedenheit der deutlichsten Sehweiten jeder neue Beobachter, der zum Instrumente tritt, diesen Griff für sein Auge machen muß, und zwar wird der Kurzsichtige den Abstand vom

Fadenkreuz bis zur Okularlinse (respektive bis zu den Okularlinsen) kleiner machen müssen wie der Weitsichtige.

2. Griff. Herstellen und Deutlichmachen des Bildes.

Unter dem Bilde ist hier das physische Bild jenes Objektes oder Signales zu verstehen, auf welchem sich der anzuvisierende Punkt befindet. Um dieses Bild rasch herzustellen, ist es zweckmäßig, zunächst über das Fernrohr nach dem Objekte zu zielen und erst dann in das Rohr selbst hineinzuschauen. In der Regel wird man dann das Bild des Objektes oder Signales schon im Gesichtsfelde des Rohres sehen, freilich noch ganz unklar. Dieser Moment erscheint in der Fig. 88 auf Taf. 7 fixiert.

Das Fernrohr ist nach Ramsden eingerichtet, F ist das bereits deutlich gemachte Fadenkreuz, $a'b'$ das physische Bild eines entfernten Objektes.

$a'b'$ wird offenbar erst dann deutlich zu sehen sein, wenn das virtuelle Bild davon — wie jenes vom Fadenkreuze — in der deutlichsten Sehweite erscheint.

Das aber wird erst dann der Fall sein, wenn man $n = m$ macht, also das Okularrohr in das Objektivrohr entsprechend hineinschiebt.[1])

Der Moment, in welchem $a'b'$ vollkommen deutlich zu sehen ist, kann ungleich leichter erfaßt werden wie jener, in welchem das Fadenkreuz am schärfsten erscheint. Der Grund liegt in der im allgemeinen viel größeren Fläche des Objektsbildes, in seiner Färbung und Beleuchtung.

3. Griff. Beseitigung einer eventuell konstatierten „Parallaxe“ (Fig. 88).

Durch das Deutlichmachen von $a'b'$ ist n gleich m geworden. Das Bild des Objektes muß demnach in der Ebene des Fadenkreuzes liegen. Man kann sich hiervon sehr leicht überzeugen. Bewegt man z. B. das Auge vor dem Okular nach aufwärts und ab-

---

[1]) Dieses Hineinschieben (und Herausziehen) des Okularrohres wurde früher mit freier Hand durchgeführt. Heute dagegen geschieht es mit Hilfe eines eigenen Getriebes, welches aus einer am Okularrohre befindlichen Zahnstange und einem am Objektivrohr angebrachten Zahnrad besteht. (Fig. 89 auf Taf. 7.)

wärts und bleibt der Horizontalfaden stets auf denselben Stellen des Bildes, haftet er gewissermaßen auf dem Bilde fest, so liegen Bild und Fadenkreuz zweifellos in einer Ebene. Ändert hingegen der Horizontalfaden seine Lage am Bilde, „springt" er, so liegt das Bild vor oder hinter der Fadenkreuzebene.

Man nennt diese Erscheinung die „Parallaxe". Sie ist darin begründet, daß es nur scheinbar gelungen ist, das Fadenkreuz vollkommen deutlich zu machen, daß die Entfernung des Bildes $a'b'$ von den Okularlinsen wohl die richtige ist, nicht aber die Entfernung des Fadenkreuzes von diesen Linsen.

Die Parallaxe ist eine Erscheinung, die eine scharfe Visur mit dem Fernrohre absolut ausschließt und daher unbedingt beseitigt werden muß.

Die Beseitigung der Parallaxe erfolgt durch eine langsame Verschiebung des Okularrohres mit Hilfe seines Getriebes bis das „Springen" des Horizontalfadens vollkommen aufhört.

4. Griff. Neuerliches Deutlichmachen des Bildes (Fig. 88).

Obwohl die Verschiebung des Okularrohres behufs Beseitigung der Parallaxe in der Regel eine ganz geringe ist, hat sie doch zur Folge, daß man $a'b'$ nach der Beseitigung der Parallaxe nicht mehr so deutlich sieht, wie vor derselben. Der Abstand des Okulars vom Bilde $a'b'$ hat sich eben ein wenig geändert. Um das Bild wieder deutlich zu machen, ohne eine neue Parallaxe hervorzurufen, muß bei der Einrichtung von Ramsden das ganze Doppelokular, bei Huyghens hingegen die Okularlinse allein durch Drehen entsprechend verstellt werden.

Faßt man das Gesagte noch einmal kurz zusammen, so sind bei der Einrichtung von Ramsden folgende Griffe durchzuführen:

der 1. Griff am Doppelokular
„ 2. „ „ Getriebe
„ 3. „ „ „
„ 4. „ „ Doppelokular;

bei der Einrichtung von Huyghens:

Der 1. Griff am Fadenkreuz
„ 2. „ „ Getriebe
„ 3. „ „ „
„ 4. „ an der Okularlinse.

Benützt der Geometer ein geodätisches Fernrohr zum ersten Male oder hat vor ihm ein anderer dieses Fernrohr verwendet, so muß er vor der ersten Visur alle vier Griffe machen, vor den folgenden Visuren nur die Griffe 2 und 3, welche außerdem derart durchgeführt werden, als wären sie nur ein einziger Griff.

Erst jetzt, nachdem die schon seinerzeit als „optische Vorbereitungen“ bezeichneten vier, respektive zwei Griffe durchgeführt worden sind, erfolgt das eigentliche „Einstellen“ des Fernrohres.

Es besteht in zumeist nur ganz geringen oder „feinen“ Bewegungen des Fernrohres mit Hilfe von verschiedenen, am betreffenden Beobachtungsapparate vorhandenen Mechanismen, bis der Fadenkreuzungspunkt mit einem ganz bestimmten Punkte des Objektbildes scharf übereinstimmt. Beispiele dieser Art enthalten die Fig. 90 und 91 auf Taf. 7.

In Fig. 90 erscheint der Fadenkreuzungspunkt auf das Zentrum einer rotweißen Scheibe, einer sogenannten Zielscheibe, eingestellt. Der Fall kommt hauptsächlich bei Prüfungen von gewissen mit Fernrohren versehenen Beobachtungsapparaten vor.

In Fig. 91 erscheint der Fadenkreuzungspunkt auf die Spitze eines Blitzableiters eingestellt.

Natürlich kann man den Kreuzungspunkt der Hauptfäden auch auf andere scharf markierte Punkte einstellen, wie z. B. auf einen Nagel, auf die Spitze eines Lotes, eines Taschenmessers usw.

In vielen Fällen wird nicht mit dem Kreuzungspunkte der Fäden eingestellt, sondern mit einem der zwei Hauptfäden.

Beispiele dieser Art liefern die Fig. 92, 93 und 94 auf Taf. 7. Fig. 92 zeigt die Einstellung des Vertikalfadens auf einen vertikal stehenden Absteckstab, wie selbe bei Winkelmessungen vorkommt. Der Vertikalfaden soll hierbei das Bild des Absteckstabes halbieren, der horizontale Faden hingegen durch die tiefstgesehene Stelle des Absteckstabes laufen. Der Grund für die letzte Forderung wird sich später ergeben.

Fig. 93 zeigt die Einstellung des Vertikalfadens auf eine sogenannte „Nivellierlatte zum Selbstablesen“, wie selbe häufig statt eines Absteckstabes beim Winkelmessen benützt wird.

Der Vertikalfaden 1 schließt hier die sogenannte „Klaviatur“ ab, muß sich also nicht gerade in der Mitte der Latte befinden.

Doch wird vorausgesetzt, daß die Latte mit dem unteren Ende der die Klaviatur abschließenden Linie an den beobachteten Punkt angehalten wird.

Der Horizontalfaden 2 wird wieder so gestellt, daß er die tiefstgesehene Stelle der Nivellierlatte passiert.

Fig. 94 erläutert die Einstellung des Horizontalfadens auf eine ganz bestimmte Lesung der Nivellierlatte, z. B. 13·45^{dm}, wie dies beim Berichtigen oder Rektifizieren eines Nivellierinstrumentes und in anderen Fällen vorkommt. Der Vertikalfaden spielt hier keine Rolle, kann daher rechts oder links von der Klaviatur liegen, soll aber immer nahe an dieselbe gestellt werden. Der Grund wird sich später ergeben.

Nach den eben zu Ende geführten „Vorstudien" kann zur Besprechung jener Apparate geschritten werden, mit denen die Horizontalprojektionen von Feldwinkeln bestimmt werden.

Diese Apparate sind:

1. der Theodolit,
2. das Bussoleninstrument oder die Waldbussole und
3. der Meßtisch.

1. Der Theodolit.

Ist ein Instrument, mit Hilfe dessen die Horizontalprojektion eines Feldwinkels im Gradmaße, und zwar am schärfsten bestimmt werden kann. Außerdem lassen sich mit einem Theodoliten auch Vertikalwinkel, das heißt Winkel in vertikalen Ebenen messen. Der Apparat soll jedoch zunächst nur als ein Horizontalwinkelmesser besprochen und nachstehendes Programm eingehalten werden:

1. Einrichtung im Prinzipe.
2. Winkelmessung im Prinzipe.
3. Achsen und ihre Stellung während der Arbeit.
4. Prüfung und Berichtigung des Apparates.
5. Fehlerquellen und die Methoden, ihren Einfluß zu beseitigen.
6. Praktische Durchführung einer Winkelmessung.

Ad 1. Die Einrichtung eines Theodoliten soll an einem möglichst einfachen Apparate besprochen werden, dessen schematische

Darstellung in Fig. 95 und dessen photographisches Bild in Fig. 95a auf Taf. 7 zu sehen sind.

F_1 und F_2 sind zwei Füße eines dreibeinigen Statives (der dritte ist rückwärts und erscheint gedeckt).

K ist der Kopf oder auch der Teller des Statives, D eine kreisförmige Öffnung (Durchbruch) in demselben.

C ist die den Apparat mit dem Stative verbindende Schraube (Zentralschraube), h ist ein Haken an derselben zum Anhängen eines Senkels, H_1 eine Handhabe, die mit C fest verbunden ist und mit welcher C in den unteren Teil des Instrumentes eingeschraubt wird. H_2 ist eine zweite Handhabe, die im Zentrum mit einer Schraubenmutter für C versehen ist und sich daher senkt und hebt, wenn man sie dreht. F ist eine die Zentralschraube umgebende Spiralfeder, die sich unten an die Handhabe H_2 und oben an eine kreisförmige Metallscheibe S anstemmt, wenn ihre Federkraft geweckt, das heißt H_2 entsprechend hinaufgeschraubt wird. Die erwähnte Metallscheibe ist etwas größer wie der Durchbruch D und in der Mittte durchlocht, um die Zentralschraube durchstecken zu können. Sie erscheint in der schematischen Figur 95 aus Deutlichkeitsrücksichten einfach punktiert. B ist die sogenannte Büchse oder der Hals des Theodoliten. Von B gehen drei Arme aus, von denen in der Figur nur A_1 und A_2 gezeichnet erscheinen. Der dritte Arm ist rückwärts und gedeckt. Durch die Enden der Arme gehen vertikal wirkende Stellschrauben (σ_1, σ_2—σ_3 ist nicht zu sehen). Büchse, Arme und Stellschrauben zusammen repräsentieren das sogenannte „Dreigestelle" oder den „Dreifuß".

Die Büchse B geht nach oben in eine Art Teller über, welcher Limbus heißt und mit L bezeichnet ist. Der Rand des Limbus ist mit einer in der Regel überaus feinen Kreisteilung (Limbusteilung) versehen.

Der bis nun beschriebene Teil des Apparates ist während der gewöhnlichen oder einfachen Winkelmessung fest.

In einer entsprechenden Bohrung der Büchse B befindet sich der kreiskonische Zapfen Z, welcher nach oben in eine horizontale kreisförmige Metallscheibe oder in eine horizontale T-förmige Metallplatte — die sogenannte Alhidade — übergeht. In der Fig. 95 ist die Alhidade T-förmig und mit A bezeichnet. Sie läßt sich um Z respektive um dessen Achse innerhalb des Limbus beliebig ver-

drehen. N_1 und N_2 bezeichnen zwei einander gegenüberliegende, zur Limbusteilung gehörige Nonien auf der Alhidade („diametrale Nonien“), L_1 und L_2 sind zwei Kreuzlibellen.

T_1 und T_2 sind zwei mit der Alhidade verbundene lotrechte Metallständer oder „Träger“. Ihre oberen Enden gehen in Lager für die Horizontalachse A' (auch Kippachse) über. R bedeutet ein Fernrohr, welches sich eben um A' drehen oder „kippen“ läßt. H ist ein mit der Horizontalachse A' fest verbundener Kreisbogen, der sogenannte „Höhenbogen“. Er dreht sich samt dem Rohre R um A' und ist zum Messen von Vertikalwinkeln bestimmt. Auf feineren Instrumenten findet man statt eines Höhenbogens einen Vollkreis, den „Höhenkreis“. N ist der zum Höhenbogen H gehörige mit dem Träger T_1 fest verbundene Nonius (Höhenbogennonius).

Außer den zitierten wesentlichen Bestandteilen eines Theodoliten wären noch verschiedene unwesentliche anzuführen, wie Lupen, Blenden, verschiedene Rektifiziervorrichtungen, endlich Vorrichtungen zum Sperren der Alhidade und der Horizontalachse, verbunden mit Mitteln zur Durchführung von Feinbewegungen dieser Instrumententeile.

Die Lupen sind dem Wesen nach bereits bekannt. Sie ermöglichen das Ablesen an den feinen Teilungen, sind durchweg stellbar und derart angebracht, daß sie während des Ablesens nicht mit freier Hand gehalten werden müssen.

Blenden sind kleine rechteckige, mit weißem Papier überzogene Metallrahmen, welche auf die feinen Teilungen Licht reflektieren, also das Ablesen erleichtern.

Die erwähnten Rektifiziervorrichtungen werden bei der Besprechung des Programmpunktes 4 zur Behandlung gelangen.

Als Sperrvorrichtungen für die Alhidade und die Horizontalachse figurieren Klemmen, als Mittel zur Durchführung von Feinbewegungen sogenannte Mikrometerwerke.

An Klemmen unterscheidet man drei Arten, nämlich Ringklemmen, Stichklemmen und Backen- oder Plattenklemmen. In den folgenden drei Figuren sind Typen dieser Vorrichtungen schematisch dargestellt, und zwar gleich mit den zur Feinbewegung notwendigen Mikrometerwerken.

In Fig. 96 auf Taf. 8 ist eine Ringklemme nebst dem dazu

gehörigen Mikrometerwerke abgebildet, wie sie zum Sperren und zur Feinbewegung der Horizontalachse verwendet werden. *A'* ist die zur Zeichenebene normal stehende Horizontalachse, *K* die aus einem *A'* umfassenden Ringe und den drei Ansätzen I, II und III bestehende Ringklemme. *S* ist eine Handschraube, welche durch I rund geht, in II aber eine entsprechende Mutter besitzt.

Der Ansatz III erscheint unten zwischen einer Schraube *M* (Mikrometerschraube) und einem Stift *S'* gefaßt. Die Mikrometerschraube geht durch den Teil 1, der Stift durch den Teil 2 des Bügels *B*, welcher an den Träger T_2 angeschraubt ist. Im Gehäuse *G* befindet sich eine Spiralfeder, die auf den Stift *S'* drückt und ihn daher an III anpreßt.

Die Wirkungsweise der beschriebenen Vorrichtung dürfte schon aus der Fig. 96 klar sein. Bei lockerer Schraube *S* läßt sich die Horizontalachse und damit auch das Fernrohr ganz beliebig rotieren respektive kippen. Wird dagegen die Schraube *S* kräftig angezogen, so legt sich der Ring der Klemme *K* fest an *A'* an und da der Ansatz III der Klemme unten durch *M* und *S'* fixiert ist, so kann man *A'* nicht mehr drehen, das mit *A'* verbundene Fernrohr nicht mehr kippen. Durch Drehung der Schraube *M*, welcher der Stift *S'* entgegenwirkt, wird aber eine langsame Verstellung von III und damit eine „Feinbewegung" der Horizontalachse und des Fernrohres hervorgerufen.

In Fig. 97 auf Taf. 8 erscheint eine Stichklemme abgebildet, wie sie vielfach zum Sperren einer Alhidade verwendet wird.

Sie besteht aus einem die Büchse oder den Hals des Theodoliten knapp unter dem Limbus umfassenden, drehbaren Ringe *R*, dem durchbrochenen horizontalen Arme *A* und der Sperrschraube *S*. Diese geht durch den Arm *A* bei *a* glatt oder rund durch, hat bei *b* ihr Gewinde und wirkt zunächst auf das im Ringe *R* steckende Stahlplättchen *P*.

Mit *A* ist, wie vorhin in der Fig. 96 mit T_2, ein Bügel mit Mikrometerschraube und Stift verbunden. Die zwei letzteren halten einen Vorsprung der Alhidade respektive ihres in der Fig. 95 mit einem eingeringelten Punkte markierten Teiles und ist die diesbezügliche Anordnung in der Fig. 97 durch Punktierung angedeutet.

Bei offener Schraube *S* werden sich der Ring *R* mit dem Arme *A*, dem Mikrometerwerke und der Alhidade um den Alhidaden-

zapfen beliebig verdrehen lassen. Zieht man aber die Schraube S kräftig an, so wird der Ring R auf der der Schraube entgegengesetzten Seite — in der Fig. 97 also links — an die Büchse fest angepreßt und damit fixiert. Dadurch wird aber auch die Alhidade gesperrt und eine Drehung der Mikrometerschraube wird nur eine langsame oder feine Bewegung der Alhidade zur Folge haben.

In Fig. 98 auf Taf. 8 ist eine Backenklemme oder Plattenklemme in der Ansicht von oben und im Schnitt abgebildet, und zwar mit dem dazu gehörigen Mikrometerwerke.

Sie ist, wie die Stichklemme und ihr Mikrometerwerk, zur Fixierung und Feinbewegung der Alhidade bestimmt.

Die Klemme selbst besteht aus den Backen B_1 und B_2 (siehe Schnitt) und der dieselben verbindenden Sperrschraube S. Die untere Backe (B_2) greift der besseren Führung wegen in eine auf der unteren Fläche des Limbus befindliche kreisförmige Rinne ein. Die obere Backe (B_1) paßt mit zwei vertikalen Bohrlöchern auf zwei aus der unteren Backe herausragende kurze Stifte, von denen im Schnitt nur der rückwärtige, das ist σ, zu sehen ist.

A (siehe Ansicht von oben) ist der in der Fig. 95 mit dem eingeringelten Punkte bezeichnete Teil der Alhidade. Der Vorsprung v desselben enthält die Mutter für die Mikrometerschraube M. Dieser gegenüber befindet sich wieder ein Stift S', auf welchen eine im Gehäuse G untergebrachte Spiralfeder drückt, so, daß die Backenklemme respektive die obere Backe zwischen M und S' gefaßt erscheint.

Wie wohl leicht einzusehen ist, werden bei offener Sperrschraube S die Klemme, das Mikrometerwerk und die Alhidade um den Alhidadenzapfen beliebig gedreht werden können. Dagegen wird ein Anziehen der Schraube S die Klemme mit dem Limbus fest verbinden und damit auch die Alhidade fixieren. Die darauffolgende Drehung der Mikrometerschraube M wird nur eine geringe und langsame Bewegung — die Feinbewegung — der Alhidade bewirken.

Schlußbemerkung.

Es erscheint wichtig, besonders darauf hinzuweisen, daß vor jeder Feinbewegung der Alhidade eine Fixierung derselben mit Hilfe der vorhandenen Klemme erfolgen muß und erst dann die Mikrometerschraube zu drehen ist. Dasselbe gilt von der Fein-

bewegung des Fernrohres, welcher ein Sperren der Horizontalachse voranzugehen hat.

Ad 2. Winkelmessung im Prinzipe.

Vorbemerkung: In Fig. 99 auf Taf. 8 stellt der Kreisring den Limbusrand vor. Der Strich *o* auf demselben ist der Anfang der Kreisteilung, welche stets im Sinne des Pfeiles, also entsprechend der Uhrzeigerbewegung beziffert ist.

Die zwei mit Kreuzen markierten Striche repräsentieren zwei Stellungen des Nullstriches jenes Nonius, welcher links vom Fernrohre liegt (in Fig. 95 ist dieser Nonius mit N_1 bezeichnet). A und B sind Horizontalprojektionen von Signalen. Die Signale können in verschiedenen Höhen liegen.

Um den Winkel ABC zu messen, wird der Theodolit zunächst so aufgestellt, daß die geometrische Achse des Alhidadenzapfens vertikal steht und den Punkt B enthält. Man sagt dann, der Theodolit sei „meßgerecht" aufgestellt.

Hierauf wird das Fernrohr auf das Signal rechts, das ist auf C eingestellt und die dem Nullstriche des Nonius N_1 entsprechende Ablesung L_C gemacht. Dann wendet man die Alhidade nach links, stellt das Fernrohr auf das Signal links, also auf A ein und macht mit Hilfe des Nonius N_1 die zweite Ablesung, das ist L_A. L_C ist jedenfalls größer wie L_A und $L_C—L_A$ offenbar der zu messende Winkel. Sehr häufig wird aber die Ablesung L_C, welche dem Signal rechts entspricht, kleiner ausfallen wie die dem Signal links entsprechende Ablesung L_A. Dies wird der Fall sein, wenn sich, wie in Fig. 100 auf Taf. 8, der Nullstrich der Limbusteilung zwischen L_C und L_A befindet. Hier kann man L_A von L_C nicht abziehen und erhält den Winkel ABC, indem man zur Ablesung L_C $360°$ hinzuaddiert und erst von der Summe L_A subtrahiert. Man sieht dies sofort ein, wenn man sich den Bogen, welcher der Ablesung $360° + L_C$ entspricht, aus dem Bogen L_A, dem Bogen α und dem Bogen L_C zusammengesetzt denkt und von der Summe dieser drei Bogen L_A wegnimmt.

Man stellt also das Fernrohr auf Signal rechts und dann auf Signal links ein und macht die diesen Einstellungen entsprechenden Ablesungen. Ist die erste Ablesung größer als die zweite, so zieht

man die zweite von der ersten einfach ab. Im Gegenfalle muß man vor der Subtraktion zur ersten Ablesung 360° addieren.

Ad 3. Achsen und ihre Stellung während der Arbeit.

Der Theodolit enthält drei gerade Linien, welche eine ganz besondere Wichtigkeit haben und Achsen des Apparates genannt werden. Sie sind in Fig. 101 auf Taf. 8 perspektivisch dargestellt und mit xy, aa' und $\nu\nu'$ bezeichnet.

xy ist die geometrische Achse des Alhidadenzapfens, um welche sich der ganze Oberbau dreht und heißt die Vertikalachse des Theodoliten.

aa' ist die geometrische Achse der bereits wiederholt erwähnten Horizontalachse oder kurzweg Horizontalachse.

$\nu\nu'$ ist die Verbindungsgerade des optischen Mittelpunktes des Objektivs mit dem Fadenkreuzungspunkte also die bereits bekannte Visierlinie auch Ziellinie oder Kollimationsachse.

Wenn der unter 2 besprochene Vorgang zur Kenntnis der horizontalen Projektion eines Feldwinkels führen soll, dann müssen die drei Achsen während der Messung folgende Stellungen haben:

1. die Vertikalachse muß genau vertikal sein,
2. die Visierlinie muß normal stehen zur Horizontalachse,
3. die Horizontalachse muß eine horizontale Lage haben.

Außerdem sollen sich die drei Achsen in einem einzigen Punkte schneiden.

Ad 4. Prüfung und Berichtigung.

Mit Rücksicht darauf, daß die Vertikalstellung der Vertikalachse xy mit Hilfe von Libellen[1]) erfolgt, ergeben sich dem Punkte 3 entsprechend folgende Prüfungen am Apparate:

1. ob die Nullpunkttangenten der benutzten Libellen (Kreuzlibellen) normal stehen zu xy;
2. ob die Visierlinie $\nu\nu'$ normal ist zur Horizontalachse aa' und
3. ob aa' horizontal ist, wenn xy vertikal steht.

Die Prüfung 1 ist von den „Vorstudien“ her bekannt und ebenso die Art der Berichtigung.

---

[1]) In Fig. 95 (Taf. 7) sind es die Libellen L_1 und L_2.

Hinsichtlich der Prüfungen 2 und 3 müssen Apparate mit „durchschlagbarem" und „nicht durchschlagbarem" Fernrohr unterschieden werden. „Durchschlagbar" heißt ein Fernrohr dann, wenn bei der Drehung desselben um die Horizontalachse eines seiner Enden — gewöhnlich das Objektivende — nirgends anstößt.

Die modernen Theodolite sind fast durchgehends mit durchschlagbaren Fernrohren versehen und sollen bei der nun folgenden Besprechung der Prüfungen 2 und 3 zunächst ins Auge gefaßt werden.

Prüfung 2.

Dieselbe erfolgt am zweckmäßigsten nach einer von Professor Dr. W. Jordan angegebenen Methode und soll auf Grund der Fig. 102 auf Taf. 8 — einer Ansicht von oben — erläutert werden.

In dieser Figur ist xy die Horizontalprojektion der Vertikalachse des Theodoliten, z eine rotweiße Zielscheibe in vertikaler Lage, beiläufig im Horizont des Instrumentes, L eine an zwei Absteckstäbe (m und n) wagrecht gebundene Nivellierlatte zum Selbstablesen ebenfalls im Horizont des Theodoliten und 100 bis 150 Schritte von diesem entfernt.[1]

Es soll angenommen werden, daß die Winkel, welche die Visierlinie mit der Horizontalachse bildet, nicht gleich sind, sondern $90 + \alpha$ respektive $90 - \alpha$.

Um α zukonstatieren, wird der folgende Vorgang eingehalten:

Man visiert zunächst nach dem Zentrum von z in „normaler" Fernrohrlage, das heißt so, daß das Getriebe des Okularrohres oben liegt. Die Horizontalachse hat hierbei die Lage aa'. Dann schlägt man das Fernrohr bei gesperrter Alhidade durch, dreht es also um die Horizontalachse um 180° und macht mit dem Vertikalfaden auf der Latte L die Ablesung L_1. Das Fernrohr ist jetzt in „verkehrter" Lage (Getriebe unten). Hierauf wird die Alhidade um xy so lange gedreht, bis die Visierlinie wieder durch den Mittelpunkt von z geht. Die Horizontalachse erhält dadurch die Lage $(a)\,(a')$. Zum Schlusse wird das Fernrohr, welches noch immer verkehrt ist, bei gesperrter Alhidade abermals durchgeschlagen, also in die normale Lage gedreht und auf der Latte L die Ablesung L_2 gemacht. Der

[1]) Eine „Nivellierlatte zum Selbstablesen" ist 4 m lang, 10—12 cm breit und in der aus Fig. 93 auf Taf. 7 ersichtlichen Art mit einer Zentimeterteilung versehen.

Abstand der Ablesungen L_1 und L_2 entspricht einem Winkel β, dessen Konstruktion eine höchst einfache ist.

Man braucht nur $90° - \alpha$, das heißt jenen Winkel, den die Visur nach z mit dem linken Teile von aa' bildet, in der aus der Fig. 102 ersichtlichen Weise viermal aneinander zu fügen. β ist dann die Ergänzung von $4(90° - \alpha)$ auf $360°$, also $360° - 4(90° - \alpha)$ oder $=$ $= 4\alpha$.

Man sieht also, daß die Differenz der Ablesungen L_1 und L_2 dem vierfachen Fehler in der Stellung der Visierlinie gegen die Horizontalachse entspricht. Behufs Beseitigung dieses Fehlers muß das Fadenkreuz mit Hilfe der zwei horizontal wirkenden Schräubchen des Diaphragmas verstellt werden, und zwar um den vierten Teil des Fehlers von der letzten Ablesung (L_2) gegen die erste (L_1). Wenn z. B. $L_2 = 10{\cdot}25^{dm}$ und $L_1 = 6{\cdot}02^{dm}$ gefunden wurde, so ist die Differenz der beiden Lesungen $= 4{\cdot}23^{dm}$. Der vierte Teil hiervon ist $= 1{\cdot}06^{dm}$ und $10{\cdot}25^{dm} - 1{\cdot}06^{dm} = 9{\cdot}19^{dm}$ ist jene Ablesung, auf welche man den Vertikalfaden mit Hilfe der zwei erwähnten Schräubchen zu verstellen hat. Das angegebene Verfahren muß natürlich wiederholt werden, und zwar so lange bis L_1 und L_2 gleich sind.

Prüfung 3.

Behufs Durchführung dieser Prüfung braucht man einen hochgelegenen, zum Anvisieren geeigneten Punkt und unter demselben eine horizontale Nivellierlatte zum Selbstablesen beiläufig im Niveau des zu prüfenden Theodoliten. Am besten eignet sich hierzu eine rotweiße Zielscheibe unter dem Fenster eines Turmes, an welchen unten zwei Absteckstäbe mit einer darauf gebundenen Nivellierlatte angelehnt werden (Fig. 103, Taf. 8).

P ist das Zentrum der Zielscheibe und P' dessen horizontale Projektion auf der Latte L — ein Punkt, den man von vornherein nicht kennt, den man sich bloß zu denken hat;

Die Prüfung erfolgt in nachstehender Weise:

Der Theodolit wird mit vertikal stehender Vertikalachse, also „meßgerecht" vor den Turm gestellt, und zwar derart, daß die Visur nach P möglichst steil ist. Hierauf wird auf P eingestellt. Sodann kippt man das Rohr in die Höhe der Latte L und macht mit dem Vertikalfaden eine Ablesung (L_1).

Ist die Horizontalachse horizontal, so muß diese Ablesung dem

Punkte P' entsprechen. Ist sie schief, z. B. links tiefer wie rechts, so wird der Vertikalfaden die Latte rechts von P' schneiden.

Wird hierauf die Alhidade um 180° gedreht, das Rohr durchgeschlagen, P abermals pointiert und das Rohr herabgekippt, so wird der Schnitt des Vertikalfadens mit der Latte L links von P' erfolgen, d. h. die zweite Ablesung (L_2) einem links von P' gelegenen Punkte entsprechen. Außerdem werden die vom Vertikalfaden getroffenen Stellen der Latte von P' gleich weit abstehen, weil die Horizontalachse in beiden Fernrohrlagen gegen den Horizont gleich geneigt war. Infolgedessen wird das arithmetische Mittel von L_1 und L_2 oder die Lesung $\frac{L_1 + L_2}{2}$ den Punkt P' fixieren.

Nach dre Bestimmung von P' handelt es sich darum, die Horizontalachse so zu richten, daß sie horizontal wird, daß also die in den Horizont herabgekippte Höhenvisur auf der Latte die Ablesung $\frac{L_1 + L_2}{2}$ gibt. Hierzu ist die Horizontalachse auf einer Seite zum Regulieren respektive Heben und Senken eingerichtet. Die Einrichtungen sind verschieden. Die einfachste ist aus der schematischen Fig. 104 auf Taf. 8 zu ersehen. In derselben ist A' die Ansicht der Horizontalachse von der Seite, T_1 einer der Fernrohrträger. Derselbe ist in der Mitte mit einem sogenannten Sägeschnitt (σ) und seitlich mit den Schrauben z und s versehen. Die Schraube z (Zugschraube) geht durch den Teil 1 des Fernrohrträgers rund und hat ihre Mutter im Teile 2. Die Schraube s (Stemmschraube) hat ihre Mutter im Teile 2 und reicht nur bis zum Sägeschnitte. Die Wirkungsweise der beiden Schrauben lauft auf eine Erweiterung und Verengung des Sägeschnittes respektive auf eine Veränderung des Winkels α hinaus. Wird s gelüftet und z angezogen, so verengt sich der Sägeschnitt, α wird kleiner und A' hebt sich. Wird hingegen z gelüftet und s angezogen, so wird der Schlitz breiter, α größer und A' sinkt.

Die Prüfungen 2 und 3 unter Voraussetzung eines nicht durchschlagbaren Fernrohrs.

Prüfung 2.

Der Theodolit wird meßgerecht vor eine hohe Wand gestellt, in dieselbe in bedeutender Höhe ein Nagel N_1 eingeschlagen und

pointiert. Hierauf wird das Rohr in den Horizont gekippt, auf der Wand ein Nagel N_2 in den Fadenkreuzungspunkt eingewinkt und eingeschlagen. Dann spannt man von N_1 bis N_2 eine feine schwarze Schnur und bewegt das Rohr zwischen N_2 und N_1. Bleibt der Fadenkreuzungspunkt stets auf der Schnur, so ist die Visierlinie zur Horizontalachse normal, im Gegenfalle muß das Diaphragma mit den zwei horizontal wirkenden Schräubchen entsprechend verstellt werden.

Prüfung 3.

Die Schnur wird vom Nagel N_2 losgebunden, mit einem Senkel versehen und dieses der Schwere überlassen. Hierauf wird die Horizontalachse auf einer Seite mit Hilfe der hierzu bestimmten Rektifizierschrauben derart reguliert, daß der Fadenkreuzungspunkt während der Bewegung des Rohres in der Vertikalebene auf dem freihängenden Faden verbleibt.

Schlußbemerkung.

Es gibt Theodolite, welche mit einer sogenannten Horizontalachsenlibelle versehen sind. Die Horizontalachsenlibelle ist eine Röhrenlibelle, die sich mit ihren Trägern auf die Enden der Horizontalachse aufsetzen läßt. Eine solche Libelle kann man zur Durchführung der Prüfung 3 benützen, ohne einen hochgelegenen Punkt in Anspruch nehmen zu müssen. Es ist dies unter Umständen mit geringeren Schwierigkeiten verbunden, nicht immer jedoch genügend genau. Näheres hierüber im Abschnitt „Nivellierinstrumente". Horizontalachsenlibellen sind in der Regel weit feiner wie die Kreuzlibellen. Man verwendet sie daher auch, wenn es sich um eine besonders feine Vertikalstellung der Vertikalachse handelt.

Ad 5. Fehlerquellen und die Methoden, ihren Einfluß zu beseitigen.

Die wichtigsten Fehlerquellen sind:

a) Mängel in den Teilungen.

b) Exzentrizität der Alhidade.

c) Schiefe Stellung der Horizontalachse gegen die Visierlinie.

d) Schiefe Stellung der Horizontalachse gegen den Horizont bei vertikaler Vertikalachse.

e) Exzentrizität der Visierebene.

Ad *a*) Trotz der gegenwärtig hoch entwickelten Technik in Beziehung auf die Herstellung von Teilungen sind diese doch immer mit kleinen Fehlern behaftet. Man kann sie konstatieren und bei der Berechnung des Winkels berücksichtigen. Dieser Vorgang ist jedoch verhältnismäßig umständlich und erscheint es praktischer, den Winkel in verschiedenen Gegenden des Limbus zu messen und aus den Resultaten das arithmetische Mittel zu bilden. Dasselbe wird sich, wie aus der diesbezüglichen Abhandlung in der Kartierungslehre (III. Teil) hervorgeht, um so weniger von der Wahrheit entfernen, aus je mehr beobachteten Winkeln es gebildet wird.

Ad *b*) Der Kreis in Fig. 105 auf Taf. 8 stellt den inneren Rand des Limbus vor, m ist der Mittelpunkt desselben. n ist der Schnittpunkt der Vertikalachse mit der Limbusebene, also der Drehungsmittelpunkt oder Alhidadenmittelpunkt. Die beiden Punkte sollen zusammenfallen. Das ist aber nie der Fall und nennt man die Strecke mn die Exzentrizität der Alhidade.

Um die Wirkung derselben klar zu machen, soll die Indexlinie der Alhidade zentriert werden. Unter der Indexlinie der Alhidade versteht man die Verbindungsgerade der Nullpunkte ihrer Nonien, also der Punkte o' und o''.

Die Indexlinie ist zentriert, wenn o' auf o der Limbusteilung und o'' auf 180° der Limbusteilung gestellt wird, was immer möglich ist, weil die Plättchen, worauf die Nonien vorgezeichnet sind, kleine Verstellungen zulassen. Die zentrierte Indexlinie geht natürlich durch den Limbusmittelpunkt m. Eine Drehung der Alhidade um n wird eine Verstellung der Indexlinie zur Folge haben, und zwar wird die Indexlinie stets eine Tangente an den kleinen um n herumgezeichneten Kreis bilden. Der Visur nach Signal rechts wird z. B. die Stellung AA' der Indexlinie entsprechen, der Visur nach Signal links die Stellung BB'.

Wären die Punkte n und m identisch, so wären die Bögen AB und $A'B'$ gleich und könnte dann die Größe der Verdrehung, das heißt α ebensogut am Nonius links wie am Nonius rechts abgelesen werden. Dann wäre auch ein einziger Nonius ausreichend.

Sind aber n und m nicht identisch, so sind die Bögen AB und $A'B'$ nicht gleich und man kann weder aus AB noch aus $A'B'$ allein auf die Verdrehung α schließen. Aus der Planimetrie ist jedoch bekannt, daß der Winkel α in diesem Falle gleich ist dem

arithmetischen Mittel der zwei den Bögen AB und $A'B'$ entsprechenden Zentriwinkel also $= \frac{A - B + A' - B'}{2}$, wobei A, B, A' und B' Ablesungen am Limbus bedeuten.

Sobald also n und m nicht zusammenfallen, sind zwei Nonien zur Bestimmung der Alhidadenverdrehung unbedingt notwendig. — Die Bestimmung von α auf Grund der Formel $\alpha = \frac{A - B + A' - B'}{2}$ nennt man das Zentrieren des Winkels α. Diesem gegenüber steht das sogenannte Zentrieren von Lesungen, welches auf folgenden Erwägungen beruht:

Die Ablesung A ist offenbar = einer groben Lesung a, vermehrt um eine feine Lesung r, also $A = a + r$.

Die Ablesung A' ist = einer groben Lesung, und zwar $a + 180°$ vermehrt um eine feine Lesung, welche wegen der Exzentrizität der Alhidade von r differieren wird und r' genannt werden soll, also $A' = a + 180 + r'$.

Ebenso kann man sagen $B = b + s$ und $B' = b + 180° + s'$.

Substituiert man diese Werte in die obige Gleichung für α, so ergibt sich:

$$\alpha = \frac{a + r + a + 180 + r' - b - s - b - 180 - s'}{2} =$$

$$= \frac{2a + r + r' - 2b - s - s'}{2} = a + \frac{r + r'}{2} - \left(b + \frac{s + s'}{2}\right).$$

Man stellt also auf Signal rechts ein, liest bei Nonius links grob und addiert das arithmetische Mittel aus den zwei Feinlesungen (bei Nonius links und Nonius rechts) hinzu. Dann stellt man auf Signal links ein, liest wieder links grob und schlägt das arithmetische Mittel der zwei Feinlesungen hinzu. Von der ersten Summe wird die zweite abgezogen und damit die Verdrehung der Alhidade richtig bestimmt. Der beschriebene Vorgang ist bequemer und wird, wie schon erwähnt wurde, das Zentrieren der Lesungen genannt.

Ad *c*) und *d*) Schiefe Stellung der Visierlinie gegen die Horizontalachse und schiefe Stellung der Horizontalachse gegen den Horizont bei vertikal gestellter Vertikalachse.

Die Wirkung dieser Fehler und deren Bekämpfung läßt sich am besten auf Grund der Fig. 106 auf Taf. 9 studieren. In derselben ist B der Scheitelpunkt des Winkels α, A das Signal links hoch

oben auf einem Berge, C das Signal rechts im Horizont von B. A' ist die horizontale Projektion von A auf den Horizont von B, also ein gedachter oder idealer Punkt.

Bekanntlich handelt es sich in der Geodäsie um die Bestimmung der horizontalen Projektion von α, das heißt um α' und der Theodolit muß derart eingerichtet sein, daß es gleichgültig ist, ob man den Winkel $ABC = \alpha$ oder $A'BC = \alpha'$ beobachtet. —

Dies ist aber nur dann der Fall, wenn die Horizontalachse horizontal ist und die Visierlinie zu ihr normal steht. Nur in diesem Falle wird die behufs Bestimmung von α' aus der Stellung BC in die Stellung BA' gedrehte Visur, entsprechend gehoben, den Punkt A passieren, ohne daß es notwendig wäre, die Alhidade irgendwie weiter zu drehen, oder, was dasselbe ist: Die Drehung der Alhydade, welche durch die Visuren BC und BA' veranlaßt wird, ist genau so groß, wie die den Visuren BC und BA entsprechende Drehung.

Ist hingegen die Visierlinie gegen die Horizontalachse schief gestellt oder die Horizontalachse gegen den Horizont geneigt oder beides der Fall, so wird die Drehung der Alhidade nur dann dem Winkel α' entsprechen, wenn man die im Horizont von B liegenden Punkte C und A' beobachtet. Hebt man nach der Pointierung von A' die Visierlinie in die Höhe von A, so wird dieselbe bei A vorbeigehen und man wird die Alhidade noch irgendwie drehen müssen, damit die Visur A passiert. Die Beobachtung von A statt A' wird also nicht die Alhidadendrehung α', sondern die Alhidadendrehung $\alpha' + x$ oder $\alpha' - x$ zur Folge haben. Entspricht nun der Fehler $+x$ der Beobachtung von ABC in normaler Fernrohrlage, so entspricht — wie leicht einzusehen ist — der Fehler $-x$ der Beobachtung von ABC in verkehrter Fernrohrlage oder umgekehrt.

Die gedachten Fehler werden daher beseitigt, indem man den Winkel ABC in normaler und verkehrter Fernrohrlage mißt und die erhaltenen Werte mittelt.

Es braucht kaum besonders bemerkt zu werden, daß man zu derselben Regel gelangt, wenn man sich das Signal C unter dem Horizont von B denkt.

Ad *e*) Die Exzentrizität der Visierebene. Sie besteht darin, daß die Visierebene nicht durch die Vertikalachse geht, sondern rechts oder links von ihr liegt. Infolgedessen dreht sich die Visierebene um eine zu ihr parallele Gerade und bildet während der

Bewegung der Alhidade um die Vertikalachse die Tangentialebene für einen schlanken vertikalen Kreiszylinder. Die geometrische Achse desselben ist die Vertikalachse, der Radius der Abstand der Visierebene von der Vertikalachse, also die in Rede stehende Exzentrizität.

Die Wirkung dieses Achsenfehlers und deren Beseitigung ist aus der Fig. 107 auf Taf. 9 zu ersehen.

ABC oder α ist hier der zu messende Winkel. Es soll angenommen werden, daß die Visierebene in normaler Fernrohrlage links von der Vertikalachse B liegt und daß ihre Exzentrizität ε ist. Man wird dann statt des Winkels α den Winkel m erhalten

Schlägt man das Rohr durch, so wird die Visierebene rechts von B zu liegen kommen und statt des Winkels α der Winkel n gemessen werden. m und n sind im allgemeinen ungleich und verschieden von α. Es existiert aber eine sehr einfache Beziehung zwischen α, m und n und kann man auf Grund derselben sehr leicht α aus m und n bestimmen.

Aus dem Vergleiche der Dreiecke FGC und BGA folgt nämlich $\alpha + x = n + y$. Aus dem Vergleiche der Dreiecke DAE und EBC ferner $\alpha + y = m + x$. Daher ist $2\alpha = m + n$ und $\alpha = \frac{m+n}{2}$.

Man sieht also, daß auch dieser Fehler respektive dessen Wirkung dadurch beseitigt wird, daß man den zu messenden Winkel in zwei Fernrohrlagen bestimmt und aus den gefundenen Werten das arithmetische Mittel bildet.

Nicht unerwähnt darf bleiben, daß die Winkel m und n bei gleichen Abständen der Signale A und C von B gleich sind und natürlich auch $= \alpha$. Es ist dies eine Tatsache, welche später — gelegentlich der Vertikalwinkelbestimmung — noch einmal zur Sprache kommen wird.

Ad 6. Praktische Durchführung einer Winkelmessung.

Die erste Manipulation ist hierbei die meßgerechte Aufstellung des Theodoliten im Scheitelpunkte des zu messenden Winkels.

Zunächst wird das Stativ meßgerecht aufgestellt, das heißt so gerichtet, daß die Scheibe oder der Teller annähernd horizontal ist, in bequemer Höhe liegt, daß sich die in der Mitte des Durchbruches festgestellte Zentralschraube ungefähr über dem Scheitelpunkte des

Winkels befindet, die Füße womöglich in den Boden eingedrückt und die Fußschrauben fest angezogen sind.

Es ist zweckmäßig, sich hierbei an folgende Regel zu halten: Das Stativ wird zunächst „dem Terrain entsprechend“ gestellt, das heißt so, daß die Scheibe annähernd horizontal ist, über dem Scheitelpunkte und in bequemer Höhe liegt und daß die Fußschrauben fest angezogen sind.

Dann wird das Stativ „überhoben“, das heißt aufgehoben und ohne es zu drehen, derart auf den Boden gestellt, daß die in der Mitte des Durchbruches festgestellte Zentralschraube respektive das an derselben hängende Senkel ungefähr über den Scheitelpunkt zu liegen kommt. Hierauf werden die Fußschrauben gelüftet, die Füße bei steter Beobachtung der auf der Scheibe befindlichen Dosenlibelle und des Senkels in den Boden eingedrückt und schließlich die Fußschrauben wieder fest angezogen.

Nach erfolgter meßgerechter Aufstellung des Stativs wird die Spiralfeder, welche die Zentralschraube umgibt, gelockert und diese in das Instrument eingeschraubt. Hierauf wird die Alhidade derart gedreht, daß die Kreuzlibellen über die Stellungslinien zu liegen kommen und die Vertikalachse mit Hilfe der Stellschrauben annähernd vertikal gestellt. Dann verschiebt man den Theodoliten auf der Stativscheibe vorsichtig derart, daß die Senkelspitze genau über den Scheitelpunkt des Winkels zu liegen kommt, bringt die Kreuzlibellen mit Hilfe der Stellschrauben scharf zum Einspielen und zieht zum Schlusse die Handhabe H_2 (Fig. 95) fest an, wodurch der meßgerecht aufgestellte Apparat mit dem Stative in feste Verbindung gebracht wird. Nun wird das Signal rechts avisiert, am Nonius links voll gelesen, mit Nonius rechts zentriert, dann Signal links anvisiert, wie früher gelesen, zentriert und zum Schlusse die Differenz der Ablesungen in bekannter Art gebildet.

Das erhaltene Resultat ist der Winkel in normaler Fernrohrlage, also noch behaftet mit den drei Achsenfehlern und den Teilungsfehlern.

Um die Achsenfehler respektive deren Einfluß zu beseitigen, wird das Rohr durchgeschlagen, die Alhidade entsprechend gewendet und nun genau so vorgegangen wie früher in normaler Fernrohrlage.

Das arithmetische Mittel aus den in normaler und verkehrter

Fernrohrlage gefundenen Winkelwerten liefert den nunmehr auch von Achsenfehlern freien Winkel.

Will man außerdem den Einfluß der Teilungsfehler reduzieren, so muß man den Limbus wiederholt verdrehen, den Apparat nach jeder Verdrehung neu vertikal stellen, zentrieren und aus den in verschiedenen Limbusstellungen beobachteten Winkelwerten das arithmetische Mittel bilden.

Bemerkung.

Die Verwendung eines Senkels zur Zentrierung des Theodoliten ist eine unbequeme Manipulation, besonders im Wind. In neuerer Zeit wird daher vielfach optisch zentriert. Man verwendet dazu ein kleines geodätisches Fernrohr (das „Zentrierrohr“), welches ähnlich wie der Hals eines Theodoliten mit einem „Dreigestelle“ verbunden ist und dessen geometrische Achse (hier identisch mit der Visierlinie) sich mit Hilfe der drei Stellschrauben und zweier Kreuzlibellen auf dem Stativteller vertikal stellen läßt. Nach dieser Vertikalstellung wird der kleine Apparat am Stativteller so lange verschoben bis das Bild des unter dem Stativ befindlichen Punktes mit dem Fadenkreuzungspunkte zusammenfällt. Kleine Ausschläge der Kreuzlibellen, bedingt durch die Verschiebung, müssen natürlich vorher mit Hilfe der Stellschrauben beseitigt worden sein. Das Objektivende des Zentrierrohres hat jetzt mit Rücksicht auf den Stativteller eine ganz bestimmte Stellung, welche der Apparat von selbst bezeichnet. Nun wird derselbe entfernt, durch den Theodoliten ersetzt, das untere Halsende desselben, welches genau so geformt ist wie das Objektivende des Zentrierrohres, in die vorhin erwähnte, entsprechend bezeichnete Stellung gebracht und die Vertikalachse vertikal gerichtet. Diese hat nun dieselbe Lage im Raume wie sie vorhin die Visierlinie des Zentrierrohres hatte. Der Theodolit ist also zentriert.

Der eben besprochene Theodolit ist ein relativ sehr einfacher Apparat und führt den Namen einfacher Theodolit.

Außer ihm existiert noch der sogenannte Repetitionstheodolit.

Derselbe unterscheidet sich vom einfachen Theodoliten nur dadurch, daß sein Limbus nicht fest ist, sondern, wie die Alhidade, grobe und feine Verdrehungen ermöglicht. Man kann also die

Alhidade für sich grob und fein bewegen und auch Limbus samt Alhidade grob und fein verdrehen. Die beschriebene Einrichtung gestattet das sogenannte Repetieren eines Winkels. Unter der Annahme, daß A das Signal links, B der Scheitelpunkt und C das Signal rechts ist, erfolgt das Repetieren des Winkels ABC in nachstehender Weise: Man zentriert zunächst die Indexlinie der Alhidade, das heißt man stellt den Nullstrich des Nonius links auf den Strich o des Limbus, wodurch der Nullstrich des Nonius rechts mit dem Striche 180 des Limbus zur Übereinstimmung gelangt. An neueren Apparaten existiert eine besondere Vorrichtung um diese Operation, rasch ausführen zu können. Es ist ein um ein horizontales Scharnier drehbarer Haken auf der Alhidade, der sogenannte Sperrhaken. Wenn man denselben in einen entsprechenden Ausschnitt des Limbusrandes legt, so ist die Indexlinie der Alhidade zentriert. Der weitere Vorgang ist folgender:

Drehung von Limbus und Alhidade bis die Visur das Signal links also A passiert. Öffnen der Alhidade und Drehung derselben bis die Visur durch Signal rechts also C geht. Verbinden von Alhidade und Limbus und Drehung beider bis die Visur A passiert. Öffnen der Alhidade und Drehung derselben bis die Visierlinie durch C geht; volle Ablesung am Nonius links und Zentrierung mit Nonius rechts.

Das Resultat entspricht dem doppelten Winkel ABC. In analoger Weise kann man den 3-, 4- und n fachen Winkel ABC bestimmen und durch nachheriges Dividieren den einfachen Winkel.

Bemerkungen.

1. Um die Größe des einfachen Winkels vor der Division des n fachen durch n wenigstens ungefähr zu kennen, liest man nach der ersten Einstellung der Visierlinie auf C am Nonius links voll ab.

2. Jeder Durchgang des Nonius links durch den Strich o am Limbus ist zu notieren, um zu wissen, wie oft man 360° zur Ablesung nach der letzten Visur addieren muß.

3. Der beschriebene Vorgang des Repetierens ist sowohl mit normalem als auch mit verkehrtem Fernrohr durchzuführen und aus den gefundenen Winkeln das arithmetische Mittel zu nehmen.

4. Der Hauptvorteil des Repetierens besteht offenbar darin,

daß man die Ablesefehler auf bloß 2 in jeder Fernrohrlage reduziert und ihre Wirkung außerdem durch Dividieren verkleinert.

Der Hauptnachteil besteht in den vielen Griffen an den Sperrvorrichtungen und Mikrometerwerken, die natürlich sehr leicht zu Irrtümern führen und wohl hauptsächlich dazu veranlaßt haben, daß man in neuerer Zeit weit weniger repetiert und den Haupteffekt des Repetierens auf andere Art zu erreichen trachtet, nämlich durch Verfeinerung der Ablesevorrichtungen.

An den bisher besprochenen Theodoliten wurden die Ablesungen mit Nonien durchgeführt. Es gibt aber auch noch andere Ablesevorrichtungen, und zwar Schraubenmikroskope und Schätzmikroskope. Die damit versehenen Theodolite sollen im Nachfolgenden dem Wesen nach besprochen werden.

a) Der Schraubenmikroskoptheodolit.

Ist ein einfacher Theodolit oder ein Repetitionstheodolit, an welchem statt der diametralen Nonien zwei Mikroskope angebracht sind, deren Achsen normal zur Limbusfläche stehen. Mit Hilfe dieser Mikroskope werden aber bloß die feinen Ablesungen gemacht, die groben mit Hilfe einer besonderen Teilung, die an dem sogenannten Zählplättchen angebracht ist.

Die nachstehenden Figuren 108—115 sollen die einschlägigen Einrichtungen und Vorgänge klar machen.

Die Einrichtung des Limbus und des Zählplättchens ist aus Fig. 108 auf Taf. 9 zu ersehen. Auf dem Limbus befindet sich eine grobe Teilung (Grade) und eine damit genau koinzidierende feine Teilung, und zwar Sechstelgrade. Die Bezifferung lauft — wie immer — im Sinne der Uhrzeigerbewegung.

Das Zählplättchen ist an irgendeiner Stelle der Alhidade angebracht und mit sechs gleichen Teilen à 10′ versehen. Der mit dem Punkte bezeichnete Strich gilt als Ablesestrich. Bis zu ihm wird also vom Nullstriche des Limbus an gelesen. Im vorliegenden Falle würde man mit Hilfe der über dem Zählplättchen befindlichen Lupe 63° 20′ lesen.

Fig. 109 auf Taf. 9 entspricht dem Bilde, welches ein in das Mikroskop sehendes Auge empfängt.

Das Mikroskop enthält einen sogenannten Zählrechen mit

sechs Zähnen und fünf Zwischenräumen. Es ist auf die feine Teilung des Limbus gerichtet und derart aufmontiert, daß zwei benachbarte Striche der feinen Teilung mit den zwei Eckzähnen des Rechens koinzidieren, wenn — wie hier vorausgesetzt wird — ein Strich des Zählplättchens mit einem Gradstriche am Limbus stimmt.

Außerdem bemerkt man im Mikroskop drei Fäden, einen horizontal erscheinenden a und zwei dazu normale, also parallele, welche ganz nahe aneinander liegen (b und c). Die letzteren heißen Ablesefäden.

Rechts von jedem Mikroskope in der Höhe des Zählrechens ist eine horizontal wirkende Meßschraube angebracht, welche in Fig. 110 auf Taf. 9 in natürlicher Größe abgebildet erscheint. M ist die rundlaufende Mutter derselben und T deren „Trommel“, die mit einer Teilung versehen ist. Die Drehung von M kann mit Hilfe des Index J gemessen werden. Sie bewirkt eine Parallelverschiebung der zwei Ablesefäden.

Wenn dieselben die Spitze des ersten Zahnes (mit dem Loch) in die Mitte nehmen (Fig. 111 auf Taf. 9) und der Index J mit dem Trommelstriche Null stimmt, dann sagt man, „die Meßschraube oder auch das System der Ablesefäden ist in der Nullstellung“. Um die Koinzidenz des Index J mit dem Trommelstriche Null für die Nullstellung hervorrufen zu können, läßt sich die Trommel T auf der Mutter M ein wenig verdrehen.

Durch grobe und feine Bewegung der Alhidade kann man es nun sehr leicht dahin bringen, daß die Ablesefäden in der Nullstellung irgendeinen Strich der feinen Limbusteilung, somit auch den Strich unter dem durchlochten Zahn in Fig. 109 genau in die Mitte nehmen. Ein in das Mikroskop sehendes Auge wird dann die Fig. 112 (Taf. 9) vor sich haben.

Dreht man jetzt die Meßschraube einmal um, so daß die Ablesung auf der Trommel wieder $= o$ ist, so hat man die Ablesefäden um $\frac{10'}{5} = 2'$ nach links verschoben und die erwähnten Fäden umfassen die Spitze des zweiten Zahnes. Dreht man die Schraube noch einmal um, so hat man eine Bewegung von $4'$ ausgeführt und die Fäden umfassen den dritten Zahn usw. Eine fünfmalige Umdrehung der Schraube hat zur Folge, daß die Fäden den unter dem linken Eckzahn erscheinenden Teilstrich in die Mitte nehmen und die Spitze des sechsten Zahnes umfassen.

Nun ist die Schraubentrommel, deren Umfang dem Gesagten zufolge 2′ entspricht, in 120 gleiche Teile geteilt; jeder Teil entspricht somit einer Sekunde. Man kann daher die Bewegung der zwei Ablesefäden oder — was dasselbe ist — die Bewegung der idealen Mittellinie ihres Zwischenraumes, von der Nullstellung an, auf Sekunden genau messen.

Um die Verwendung dieser Einrichtung zu demonstrieren, soll die Alhidade respektive der mit ihr zusammenhängende Zählrechen aus der Stellung in Fig. 112 um einige Minuten nach links gedreht werden. Das Zählplättchen wird sich dann in der aus Fig. 113 auf Taf. 9 ersichtlichen Weise präsentieren.

Sieht man jetzt in das Mikroskop, so wird man die Fig. 114 auf Taf. 9 vor sich haben und die Strecke x in dieser Figur wird der Strecke x in der Fig. 113 entsprechen.

Um nun den Abstand x im Mikroskope genau zu bestimmen, wird man die Meßschraube so lange drehen bis die Ablesefäden den innerhalb des Rechens erscheinenden Teilstrich scharf in die Mitte nehmen (Fig. 115 auf Taf. 9). Die Zahl der Zahnlücken von rechts nach links gezählt, gibt die Anzahl der Doppelminuten, welche in x enthalten sind und die Ablesung auf der Trommel T die Sekundenzahl, welche noch zu den Doppelminuten hinzuaddiert werden muß.

In unserem Falle z. B. ist die Zahl der Zahnlücken $= 2$; somit ist $x = 4'$ vermehrt um die Ablesung auf der Trommel. Ist diese z. B. $= 43$, so ist die Strecke x oder die feine Lesung $= 4'\ 43''$ und die volle Lesung $= 63° 24' 43''$.

Praktisch gestaltet sich also dem Gesagten zufolge der Vorgang höchst einfach. Man macht zunächst die grobe Ablesung am Zählplättchen (Grade und 10, 20, 30, 40 oder 50 Minuten), dreht hierauf die Meßschraube so lange bis die Ablesefäden den Teilstrich innerhalb des Rechens genau in die Mitte nehmen, zählt die Zahnlücken von rechts nach links ab, multipliziert ihre Anzahl mit 2 und erhält so die Minuten der Feinlesung. Zuletzt liest man die Sekunden auf der Trommel ab und addiert sie hinzu.

Die Verwendbarkeit der beschriebenen Meßvorichtung ist an eine wichtige Bedingung geknüpft. Man muß nämlich sicher sein, daß 5 Umdrehungen der Meßschraube 10′ entsprechen. Um sich hiervon zu überzeugen, bringt man — wie dies aus dem Vorher-

gehenden erhellt — die Ablesefäden in die Nullstellung, dreht die Alhidade, bis die Ablesefäden irgendeinen Teilstrich in die Mitte genommen haben, und bewegt dann die Meßschraube bis diese Fäden den benachbarten Strich links symmetrisch umfassen. Dieses Verfahren wiederholt man an verschiedenen Stellen des Limbus. Es soll immer die Ablesung 0 zum Vorschein kommen oder kleine Abweichungen hiervon im positiven oder negativen Sinne.

Zeigt sich ein annähernd konstanter Fehler, so ist das Mikroskop unrichtig aufmontiert und kann man dann in zweifacher Weise vorgehen, und zwar:

1. Man verstellt das Mikroskop; ein Verfahren, welches nicht zu empfehlen ist und in rationeller Weise nur vom Mechaniker ausgeführt werden kann.

2. Man fertigt eine kleine Tabelle an, aus welcher hervorgeht, um wieviel jede Minute der feinen Ablesung zu korrigieren ist, um die richtige Ablesung zu erhalten. Gewöhnlich sind die in Rede stehenden Korrekturen nur einige Zehntel einer Sekunde.

Schlußbemerkungen.

Es erscheint nicht unwichtig, an dieser Stelle einen Vergleich zu ziehen zwischen den Feinlesungen mit Nonien und mit Schraubenmikroskopen. Die Feinlesung mit einem Nonius entspricht bekanntlich der Entfernung vom Nullstriche des Nonius bis zu dem diesem Striche unmittelbar vorangehenden Striche der Grundteilung. Die Feinlesung mit dem Schraubenmikroskop entspricht der Entfernung der gedachten Mittellinie der Ablesefäden in der Nullstellung bis zu dem innerhalb des Zählrechens erscheinenden Striche der feinen Limbusteilung. Um die volle Mikroskoplesung zu erhalten wird die grobe Lesung vom Zählplättchen auf diesen Strich übertragen. Wenn nun die Alhidade verdreht wird, ist die neue volle Mikroskoplesung genau so zu bilden, das heißt die neue grobe Lesung des Zählplättchens auf den innerhalb des Zählrechens erscheinenden Teilstrich zu verlegen. Der Grund hiervon liegt darin, daß der markierte Strich am Zählplättchen und die gedachte Mittellinie der zwei Ablesefäden infolge der Alhidadendrehung gleiche Bögen durchfahren.

Um sich die Indexlinie eines Schraubenmikroskoptheodoliten vorzustellen, braucht man nur die zwei Meßschrauben in ihre Nullstellungen zu bringen und die idealen Mittellinien der Fadenpaare

auf die Limbusebene herabzuprojizieren. Die gewonnenen Projektionen sind die Enden der Indexlinie, die hier nur vom Mechaniker zentriert werden soll.

Diese Zentrierung wird natürlich nie vollkommen gelingen und da auch noch eine Exzentrizität der Alhidade vorhanden sein wird, so werden die Feinlesungen in den zwei Mikroskopen niemals gleich sein. Man wird also nach jeder Visur grob ablesen (am Zählplättchen) und zur groben Lesung das arithmetische Mittel der zwei Feinlesungen addieren.

b) Der Schätzmikroskoptheodolit.

Ist ein einfacher oder ein Repetitionstheodolit, an welchem, wie beim Schraubenmikroskoptheodoliten, statt der diametralen Nonien zwei Mikroskope angebracht sind, deren Achsen wieder normal zur Limbusfläche stehen. Mit Hilfe dieser Mikroskope werden aber sowohl die groben als auch die feinen Lesungen gemacht, wozu in jedem Mikroskope ein sogenanntes Glasmikrometer vorhanden ist, das heißt eine sehr dünne Glasplatte mit äußerst feiner mittels Teilmaschine oder Mikrophotographie hergestellter Teilung. Näheres hierüber ist aus der Fig. 116 auf Taf. 9 zu ersehen. Dieselbe entspricht dem Bilde, welches man empfängt, wenn man in eines der Mikroskope hineinsieht. Die dicken Striche sind die mikroskopischen Bilder der Teilstriche am Limbus, die feineren Striche die Teilstriche am Glasmikrometer, der lange Strich auf demselben der Ablesestrich, das heißt jener Strich, bis zu welchem von links nach rechts gelesen wird.[1])

Die Grade der Limbusteilung erscheinen in 6 gleiche Teile geteilt, zwischen je zwei benachbarten Teilstrichen liegen somit 10′. Am Glasmikrometer sind 10′ aufgetragen und in 10 gleiche Teile geteilt, die also je 1 Minute entsprechen. Zehntel von Minuten werden geschätzt. Durch Schätzung erhält man also 6″, 12″, 18″, 24″, 30″, 36″, 42″, 48″ und 54″.

Man schätzt am besten an der unteren Spitze des betreffenden Limbusteilstriches; andere Stellen desselben sind wegen der Dicke, in welcher die Limbusteilstriche erscheinen, zum Abschätzen nicht

---

[1]) Die Bezifferung der Limbusteilung erscheint hier im Vergleiche mit der Uhrzeigerbewegung verkehrt, weil das Mikroskop bekanntlich verkehrte Bilder liefert.

geeignet. Im vorliegenden Falle (Fig. 112) wäre die volle Ablesung $52^\circ 30' + 2'18'' = 52^\circ 32'18''$.

Die Schätzmikroskope sind, wie sich schon aus dem Vorhergehenden ergibt, den Nonien im allgemeinen überlegen und gegenwärtig schon häufig zu sehen.

Richtungs- oder Satzbeobachtungen.

Außer einzelnen Winkeln hat man in der Praxis — besonders bei größeren Aufnahmen — ganze Gruppen von Winkeln zu bestimmen, welche einen gemeinsamen Scheitelpunkt haben. Man kommt dann zu sogenannten Richtungs- oder Satzbeobachtungen. Um z. B. die um den Punkt o in Fig. 117 auf Taf. 10 herum liegenden Winkel zu bestimmen, wird zweckmäßig in folgender Weise vorgegangen:

Einstellung der Visur auf A, Ablesung und Zentrierung; Resultat a_1. Einstellung der Visur auf B, Ablesung und Zentrierung; Resultat b_1 usw. — Zuletzt Einstellung auf E, Ablesung und Zentrierung; Resultat e_1. Durchschlagen des Fernrohres, Drehung der Alhidade um 180°, Visuren nach E, D, C, B und A und Ermittlung der diesen Visuren entsprechenden zentrierten Ablesungen e_2 respektive d_2, c_2, b_2 und a_2.

Man hat somit alle Signale zweimal pointiert, einmal von links nach rechts fortschreitend und in normaler Fernrohrlage, dann von rechts nach links und mit verkehrtem Rohr.

Jedem der Signale entsprechen zwei zentrierte Ablesungen, deren arithmetische Mittel $a = \frac{a_1 + a_2}{2}$, $b = \frac{b_1 + b_2}{2}$ usw. die Richtungen nach A beziehungsweise B usw. bestimmen. Eine solche Doppelbeobachtung aller Objekte um o herum heißt ein „Satz“ oder ein „Gyrus“.

Aus den Werten a, b, c usw. kann man natürlich sehr leicht die von zwei benachbarten Richtungen gebildeten Winkel berechnen. Man braucht z. B. nur von c b abzuziehen, um den Winkel BoC zu erhalten. Man kann aber auch die Richtungsbeobachtungen direkt verwenden, also ohne die von den Richtungen gebildeten Winkel zu berechnen.

Wenn man von allen Richtungen der Reihe nach die erste

abzieht, so bekommt man die Winkel, welche die einzelnen Visuren mit der ersten einschließen oder die „reduzierten Richtungen“.

Ist die Richtung oA der astronomische oder magnetische Meridian, dann heißen die Winkel AoB, AoC, AoD usw. nicht mehr reduzierte Richtungen, sondern astronomische beziehungsweise magnetische Azimute.

Die Richtungen, die ein korrekt durchgeführter Satz liefert, sind — weil mit zwei Nonien und in zwei Fernrohrlagen bestimmt — frei vom Einflusse der Exzentrizität der Alhidade und jenem der drei Achsenfehler. Durch die Beobachtung der einzelnen Signale von links nach rechts und dann umgekehrt wird außerdem eine allenfallsige kleine Verdrehung oder Torsion des Limbus paralysiert.

Um endlich die Wirkung der Teilungsfehler möglichst einzuschränken, werden gewöhnlich mehrere Sätze gemacht, z. B. 3, indem man den Limbus nach dem ersten und zweiten Satze um 100° verdreht.

Als endgültigen Wert für irgendeine Richtung benutzt man dann die Gradzahl des ersten Satzes und das Mittel der Minuten und Sekunden aller drei Sätze.

Auf pag. 82 ist ein Beispiel, entnommen der Instruktion für Richtungsmessungen des österreichischen Katasters, in welchem jedoch angenommen wird, daß die groben Ablesungen stets links von der Visur gemacht werden und nicht unter dem Höhenkreise, wie dies das Original der vorliegenden Tabelle voraussetzt.

Indirekte Bestimmung von Horizontalwinkeln.

Man kommt in der Praxis sehr oft in die Lage, einen Winkel bestimmen zu müssen, in dessen Scheitelpunkt ein Theodolit nicht aufgestellt werden kann oder von dessen Scheitelpunkt aus eines der zwei zu pointierenden Signale nicht zu sehen ist. Derlei Winkelbestimmungen heißen mittelbare oder indirekte. Sie bestehen darin, daß man statt des zu bestimmenden Winkels einen anderen nahezu gleichen mißt und die zugehörige Korrektur berechnet.

1. Fall. Zentrierung oder Scheitelreduktion (Fig. 118, Taf. 10).

Zu bestimmen ist Winkel $ABC = \omega$. Gemessen wird aber Winkel ψ, weil der Theodolit in B nicht aufgestellt werden kann. Um wie viel muß ψ korrigiert werden, um ω zu erhalten? Die Antwort geht

Instrument Nr.......

Beobachter: N. N.

Standpunkt: Stromberg, Pyramide

Beobachtet am .... 19...... von
Aufstellung: zentrisch
Instrumentstand: fest, Mittelpflock
Umstände der Messung: heiter, ruhige Luft

Beobachtete Punkte	Fernrohrlage	Satz I					Satzmittel		Satz II					Satzmittel		Satz III					Satzmittel		Mittel aus Satz I, II und III			Reduzierte Richtung		
		°	′	″	Mittel ′	Mittel ″	′	″	°	′	″	Mittel ′	Mittel ″	′	″	°	′	″	Mittel ′	Mittel ″	′	″	°	′	″	°	′	″
1	2	3			4		5		6			7		8		9			10		11		12			13		
Hadi	n.	307	41	00 00	41	00			47	41 40	00 50	40	55			147	41	10 20	41	15								
	v.	307	41	10 00	41	05	41	03	47	40	50 50	40	50	40	53	147	41	20 30	41	25	41	20	307	41	05	00	00	00
Neuer Berg	n.	335	09	20 20	09	20			75	09	30 30	09	30			175	09 10	40 00	09	50								
	v.	335	09	40 30	09	35	09	28	75	09	30 30	09	30	09	30	175	10	00 10	10	05	09	58	335	09	39	27	28	34
Spielberg	n.	15	03	30 20	03	25			115	03	20 20	03	20			215	03	50 60	03	55								
	v.	15	03	40 30	03	35	03	30	115	03	20 30	03	25	03	23	215	03 04	55 05	04	00	03	58	15	03	37	67	22	32
Kozje	n.	57	09	30 30	09	30			157	09	20 30	09	25			257	09	50 60	09	55								
	v.	57	09	50 40	09	45	09	38	157	09	20 30	09	25	09	25	257	10	00 10	10	05	10	00	57	09	41	109	28	36

n. bedeutet normal, v. bedeutet verkehrt.

aus den Scheiteldreiecken ABD und SDC sofort hervor. Es ist nämlich, wenn die spitzen Winkel bei A und C mit A und C bezeichnet werden,

$\omega + A = \psi + C$ und $\omega = \psi + C - A$, die verlangte Korrektur somit $C - A$. —

Berechnung von $C - A$:

Aus den Dreiecken ABS und CBS folgt:

$$D_1 : e = \sin m : \sin A, \text{ somit } \sin A = \frac{e}{D_1} \sin m$$

$$D_1 : e = \sin n : \sin C, \text{ somit } \sin C = \frac{e}{D_1} \sin n$$

Da die Winkel A und C sehr klein sind, so kann man ihre Bögen für den Radius $= 1^m$ gleich setzen $\frac{e}{D_1} \sin m^m$ beziehungsweise $\frac{e}{D_2} \sin n^m$. Infolgedessen ist $A'' = 206265'' \frac{e}{D_1} \sin m$ und $C'' = 206265'' \frac{e}{D_2} \sin n$. $C - A$ oder besser $C'' - A''$ ist somit $= 206265'' e\left(\frac{\sin n}{D_2} - \frac{\sin m}{D_1}\right)$ und $\omega = \psi + 206265'' e\left(\frac{\sin n}{D_2} - \frac{\sin m}{D_1}\right)$.

Das Berechnen von ω aus ψ nennt man das Zentrieren des Winkels ψ oder dessen Reduktion auf den Scheitelpunkt.

Die Größen e, m und n heißen die Zentrierungs- oder Reduktionselemente, m und n außerdem die Richtwinkel von SA und SC mit Rücksicht auf SB. —

Die Gleichung für ω gilt ganz allgemein, das heißt für alle möglichen Stellungen von S gegen B, jedoch sind m und n stets von SB aus im Sinne der Uhrzeigerbewegung zu zählen und ist m der Richtwinkel für das linksliegende, n jener für das rechtsliegende Objekt, so daß n stets gleich ist $m + \psi$. Beispiele von verschiedenen Stellungen des Punktes S' gegen B sind in den Fig. 119, 120 und 121 auf Taf. 10 enthalten.

Die Distanzen D_1 und D_2 sind gewöhnlich aus vorausgegangenen Arbeiten bekannt oder sie werden besonders berechnet, und zwar nur näherungsweise z. B. mit Hilfe fünfstelliger Logarithmen.

e muß genau gemessen werden, ψ ebenfalls, und zwar mit derselben Sicherheit, mit welcher man ω bestimmen will. m und n

brauchen gewöhnlich nur auf Minuten oder halbe Minuten genau gemessen zu werden.

2. Fall. Reduktion auf das Ziel (Fig. 122 auf Taf. 10).

Vom Scheitelpunkte B des Winkels ABC kann man nach C nicht sehen. Man visiert in diesem Falle nach einem in der Nähe von C gelegenen Punkte C', von welchem man nach B sehen, nach C dagegen sehen und messen kann.

Aus dem Dreiecke BCC' folgt:

$$\sin \triangle\, \omega : \sin \gamma = e : D, \text{ daher } \sin \triangle\, \omega = \frac{e}{D} \sin \gamma.$$

Weil nun $\triangle\, \omega$ wieder sehr klein ist, so kann man schreiben:

$$\triangle\, \omega'' = 206265''. \frac{e}{D} \sin \gamma \text{ und } \omega = ABC' + 206265'' \frac{e}{D} \sin \gamma.$$

e und γ heißen wieder die Zentrierungselemente und D wird als bekannt vorausgesetzt.

2. Das Bussoleninstrument oder die Waldbussole.

Ist im Wesen ein theodolitartiger Apparat, dessen Kreisteilung sich jedoch dreht und dessen Nonien ersetzt sind durch die Spitzen einer Magnetnadel.

Kreisteilung und Nadel in einem entsprechenden Gehäuse repräsentieren den gewöhnlichen Kompaß oder die Bussole, welche mit den übrigen Teilen des Instrumentes sehr verschiedenartig verbunden erscheint. Sie ist außerdem gewöhnlich auf einer quadratischen oder rechteckigen Messingplatte — der sogenannten Zulegeplatte — aufmontiert und kann man die beiden von den übrigen Teilen des Instrumentes leicht trennen.

Dies geschieht, wenn die Aufnahme, welche mit der Waldbussole durchgeführt wurde, mit Kompaß und Zulegeplatte kartiert werden soll, was in Österreich allgemein üblich ist. Eine der vier Kanten der Zulegeplatte ist zu diesem Zwecke wie ein Lineal abgeschrägt. Sie ist parallel zur Linie 0—180° im Kompaß. Die Kreisteilung desselben ist — entsprechend den starken Schwankungen der Magnetnadel — relativ roh. (Kleinster Teil = $^1/_2$ oder $^1/_4$°.)

Von den zahlreichen Typen von Waldbussolen erscheint in Fig. 123 auf Taf. 10 nur eine einzige vorgeführt. Es ist eine sehr praktisch konstruierte Waldbussole von der Firma Gebrüder Fromme

in **Wien**. Die Visierebene ist hier zentrisch, das heißt sie geht durch die Vertikalachse. Der Kompaß dagegen liegt, um an allen Stellen der Kreisteilung bequem ablesen zu können, exzentrisch, das heißt sein Mittelpunkt liegt außerhalb der Vertikalachse. Es hat das auf die Größe der Ablesungen gar keinen Einfluß, während Instrumente mit zentrischem Kompaß und exzentrischer Visierebene, wie man sie noch vielfach vorfindet, als unrichtig gebaut bezeichnet werden müssen.

Mit der Waldbussole lassen sich in erster Linie die sogenannten **magnetischen Azimute** von Feldgeraden bestimmen. Zieht man durch den Anfangspunkt einer Geraden *ab* (Fig. 124 auf Taf. 10), also durch *a*, eine Parallele zum magnetischen Meridian, und zwar gegen Norden, und dreht man diese Parallele (*ax*) um *a* als Charnier im Sinne der Uhrzeigerbewegung, bis sie mit *ab* zusammenfällt, so hat diese Parallele das magnetische Azimut der Geraden *ab*, nämlich den Winkel *α* durchfahren. Ist die Waldbussole im entgegengesetzten Sinne der Uhrzeigerbewegung oder „widersinnisch" bezeichnet, so erhält man in der Nordlesung, welche der Visur von *a* nach *b* entspricht, das magnetische Azimut der Geraden *ab*. Es ist dies aus der Fig. 125 auf Taf. 10 sofort ersichtlich. In derselben ist der Einfachheit wegen bloß die Zulegeplatte mit dem Kompaß gezeichnet und sowohl die Visierebene als auch der Kompaß zentrisch angenommen worden. *P* ist die Zulegeplatte und *zz'* deren Ziehkante, der doppelt gezogene Kreis ist der Kompaßrand, *R* jener Kreisring, auf welchem sich die Kreisteilung befindet, *ns* die Magnetnadel, *a* der Stift, auf dem sie ruht, und gleichzeitig der Anfangspunkt der Feldgeraden *ab*. *A* ist ein Hebel, mit Hilfe dessen die Magnetnadel außer Tätigkeit gesetzt oder „arretiert" werden kann (die „Arretiervorrichtung"). *vv'* ist die horizontale Projektion der Visierlinie, gerichtet nach *b*.

Offenbar entspricht im vorliegenden Falle die Ablesung bei der Nordspitze der Nadel, das heißt bei *n* dem Winkel *α*.

Dreht man die Visierlinie im Sinne der Uhrzeigerbewegung, bis sie nach *c* weist, so wird sich bei *n* eine größere Ablesung ergeben und die Differenz der beiden Ablesungen oder der beiden magnetischen Azimute dem Winkel *bac* entsprechen.

Man sieht also, daß man mit Hilfe einer widersinnisch bezifferten Bussole einen Horizontalwinkel im Prinzipe genau so bestimmen kann, wie mit einem Theodoliten. Man pointiert nämlich

Signal rechts (c), macht die Ablesung bei n, dann Signal links (b), macht wieder die Ablesung bei n und subtrahiert nun die zweite Lesung von der ersten. Ist die zweite Lesung größer als die erste, dann muß man zur ersten 360° addieren, was wohl keines besonderen Beweises bedarf.

Ebenso ist es wohl von selbst klar, daß man bei Bussolen, welche im Sinne der Uhrzeigerbewegung beziffert sind, von der Ablesung, die dem Signal links entspricht, die dem rechtsliegenden Signale zukommende Ablesung abziehen muß und daß auch hier zur ersten Ablesung 360 Grade addiert werden müssen, wenn diese Lesung kleiner ist wie die zweite Lesung.

Winkelbestimmungen mit der Waldbussole und ähnlichen Instrumenten sind aber wegen der Unsicherheit der Magnetnadellesungen sehr roh und daher sehr selten.

Das eigentliche Feld für die Waldbussole ist die Festlegung von Polygonzügen mit Hilfe magnetischer Azimute. Sie soll auf Grund der Fig. 126 auf Taf. 10 dem Wesen nach besprochen werden.

Um den Polygonzug 1, 2, 3, 4 zu bestimmen, werden die Seiten 1, 2 — 2, 3 und 3, 4 gemessen und die magnetischen Azimute ω_1, ω_2 und ω_3 ermittelt. Die Kartierung erfolgt, indem man die magnetischen Azimute zeichnet oder indem man die Brechungspunkte mit Hilfe von Koordinaten aufträgt, welche aus den Polygonseiten und den magnetischen Azimuten derselben berechnet werden (Näheres in der Kartierungslehre). Die Richtung einer jeden Polygonseite ist dem Gesagten zufolge ganz unabhängig von der Richtung der vorhergehenden Seite. Infolge der Ablesefehler in n erfährt der aus dem Brechungspunkte n bestimmte Brechungspunkt $n+1$ bloß eine seitliche Verschiebung, welche proportional ist der Strecke $n, n+1$. Die Richtung der Seite $n+1$, $n+2$ wird dagegen durch die erwähnten Ablesefehler nicht irritiert. Das ist eine Tatsache, welche die Bussole trotz der sehr mangelhaften Ablesungen, welche sie ermöglicht, in zahlreichen Fällen zum Polygonisieren besser empfiehlt wie den Theodoliten oder den Meßtisch.

Um dies einzusehen, braucht man nur die Fig. 127 und 128 auf Taf. 10 zu vergleichen.

In denselben ist AB eine Strecke, welche in kurze, gleich

lange Teilstrecken $A, 1$; $1, 2$; $2, 3$ usw. zerlegt und als Polygonzug einmal (in Fig. 127) mit der Waldbussole und ein zweites Mal (Fig. 128) mit dem Theodoliten festgelegt wurde.

Dabei wurde angenommen, daß die Längen absolut richtig, alle magnetischen Azimute und alle Brechungswinkel (die Winkel $NA\,1'$; $A\,1', 2'$; $1', 2', 3'$ usw. in Fig. 128) mit einem gleichen Maximalfehler — nämlich dem der Bussole — behaftet sind und daß dieser Fehler alle Winkel vergrößert.

In Fig. 127 hat sich nun statt der Strecke AB die Strecke AB' ergeben, in Fig. 128 dagegen der bogenförmige Zug $A\,1', 2' \ldots B''$. Der „Schlußfehler" BB' in Fig. 127 ist also, wie man deutlich sieht, unter sonst gleichen Umständen weit kleiner wie der Schlußfehler BB'' in Fig 128.

Außerdem läßt sich folgendes behaupten:

BB' bleibt **konstant**, wenn man die Zahl der in AB enthaltenen Teilstrecken vergrößert, diese selbst also verkleinert. Die Zahl der seitlichen Verschiebungen, welche die Brechungspunkte des Zuges durch die Fehler in den magnetischen Azimuten erfahren, wird dann wohl größer, die Verschiebungen selbst aber werden, und zwar verhältnismäßig, kleiner. BB'' dagegen **wächst rapid** mit der Zahl der Teilstrecken, also mit deren Verkleinerung.

In Wirklichkeit treten nun allerdings die Fehler in den magnetischen Azimuten und in den Brechungswinkeln nicht in demselben Sinne auf, sondern positiv und negativ.

Der Schlußfehler in Fig. 127 wird also im allgemeinen kleiner sein wie BB'. Er wird ferner mit der Vermehrung der Teilstrecken kleiner werden.

Vergrößert man nämlich die Zahl der Teilstrecken, so werden sie kürzer. Die seitlichen Verschiebungen, aus denen sich der Schlußfehler hier zusammensetzt, werden kleiner, ihre Zahl aber wird größer. Damit aber wächst die Wahrscheinlichkeit, daß eine positive Verschiebung durch eine gleich große negative aufgehoben wird.

Man kann also sagen:

Wenn die Strecke AB in Fig. 127 als Polygonzug betrachtet und mit der Waldbussole festgelegt wird, ist der Schlußfehler stets kleiner wie BB'. Er fällt ferner im allgemeinen um so kleiner aus, in je mehr Teilstrecken AB zerlegt wird.

Anders liegen die Verhältnisse in Fig. 128.

Wohl ist auch hier der Schlußfehler im allgemeinen kleiner als BB''. Nun ist aber BB'' nicht konstant und einer Vermehrung der Teilstrecken in AB entspricht eine größere Strecke BB''. Eine solche Vermehrung wird also im allgemeinen auch eine Vergrößerung des Schlußfehlers zur Folge haben.

Man kann also sagen:

Wenn die Strecke AB in Fig. 128 als Polygonzug betrachtet und mit dem Theodoliten (oder Meßtisch) festgelegt wird, wird der Schlußfehler im allgemeinen um so größer sein, je größer die Zahl der in der Strecke AB enthaltenen Teilstrecken ist.

Schon daraus ergibt sich, daß in Fällen, in denen ein Schlußfehler von der Größe BB' toleriert werden kann, die Waldbussole trotz ihrer rohen Ablesungen zur Polygonisierung um so mehr geeignet ist, je kürzer die Polygonseiten sind. Die Polygonisierung mit dem Theodoliten dagegen wird, wenn der Schlußfehler BB' nicht überschritten werden soll, um so genauer ausgeführt werden müssen, je kürzer die Zugseiten angenommen werden und wird sich schließlich der Bussolenaufnahme gegenüber viel zu teuer stellen. Die Verwendung einer Bussole zur Festlegung eines Polygonzuges ist insbesondere dann zu empfehlen, wenn hinsichtlich der Wahl der Seitenlängen eine gewisse Freiheit herrscht und der aufgenommene Zug direkt, das heißt ohne Koordinaten zu rechnen, also mit Hilfe der magnetischen Azimute aufgetragen werden soll. Dann ist es zweckmäßig, die Seiten des Zuges so kurz anzunehmen, daß sich die seitlichen Verschiebungen der Brechungspunkte in dem Maßstabe, in welchem kartiert wird, überhaupt nicht äußern. Der aufgenommene Zug erscheint dann lediglich mit zeichnerischen Manipulationsfehlern behaftet.

Mit Rücksicht auf die vorhergehenden Ausführungen ist es begreiflich, daß sich das Bussoleninstrument trotz seiner Unvollkommenheit in Fachkreisen großer Beliebtheit erfreut, besonders in den Kreisen der Forstleute, die sehr viel minder wichtige und kurzseitige Züge festzulegen haben (Bestandesgrenzen, Wegzüge usw.). Die Verwendung der Bussole ist allerdings nicht überall und nicht immer möglich, so z. B. in der Nähe von Erzlagern und vor

Gewittern, in welchen Fällen die Schwankungen der Nadel allzu bedeutend sind.

Weitere Bemerkungen betreffend die Bussole finden sich in der Kartierungslehre, also im 3. Teile des vorliegenden Werkes.

3. Der Meßtisch.

Der Meßtisch ist ein Apparat, auf welchem die zur Herstellung eines geodätischen Elaborates notwendigen Horizontalprojektionen der Feldwinkel graphisch, das heißt nicht im Gradmaße, sondern durch Zeichnung bestimmt werden.

Es gibt verschiedene Meßtischkonstruktionen, welche jedoch im Wesen auf dasselbe hinausgehen.

Es wird daher genügen, nur eine zu besprechen und dies soll die von dem Wiener Mechaniker Starke sein. Sie ist anerkannt eine der vorteilhaftesten und elegantesten.

Fig. 129 auf Taf. 11 repräsentiert eine schematische Skizze des Meßtisches von Starke, in welcher des besseren Verständnisses wegen einzelne Teile, wie z. B. der dritte Stativfuß, die dritte Stellschraube usw., weggelassen wurden.

Der Starkesche Meßtisch besteht — wie jeder andere — aus drei Hauptteilen, und zwar aus dem Stative, dem Zwischengelege und der Meßtischplatte.

Das Stativ besteht wieder aus dem Stativkopfe K (von oben gesehen in der Grundform ein gleichseitiges Dreieck) und drei Stativfüßen, wovon in der Zeichnung nur F_1 und F_2 abgebildet erscheinen.

Kopf und Füße sind miteinander durch Fußschrauben verbunden (in der Zeichnung bloß S_1 und S_2 angedeutet).

Der Kopf enthält weiter die Muttern M_1, M_2 und M_3 für die Stellschrauben S'_1, S'_2 und S'_3, wovon in der Zeichnung wieder nur M_1 und S'_1 respektive M_2 und S'_2 angedeutet erscheinen. Die Stellschrauben dienen zum Horizontalstellen der Meßtischplatte.

Außerdem besitzt der Stativkopf in der Mitte eine quadratische Öffnung für den oberen Teil der Zentral- oder Herzschraube S''.

Das Zwischengelege Z ist jener Teil des Meßtisches, welcher sich zwischen dem Stativkopfe K und der Meßtischplatte M befindet. Es endet nach unten hin in die Zentral- oder Herzschraube S'', durch deren Anziehen es mit dem Stative fest ver-

bunden werden kann. Das Zwischengelege ist ferner so eingerichtet, daß es eine grobe und feine Rotation und eine Parallelverschiebung der Tischplatte nach jeder Richtung innerhalb einiger Zentimeter (zirka 10) zuläßt.

Die Meßtischplatte M ist eine zirka 4 *cm* starke rechteckige Holzplatte von den Dimensionen eines mittelgroßen Reißbrettes (etwa 80 *cm* Länge und 60 *cm* Breite), aus vielen Teilen zusammengesetzt, um das Verwerfen möglichst hintanzuhalten. Sie läßt sich mit dem Zwischengelege mit Hilfe der sogenannten Befestigungsschrauben B_1, B_2 und B_3 (B_3 fehlt in der Zeichnung) derart verbinden, daß sie um ihren Mittelpunkt rotiert, das heißt, daß ihr Mittelpunkt in die Rotationsachse (Achse der Zentralschraube) zu liegen kommt. Man nennt diese Art der Verbindung der Meßtischplatte mit dem Zwischengelege die normale Verbindung oder Adjustierung.

Die grobe Rotation des Meßtisches (Rotation mit der freien Hand) ist möglich, wenn die Ringklemme R am Zwischengelege geöffnet („gelüftet") wird. Bei geschlossener („angezogener") Ringklemme ist nur noch eine Feinbewegung, respektive eine feine Rotation mit Hilfe des Mikrometerwerkes M' ausführbar. Die Parallelverschiebung der Meßtischplatte M ist möglich, wenn man die drei bereits erwähnten, das Zwischengelege mit der Meßtischplatte verbindenden Befestigungsschrauben B_1, B_2 und B_3 lüftet.

Instrumente und Geräte, welche zum Meßtisch gehören.

1. Die Röhrenlibelle.

Sie dient zum Horizontalstellen der Meßtischplatte und kann hier als bekannt vorausgesetzt werden.

Um sie zu prüfen, wird sie bei stark gelüfteter Herzschraube des Meßtisches auf die Meßtischplatte in der Richtung der Verbindungsgeraden von zwei Stellschrauben (Stellungslinie) gelegt und ein Messingmaßstab oder dergleichen an ihre Basis angeschoben.

Nun bringt man sie mit Hilfe der zwei bezeichneten Stellschrauben zum Einspielen, hebt sie ab, dreht sie um 180° um und schiebt sie wieder mit der Basis an den Messingmaßstab an. Spielt sie nun wieder ein, so hat man nichts daran zu ändern. Im Gegenfalle muß bekanntlich die Hälfte des Ausschlages mit Hilfe der in

Rede stehenden zwei Stellschrauben, die andere Hälfte mit der Rektifizierschraube der Libelle beseitigt werden.

Das Verfahren verlangt selbstverständlich eine Wiederholung. —

2. Das Perspektivlineal oder die Kippregel.

Dient dazu, eine vertikale Visierebene herzustellen und die Schnittgerade derselben mit der horizontal gestellten Meßtischplatte (also ihre „Horizontalspur“) zu bestimmen.

Einrichtung. Das Instrument besteht im Wesen aus dem Messinglineal L (Fig. 130, Taf. 11) mit der Ziehkante ZZ', dem hierzu senkrechten Ständer S, der Horizontalachse A am oberen Ende des Ständers, dem um die Horizontalachse drehbaren und hierzu senkrechten Fernrohr F und der auf der Horizontalachse befestigten Libelle L'. Zum Horizontalstellen der Horizontalachse dient die Stellschraube S', zum Rektifizieren der Libelle L' die Rektifizierschraube S''. Das Fernrohr ist häufig mit einer Handhabe (H) versehen, um es leichter auf und ab bewegen zu können. — Bemerkt soll noch werden, daß es Varianten dieser Konstruktion gibt, die übrigens keine wesentliche Verschiedenheit aufweisen. Auch gibt es Kippregeln, welche für eine Feinbewegung des Fernrohres eingerichtet sind, dann auch solche, welche mit Distanzfäden, Höhenbogen und Nivellierlibelle versehen sind, also für tachymetrische Zwecke und zum Nivellieren verwendet werden können. —

Hier soll jedoch nur von der einfachsten Form, wie sie in der Fig. 130 dargestellt erscheint, gesprochen werden.

Eigenschaften einer guten Kippregel.

Soll eine Kippregel ihrem Zweck entsprechen, so muß sie folgende Eigenschaften besitzen:

a) Die Linealskante oder Ziehkante ZZ' muß gerade sein.

b) Der Winkel, welchen die Horizontalachse mit der Kollimationsachse oder Visierlinie einschließt, muß ein rechter sein.

c) Bei genau einspielender Horizontalachsenlibelle muß die Horizontalachse genau horizontal sein.

d) Die Visierebene, das heißt die durch Auf- und Abbewegung („Kippen“) der Visierlinie entstehende Ebene soll die Ziehkante enthalten.

Prüfung und eventuelle Berichtigung einer Kippregel.

Bezieht sich auf die unter *a* — *d* angeführten Eigenschaften und wird in nachstehender Weise durchgeführt.

Ad *a*) Man zieht nach der Ziehkante *ZZ'* — einen kegelförmig und scharf zugespitzten harten Bleistift fortwährend möglichst senkrecht zur Zeichenfläche haltend — eine feine Linie *ab*. Nun wendet man das Instrument im Horizont um 180° und legt das Lineal mit zwei voneinander weit abstehenden Punkten seiner Ziehkante an die gezogene Linie an. Stimmen alle übrigen Ziehkantenpunkte mit der Linie *ab* überein, so ist die Ziehkante eine gerade Linie. Im Gegenfalle muß man sie vom Mechaniker abhobeln („abrichten“) lassen.

Ad *b*) Die Prüfung auf die Eigenschaft *b* kann verschieden durchgeführt werden, je nachdem sich das Fernrohr um die Horizontalchse vollständig umdrehen („durchschlagen“) läßt oder nicht. Es soll zunächst angenommen werden, daß sich das Fernrohr durchschlagen läßt.

Die Durchführung der Prüfung fordert gewisse Vorbereitungen, welche in der Fig. 131 auf Taf. 11 angedeutet sind. Dieselbe entspricht einer Ansicht von oben. Das Rechteck *αβγδ* stellt die horizontal gestellte Meßtischplatte vor. *a* ist ein Punkt auf derselben beiläufig in der Mittellinie *mn* und am Ende ihres ersten Viertels. *P* ist ein gut pointierbarer Punkt, z. B. das Zentrum einer rotweißen Signalscheibe, so hoch beiläufig wie die Horizontalachse der auf dem Meßtische stehenden Kippregel. *L* ist eine Nivellierlatte zum Selbstablesen in horizontaler Lage und in derselben Höhe wie *P*. Sie wird gewöhnlich an zwei Absteckstäbe gebunden und diese dann an eine Wand, an einen Zaun usw. angelehnt.

Zu den Vorbereitungen ist endlich noch die provisorische Bezeichnung jenes Punktes *a'* auf der Ziehkante der Kippregel zu zählen, welchen man erhält, wenn man sich den Schnittpunkt der Horizontalachse mit der Visierlinie auf die Ziehkante herab gelotet denkt. Dieser Punkt kann natürlich nur annähernd bestimmt werden, doch genügt dies vollkommen. Die Bezeichnung desselben kann mit Bleistift oder dickflüssiger Farbe vorgenommen werden.

Die Prüfung selbst ist eine Nachahmung der Untersuchung eines Theodoliten auf die Beziehung der Visierlinie zur Horizontal-

achse nach der Methode von Prof. Dr. W. Jordan („Methode des vierfachen Fehlers“).

Sie erfolgt in nachstehender Weise:

Man pointiert P, während a' auf a liegt, bei normaler Fernrohrlage, das heißt so, daß die zur Verschiebung des Okularrohres dienende Schraube oben liegt.

Dann wird das Fernrohr — ohne am Lineale zu rühren — durchgeschlagen und bei verkehrter Fernrohrlage auf der Latte L eine Ablesung gemacht, z. B. l_1.[1])

Nun wird das Instrument vom Brette abgehoben, um 180° gewendet, mit a' wieder beiläufig an a angelegt und in verkehrter Fernrohrlage abermals P pointiert. Sodann wird neuerdings durchgeschlagen, ohne die Lage des Lineals zu verändern und die Latte L in normaler Fernrohrlage pointiert. Zeigt sich wieder die Ablesung l_1, so ist die Visierlinie zur Horizontalachse normal, im Gegenfalle — wenn also eine andere Lesung l_2 zum Vorschein kommt — entspricht die Strecke $l_2 l_1$ dem vierfachen Fehler in der Beziehung von Horizontalachse und Visierlinie. Man hat nun das Diaphragma um den vierten Teil von $l_2 l_1$ von l_2 gegen l_1 hin zu verstellen. Das Verfahren muß selbstverständlich wiederholt werden.

Der Beweis liegt in der Fig. 132 auf Taf. 11 und ist vom Theodoliten her bereits bekannt.

Ad *c*) Auch diese Prüfung soll zunächst unter der Voraussetzung besprochen werden, daß das Fernrohr der Kippregel durchschlagbar ist.

Die notwendigen Vorbereitungen sind aus der Fig. 133 auf Taf. 11 zu ersehen.

Das Rechteck $\alpha\beta\gamma\delta$ stellt wieder den horizontal gestellten Meßtisch vor. T ist ein Turm, welcher auch durch eine hohe Wand ersetzt werden kann, L die Nivellierlatte zum Selbstablesen in horizontaler Lage an der vorderen Wand des Turmes. Die Höhe der Nivellierlatte muß ungefähr dem Horizonte der Horizontalachse des Perspektivlineales entsprechen.

Vorgang: Man pointiert einen hochgelegenen, gut markierten Punkt P auf der Vorderwand des Turmes bei normaler Fernrohr-

[1]) Man stellt hierbei auf den geteilten Rand der Nivellierlatte ein, und zwar mit dem Kreuzungspunkte der Hauptfäden oder mit dem nahe an diesem Kreuzungspunkte gelegenen Teile des Vertikalfadens.

lage, indem a' ungefähr auf a gelegt und die Horizontalachsenlibelle mit Hilfe der Schraube S' (Fig. 130) genau zum Einspielen gebracht wird. Dann kippt man das Fernrohr in den Horizont und macht auf der Latte eine Lesung, z. B. l_1.

Nun hebt man das Instrument vom Meßtische ab, wendet es um 180° und stellt es wieder derart auf den Tisch, daß a' mit a ungefähr koinzidiert.

Hierauf wird das Fernrohr durchgeschlagen, der Punkt P verkehrt und wieder bei genau einspielender Horizontalachsenlibelle pointiert, das Fernrohr sodann herapgekippt und auf der Latte L neuerdings eine Ablesung gemacht. Ist dieselbe identisch mit l_1, so kann man l_1 als die Horizontalprojektion des Punktes P auf der Latte L betrachten, die Horizontalachse somit bei genau einspielender Horizontalachsenlibelle als horizontal ansehen.

Zeigt sich hingegen eine von l_1 verschiedene Ablesung l_2, so entspricht — wie wohl leicht einzusehen ist — die Stelle $\frac{l_2 - l_1}{2}$ oder $\frac{l_1 - l_2}{2}$ der Horizontalprojektion von P auf der Nivellierlatte. In diesem letzteren Falle muß man es nun mit Hilfe der Schraube S' dahin zu bringen trachten, daß man, nachdem man den Punkt P pointiert und das Fernrohr herabgekippt hat, die Lattenlesung $\frac{l_2 - l_1}{2}$ respektive $\frac{l_1 - l_2}{2}$ erhält.[1])

Durch die Bewegung der Schraube S' ist natürlich die Luftblase der Horizontalachsenlibelle aus dem Nullpunkte gekommen; die Horizontalachse ist nun aber horizontal und die Horizontalachsenlibelle wird mit Hilfe ihrer Rektifizierschraube S'' zum Einspielen gebracht.

Man kann nun sagen: Sobald die Horizontalachsenlibelle mit Hilfe von S' zum Einspielen gebracht wird, ist die Horizontalachse selbst horizontal.

Das Prüfungsverfahren muß natürlich wiederholt werden.

Die Prüfung auf die Eigenschaften b und c, wenn das Fernrohr nicht durchschlagbar ist, wird mit Hilfe zweier Nägel

[1]) $\frac{l_2 - l_1}{2}$ wenn $l_2 > l_1$, $\frac{l_1 - l_2}{2}$ wenn $l_1 > l_2$ ist.

und einer Schnur genau so vorgenommen, wie dies beim Theodoliten besprochen wurde.

Die Horizontalstellung dor Horizontalachse erfolgt hier jedoch mit Hilfe der Schraube S', worauf die Horizontalachsenlibelle mit S' zum Einspielen gebracht wird.

Ad *d*) Um zu prüfen, ob die Visierebene der Kippregel durch die Ziehkante ZZ' geht, pointiert man bei genau einspielender Horizontalachsenlibelle irgendeinen Punkt einer vertikalen Geraden (z. B. einer scharfen Hauskante, eines vertikal gespannten Fadens usw.) und steckt nun knapp an die Ziehkante recht weit auseinander zwei feine englische Nadeln vertikal in die Meßtischplatte.

Visiert man jetzt über die zwei Nadeln — wobei man sich einige Schritte zurückstellen soll — und decken dieselben die vorhin erwähnte vertikale Gerade, so ist das Instrument in betreff der Eigenschaft *d* in Ordnung. Decken die Nadeln die vertikale Gerade nicht, so muß der Ständer entsprechend gedreht werden. Hierzu rotiert man den Tisch so lange, bis die Nadeln die vertikale Gerade decken, öffnet dann die zur Verbindung des Ständers mit dem Lineale dienenden drei Schrauben am unteren erweiterten Teile (Piedestal) des Ständers, dreht denselben — das Lineal festhaltend — mit freier Hand, bis die Visur durch einen Punkt der vertikalen Geraden geht und zieht die in Rede stehenden drei Schrauben wieder fest an.

Die Verbindung des Ständers mit dem Lineale ist aus der Fig. 134 auf Taf. 11 ersichtlich. Der obere Teil dieser Figur repräsentiert die Ansicht des Ständers S, des Piedestals P, des Lineals L und der drei Schrauben S_1, S_2 und S_3 von oben. ab ist der Schnitt durch die Schraube S_1, cd der Schnitt durch die Schraube S_2 (gleich jenem durch S_3). Alle drei Schrauben haben ihre Muttern im Lineale L und laufen durch das Piedestal rund.

Die Bohrung für die Schraube S_1 (im Piedestal) entspricht genau dem Durchmesser von S_1, die Bohrlöcher für S_2 und S_3 jedoch sind etwas größer wie die Durchmesser dieser Schrauben. Außerem ist der Kopf von S_1 versenkt, während die Köpfe von S_2 u. S_3 über das Piedestal hervorragen. Infolgedessen kann S_1 als Drehungsachse verwendet werden, während S_2 und S_3 als Befestigungsschrauben dienen.

Schlußbemerkung zur Rektifikation einer Kippregel

Es ist stets wünschenswert — nicht unbedingt notwendig — den Vertikalfaden des Fadenkreuzes einer Kippregel derart zu richten, daß derselbe bei horizontaler Lage der Horizontalachse in jeder Stellung des Fernrohres als vertikale Gerade erscheint, daß er also die Horizontalachse unter rechtem Winkel kreuzt.

Man wird schon während der Prüfung *d.* erkennen, ob dies zutrifft oder nicht. Im ersteren Falle wird nämlich der Vertikalfaden seiner ganzen Länge nach die Hauskante oder den lotrecht hängenden Faden decken, im letzteren Falle hingegen oberhalb und unterhalb des Fadenkreuzungspunktes von der Vertikalen abweichen. In diesem Falle wird man den das Diaphragma umfassenden Ring im Okularrohre nach den Lüften des diesen Ring festhaltenden Schräubchens entsprechend drehen und dieses Schräubchen wieder anziehen.

Sollte es auf diese Art nicht gelingen, eine vollkommene Deckung des Vertikalfadens und des Bildes der Vertikalen zu erzielen, so wird man doch mindestens eine Parallelstellung beider zustande bringen.

Den zumeist sehr kleinen Fehler in der Deckung kann ma hierauf mit Hilfe der zwei horizontal wirkenden Schräubchen des Diaphragmas beseitigen.

3. Die Orientierungbussole (Fig. 135, Taf. 12).

Dient zur flüchtigen Orientierung des Meßtisches, worüber noch später gesprochen werden wird.

Es ist eine gewöhnliche größere Bussole auf quadratischer Platte, zumeist mit einer Balkennadel versehen, deren Nor pitze *n* in irgendeiner markanten Weise gekennzeichnet erschei B. dadurch, daß sie blau angelaufen ist usw.

Die Verbindungsgerade der Teilungspunkte 360 mit respektive *NS*, ist parallel zu zwei Seiten der quadratischen Platte. *A* stellt die Arretiervorrichtung vor.

4. Die Lotgabel.

Dient dazu, zu prüfen, ob ein bestimmter Punkt tisches vertikal über einem gegebenen Bodenpunkte lieg, um irgendeinen Meßtischpunkt auf den Boden herabzusen

r'ern-
Nägel

Sie besteht aus zwei Holzschienen, welche in der aus der Fig. 136 auf Taf. 12 ersichtlichen Weise zu einem Winkel verbunden und mit einem Senkel versehen sind. Dasselbe läßt sich mit Hilfe seiner Schnur beliebig senken und heben. Das Ende der Senkelschnur wird an den Nagel N gebunden. — Der Verlauf der Senkelschnur ist in der Zeichnung dadurch besser kenntlich gemacht, daß die längs der Holzschienen laufenden Teile derselben nicht ganz knapp am Holz gezeichnet wurden.

Die Eigenschaft einer guten Lotgabel ist aus der Fig. 136 leicht zu ersehen. Bei horizontaler Stellung des Tisches muß die Verlängerung der vertikalen Senkelschnur durch a gehen.

Die Prüfung einer Lotgabel ist aus der Fig. 137 auf Taf. 12 leicht zu entnehmen.

Wenn z. B. der schräge Arm zu kurz ist und man legt die Lotgabel an a auf die horizontale Tischplatte in zwei um 180° verschiedenen Stellungen an, so wird sich in der Entfernung der zwei Senkelspitzen 1 und 2 der doppelte Fehler zeigen — ebenso wenn der schräge Arm zu lang ist, in welchem Falle jedoch die Senkelspitze 1 rechts, die Senkelspitze 2 links liegen wird.

Die Rektifikation erfolgt, indem man entweder den schrägen oder den horizontalen Arm etwas kürzer schneidet.

5. Der Ordinatenwinkel (von Professer Josef Schlesinger).

Hat den Zweck, die meßgerechte Aufstellung des Meßtisches — besonders bei Polygonisierungen — zu erleichtern.

Er besteht aus zwei unter einem rechten Winkel verbundenen Holzschi[illegible]n, welche mit Zentimeterteilungen versehen sind (Fig. 138, Taf. [illegible] [illegible]er Scheitelpunkt des rechten Winkels ist der Nullpunkt [illegible]ßerungen.

[illegible] [illegible]inatenwinkel gehört noch ein zirka 10—12cm langer Eisenstift, der sogenannte Markierstift.

6. Das Feldreißzeug.

Außerd[illegible] t aus einem Haarzirkel, einem Transversalmaßstab S_2 und [illegible], einem harten, auf einem Ende zum Schreiben, auf dem als Dre[illegible] Zeichnen — also kegelförmig und sehr fein — zugespitzten festigun[illegible] einer Eisenfeile (oder Reibstein) zum Herrichten des

Bleistiftes, einem Gummi elasticum, einem Radiergummi und einigen Pikiernadeln (feinen englischen Nadeln mit Siegellackköpfen, um sie besser fassen und halten zu können).

Alle diese Utensilien sind in einem Etui zweckmäßig untergebracht. Das Etui ist gewöhnlich mit einem Riemen zum Umhängen versehen.

Meßtischoperationen.

1. Aufgabe. Gegeben die Feldpunkte *B*, *A* und *C* (Fig. 139, Taf. 12) und am Meßtische die Gerade *ba* entsprechend der Feldgeraden *BA* — also eine Strecke, welche z. B. der 1000. Teil ist von der Strecke *BA*, wenn im Verhältnisse 1:1000 gezeichnet werden soll, oder der 2500. Teil, wenn das Verjüngungsverhältnis 1:2500 ist usw.

Es soll durch den Punkt *a* am Meßtische eine Gerade gezogen werden, welche mit *ba* denselben Winkel einschließt wie *CA* mit *BA*, und außerdem ist der dem Punkte *C* entsprechende Punkt *c* am Meßtische zu bestimmen.

Durchführung im Wesen:

Man stellt den Meßtisch horizontal und so auf, daß *a* vertikal über *A* und *ab* in der Richtung *AB* liegt.[1]) Dann wird die Kippregel mit ihrer Ziehkante an *a* angelegt, nach *C* visiert, nach der Ziehkante eine Gerade (ein Rayon) gezogen und auf denselben von *a* aus die Strecke *AC* in dem entsprechenden Maßstabe aufgetragen.

Durchführung im Detail.

Wenn *a* über *A* und *ab* in der Richtung von *AB* liegt, dann befindet sich der Tischmittelpunkt *m* (Schnittpunkt der beiden Diagonalen) über einer ganz bestimmten Stelle des Bodens, welche mit *M* bezeichnet werden soll.

Nachdem bei normaler Verbindung der Meßtischplatte mit dem Zwischengelege der Stativmittelpunkt vertikal unter *m* liegt, so muß der Stativmittelpunkt über *M* gestellt werden, wenn es überhaupt möglich sein soll, *a* über *A* und *ab* in die Richtung von *AB* zu bringen.

[1]) *a* über *A* stellen heißt den Meßtisch zentrieren, *ab* in die Richtung von *AB* drehen, heißt ihn orientieren; einen Meßtisch horizontal stellen, zentrieren und orientieren heißt ihn meßgerecht aufstellen.

Es ist nun leicht möglich *M* am Boden zu bestimmen. *M* am Boden liegt nämlich mit Rücksicht auf *AB* genau so wie *m* am Tisch mit Rücksicht auf *ab*.

Nimmt man daher den Ordinatenwinkel und legt ihn so auf den Tisch, daß der eine Schenkel auf *ab*, der andere auf *m* zu liegen kommt (Fig. 140, Taf. 12), so wird man z. B. in unserem Falle sagen: *m* liegt mit Rücksicht auf *ab* — von *a* gegen *b* gesehen — *x* Zentimeter vorwärts und *y* Zentimeter rechts (es könnte ebenso gut vorwärts und links oder rückwärts und rechts oder rückwärts und links liegen).

Nun wird der Ordinatenwinkel auf die Erde gelegt, hier zu *AB* in die gleiche Beziehung gebracht wie vorhin zu *ab* (Fig. 140) und die dem Punkte *m* entsprechende Stelle *M* (x^{cm} vorwärts und y^{cm} rechts mit Rücksicht auf *AB*, von *A* gegen *B* gesehen) mit dem Markierstift bezeichnet.

Es ist hierbei zweckmäßig, die Richtung *AB* am Felde mit einem auf den Boden gelegten Absteckstab zu markieren und nicht allzu rigoros zu sein.

Der Bestimmung von *M* folgt die meßgerechte Aufstellung des Stativs.

Das Stativ muß bei offenen Fußschrauben so gestellt werden, daß der Kopf in richtiger, das heißt bequemer Höhe und beiläufig horizontal ist, daß der Mittelpunkt vertikal über *M* liegt, daß keiner der drei Füße den Punkt *A*, von oben gesehen, deckt, und daß die Fußspitzen womöglich im Boden stecken. Um den Stativmittelpunkt über *M* zu stellen, bedient man sich eines Senkels.

Hat man den angeführten Bedingungen Rechnung getragen, so werden die Fußschrauben angezogen.

Nun wird das mit der Meßtischplatte normal verbundene Zwischengelege auf die Stellschrauben gelegt und der Meßtisch horizontal gerichtet. Dies muß bei offener Herzschraube geschehen, und zwar in folgender Art:

Man legt die bereits geprüfte Libelle über eine Stellungslinie, das heißt parallel zur Verbindungsgeraden von zwei Stellschrauben, welche allenfalls mit dem Transversalmaßstabe markiert werden kann, und bringt sie mit Hilfe dieser Schrauben zum Einspielen. Dann legt man die Libelle normal zu der ersten Stellung auf,

indem man die schmale Seite ihrer Basis an den Maßstab anschiebt und bringt den Ausschlag mit der dritten Stellschraube weg.

Das Verfahren wird wiederholt und zuletzt die Herzschraube fest angezogen.

Nach durchgeführter Horizontalstellung der Tischplatte erfolgt deren rohe Orientierung und anschließend daran die Zentrierung. Man legt an ab die lange Seite des Transversalmaßstabes oder der Libelle und visiert darüber, den Tisch bei gelüfteter Ringklemme R (Fig. 129) so lange mit freier Hand rotierend, bis die Visur den in B stehenden Absteckstab passiert. Ist M richtig ausgemittelt worden, so muß schon jetzt a über A liegen — wenigstens näherungsweise. Um sich hiervon zu überzeugen, wird die Lotgabel an a angelegt und nachgesehen, ob die Spitze ihres Senkels über A spielt. Eine kleine Abweichung ($1—2^{cm}$) besonders im Sinne der Geraden AB oder AC kann toleriert werden. Sie hat auf die graphische Bestimmung des Winkels BAC keinen Einfluß. Größere Fehler in der Zentrierung müssen beseitigt werden. Hierzu öffnet man die Befestigungsschrauben B_1, B_2 und B_3, verschiebt die Meßtischplatte parallel zu sich selbst im Sinne der Verbindungsgeraden von Senkelspitze und A bis die Senkelspitze nahezu genau über A spielt und sperrt hierauf die Befestigungsschrauben.

Der beschriebenen Manipulation folgt nun die feine Orientierung mit Hilfe der Kippregel.

Hierzu wird die Kippregel zunächst nur flüchtig an die Gerade ab oder deren „Randmarken“ [1]) angelegt und nun jene Vorbereitungen getroffen, welche das scharfe Avisieren von B bedingt. Zu diesen Vorbereitungen, welche bekanntlich optische Vorbereitungen genannt werden, sind zu zählen: Das Deutlichmachen des Fadenkreuzes und des Bildes von B, welches bei halbwegs gelungener roher Orientierung schon im Gesichtsfelde des Fernrohres erscheinen wird, dann das Beseitigen der Parallaxe mit eventueller kleiner Korrektur an der Okularlinse und endlich das Neigen des Fernrohres, bis der

---

[1]) Unter den Randmarken von ab versteht man zwei kurze Striche, welche die Verlängerungen der Geraden ab an den Rändern der Meßtischplatte repräsentieren und, weil sie weit auseinander liegen, die Richtung von ab sicherer angeben. — Die Bezeichnung einer Randmarke von ab erfolgt, indem man auf dieselbe das Zeichen a, b setzt und nach dem b auf die Marke einen Punkt macht.

Horizontalfaden durch den tiefst gesehenen Punkt des Signals *B* geht.

Nun erst — also immer nach diesen Vorbereitungen — wird die Ziehkante scharf an die Gerade *ab* oder deren Randmarken angelegt, die Horizontalachsenlibelle genau zum Einspielen gebracht (besonders bei Höhen- oder Tiefenvisuren) und der Tisch bei gesperrter Ringklemme mit dem Mikrometerwerke *M'* so lange fein gedreht, bis man annehmen kann, daß die Visierebene genau durch den Bodenpunkt *B* geht. — Nun ist der Meßtisch meßgerecht aufgestellt.

Die jetzt folgende Manipulation der eigentlichen Winkelbestimmung ist im Prinzipe sehr einfach, in der Ausführung jedoch für den Anfänger schwierig, weshalb sie hier ausführlich besprochen werden muß.

Um von *a* nach *C* zu visieren, ist es am zweckmäßigsten, zum Punkte *a* eine scharfe Ecke der Libellenbasis (oder des Transversalmaßstabes) zu stellen, und zwar so, daß die Längsachse der Libelle mit der Richtung *AC* einen spitzen Winkel (zirka 30—50°) einschließt. Nun hält man die Libelle mit dem Zeigefinger der rechten Hand fest, schiebt die Kippregel — den Ständer mit der linken Hand leicht haltend — an die Libellenecke derart an, daß die Linealsrichtung von *AC* stark nach rechts abweicht, und zieht hierauf das Instrument, über das Fernrohr (wie über einen Gewehrlauf) visierend, längs der Libellenecke so lange gegen sich, bis das Bild von *C* im Gesichtsfelde des Fernrohres erscheint.

Nun werden die optischen Vorbereitungen für die Visur nach *C* getroffen, die Horizontalachsenlibelle zum Einspielen gebracht und das Instrument in der vorhin angegebenen Art längs der Libellenecke so lange hin und her gezogen, bis die Visur scharf durch *C* geht.

Läßt man jetzt im Druck auf die Meßtischlibelle nach, so wird die Visur von *C* zumeist abspringen, gewöhnlich auch die Horizontalachsenlibelle nicht mehr einspielen. Es ist nun Sache der Übung, die Lage der Visierebene — immer durch Ziehen des Instrumentes längs der Libellenecke — entsprechend zu korrigieren. Zum Schlusse wird längs der Ziehkante in der bereits erwähnten Art eine Linie gezogen und auf dieselbe von *a* aus die verjüngte Strecke *AC* aufgetragen. Das Ende der aufgetragenen Strecke ist *c*.

2. **Aufgabe.** Einfache Polygonisierung oder Umziehung. Gegeben das Feldpolygon *ABCDEFG* (Fig. 141, Taf. 12), ferner die der Feldstrecke *AB* entsprechende Strecke *ab* am Meßtische.[1])

Es ist das Polygon *abcdefg* zu zeichnen.

Der einzuschlagende Weg ist nach erfolgter Messung aller Feldstrecken im Prinzipe lediglich als eine mehrmalige Wiederholung der Aufgabe 1 zu betrachten. Es ist zweckmäßig, das Polygon behufs graphischer Aufnahme in zwei möglichst gleich lange Polygonzüge zu zerlegen, z. B. in die Züge *ABCD* und *AGFED* und zuerst z. B. *ABCD*, hierauf *AGFED* aufzunehmen.

Das Programm für die Durchführung wird sich demnach in folgender Weise gestalten:

Meßgerechte Aufstellung des Tisches in *B* (*b* über *B* und *ba* in der Richtung von *BA*), Bestimmung von *c*, Aufstellung in *C*, Bestimmung von *d*. — Meßgerechte Aufstellung in *A* (*a* über *A* und *ab* in der Richtung von *AB*), Bestimmung von *g*, Aufstellung in *G*, Bestimmung von *f*, Aufstellung in *F*, Bestimmung von *e*, Aufstellung in *E*, Bestimmung von *d* zum zweiten Male. Das zuerst bestimmte *d* soll d_1, das zuletzt gefundene d_2 heißen.

Zur Durchführung der Polygonisierung im Detail läßt sich noch folgendes bemerken:

a) Jeder Rayon, nach welchem orientiert werden muß, ist mit Randmarken zu versehen. Im vorstehenden Falle müssen also die Tischgeraden *ab*, *bc*, *ag*, *gf* und *fe* Randmarken erhalten.

b) Vor dem Verlassen eines Aufstellungspunktes (einer Station) sind die Koordinaten des Tischmittelpunktes *m* für die nächste Station zu ermitteln, um dort sogleich mit der Bestimmung von *M* beginnen zu können.

c) Um sich vor groben Fehlern in der Winkelbestimmung zu schützen, ist es notwendig, vor dem Verlassen einer Station die „Rückkontrolle" durchzuführen, das heißt die Kippregel flüchtig an die Orientierungsgerade anzulegen und nachzusehen, ob die Visur noch durch den vorhergehenden Punkt (Orientierungspunkt)

---

[1]) Ist die Annahme der Strecke *ab* freigestellt, so hat sie womöglich derart zu erfolgen, daß das ganze Polygon auf dem Tische Platz findet. Es muß somit vor der Polygonisierung eine Skizze des Polygons hergestellt werden.

geht. Eine allenfalls vorgekommene Verdrehung („Verschwenkung") wird sich sofort zeigen.

d) Der Schlußfehler $d_1 d_2$ hat seine Ursache entweder nur in unvermeidlichen oder in groben und unvermeidlichen Fehlern. Im ersten Falle wird er zulässig genannt.

Es ist nicht gerade einfach, die Größe des zulässigen Fehlers oder die Maximalabweichung infolge der unvermeidlichen Fehler in jedem speziellen Falle zu bestimmen, weil dieser Wert von zu vielen Faktoren abhängig ist. Es zählen hierzu in erster Linie der Maßstab, die Zahl der Stationen, die Form des Polygons, die Gesamtlänge seines Umfanges und die Qualität des Zeichners.[1])

Ob ein Schlußfehler zulässig ist oder nicht, entscheidet übrigens zumeist schon das Gefühl und ganz besonders die Erfahrung.

Um aber einen Schlußfehler mit voller Sicherheit als Resultat der Ansammlung unvermeidlicher Fehler betrachten zu können, ist es notwendig, wenigstens flüchtig zu prüfen, ob alle Seiten des Polygons richtig aufgetragen sind, nachdem sich oft genug Längenauftragefehler bis auf kleine Beträge paralysieren. Eine Paralysierung von groben Fehlern in der Winkelbestimmung ist nicht zu befürchten, sobald man sich vor groben Winkelfehlern durch die besprochene Rückkontrolle schützt.

Die Rückkontrolle ist daher grundsätzlich in jeder Station auszuführen.

Eine Paralysierung von groben Fehlern in der Längenmessung ist natürlich auch möglich. Dieser läßt sich nur durch gute Kontrollen während der Längenmessung vorbeugen.

Es darf an dieser Stelle nicht unerwähnt bleiben, daß die Zulässigkeit, von welcher bis nun gesprochen wurde, lediglich eine Zulässigkeit mit Rücksicht auf die Aufnahmsmethode war, nicht aber eine Zulässigkeit mit Rücksicht auf die Genauigkeit, welche erreicht werden soll.

Es kann z. B. der Schlußfehler ganz gut zulässig sein mit Rücksicht darauf, daß mit dem Meßtische gearbeitet wird, der Fehler ist aber zu groß mit Rücksicht auf den Zweck der Arbeit. In diesem Falle muß das Polygon durch besser bestimmte

[1]) Aus diesem Grunde ist es auch unstatthaft, den zulässigen Fehler nur aus der Länge des Polygonumfanges zu berechnen.

Punkte (Triangulierungspunkte) in mehrere Polygonzüge zerlegt werden, die voneinander ganz unabhängig bestimmt werden, oder man muß die Arbeit mit einem besseren Instrumente ausführen als es der Meßtisch ist.

Ist ein Schlußfehler in jeder Hinsicht zulässig, so wird derselbe auf alle Polygonpunkte verteilt. Dies ist nur logisch. Es kann unmöglich befriedigen, c mit d_2 oder e mit d_1 zu verbinden, weil dadurch bloß eine Seite und zwei Winkel zu Trägern der ganzen Fehleransammlung würden und eine gemessene Seite sowie auch ein gezeichneter Winkel gänzlich ignoriert werden müßten. Eine zweckmäßige Aufteilung des Schlußfehlers auf alle Polygonpunkte wirkt außerdem in einem gewissen Sinne verbessernd. Die Punkte des veränderten (korrigierten) Polygons können sich nämlich — wie umständliche Untersuchungen lehren — von der Wahrheit nicht mehr so weit entfernen wie die Punkte der ursprünglichen Figur.

Ein korrigiertes Polygon ist gegen die unter den gegebenen Verhältnissen mögliche Maximalabweichung von der Wahrheit bis zu einem gewissen Grade gesichert.

Behufs Erklärung der Fehlerverteilung sollen die Eckpunkte des nicht korrigierten Polygons (Fig. 142, Taf, 13) mit a, b', c', d_1, g', f', e', d_2 bezeichnet werden.

Das Prinzip, welches der Korrektur zugrunde gelegt wird, ist folgendes: Man halbiert $d_1 d_2$ und betrachtet den Halbierungspunkt d als definitiv. Ebenso wird a als fest angesehen.

Die Punkte d_1 und d_2 werden nun auf d, alle übrigen Punkte, also b', c', g', f' und e' parallel zur Verbindungsgeraden von d_1 mit d_2 verschoben, und zwar b' und c' von links nach rechts, g', f' und e' umgekehrt.

Die Verschiebungen von b' und c' verhalten sich zu jener von d_1 (also zu $d_1 d$) so wie die Längen ab' und $ab' + b'c'$ zu $ab' + b'c' + c'd_1$.

Ähnliches gilt von den Verschiebungen der Punkte g, f und e.

Die Verschiebungsgrößen werden natürlich graphisch bestimmt und wegen ihrer Kleinheit stets indirekt aufgetragen.

Der Vorgang soll auf Grund der Figuren 143a und 143b auf Taf. 13 erläutert werden.

Um z. B. die Punkte b' und c' (Fig. 143a) zu korrigieren, werden die Seiten des Zuges $ab'c'd_1$ auf eine Gerade xy (Fig. 143b) nacheinander aufgetragen, durch die Punkte a, b' c' und d_1 Senk-

rechte zu xy gezogen, auf die zwei äußersten hiervon von xy aus nach abwärts dieselbe Strecke (zirka 1^{cm}) aufgetragen und die Endpunkte durch eine Gerade verbunden.

So ergeben sich die Punkte m in den vorher gezogenen Senkrechten.

Nun zieht man in der Fig. 143*a* durch b' und c' Parallele zu d_1 d_2, trägt auf dieselben von b' und c' aus nach links die vorhin erwähnte Strecke von zirka 1^{cm}, jedoch mit unverändert gebliebener Zirkelöffnung auf und erhält so die Punkte m in der Fig. 143*a*. — Hierauf faßt man die auf der Verlängerung von d_1 d_2 in dieser Figur liegende Strecke md in den Zirkel und trägt sie in der Fig. 143*b* auf die letzte Senkrechte von m aus nach oben auf. So erhält man d in der Fig. 143*b*, welcher Punkt mit a geradlinig verbunden wird.

Will man nun z. B. b' korrigieren, so faßt man in der Fig. 143*b* mb in den Zirkel und trägt diese Strecke in der Fig. 143*a* auf die Parallele durch b' von m aus nach rechts auf. Das Ende ist b usw.

Ist der Schlußfehler $d_1 d_2$ größer, als es Erfahrung oder Kalkül lehren, so ist jedenfalls grob gefehlt worden. Wurde in jeder Station die Rückkontrolle durchgeführt, so kann der grobe Fehler (oder auch mehrere) nur im Auftragen oder Messen der Längen gemacht worden sein. Ob das erstere der Fall ist, wird sich sofort zeigen, wenn man die Auftragungen flüchtig kontrolliert, was ja stets zu geschehen hat, das heißt auch dann, wenn $d_1 d_2$ von vornherein als zulässig betrachtet werden kann.

Erweisen sich die Auftragungen als richtig, so ist zweifellos (trotz der Kontrollen) beim Messen der Längen gefehlt worden. Es wäre nun eine Übereilung, sofort zur Neumessung des ganzen Umfanges zu schreiten. Hat man nämlich nur in einer Seite gefehlt, so wird der Schlußfehler, wie eine sehr einfache Erwägung lehrt, parallel zu dieser Seite sein (oder wenigstens nahezu parallel, weil ja auch die unvermeidlichen Fehler eine Rolle spielen). Man wird daher zunächst jene Seite neu messen, welche die Richtung des Schlußfehlers hat. Erst dann, wenn sich diese Seite fehlerlos zeigt oder wenn der in ihr etwa konstatierte Fehler das Polygon noch immer nicht zum Schlusse bringt, muß der ganze Umfang neu vermessen werden, denn — dann ist der Schlußfehler eine Kombination von mehreren Längenmeßfehlern.

Über das Verhalten nach der Konstatierung von Längenfehlern etwas zu bemerken, erscheint als überflüssig. Jeder Zeichner wird sich ohne Instruktion zu helfen wissen.

Der noch übrigbleibende Fehlerbetrag, der seinen Grund nun zweifellos in unvermeidlichen Fehlern hat, wird in bekannter Weise verteilt.

3. Aufgabe. Polygonisierung zwischen zwei Triangulierungspunkten.[1])

Gegeben die den Triangulierungspunkten (Standpunkten) *A* und *B* (Fig. 144, Taf. 13) entsprechenden Punkte *a* und *b* am Meßtische. Zwischen dieselben ist der dem Polygonzuge *A*, *I*, *II*, *III*, *IV*, *B* am Felde entsprechende Zug *a*, 1, 2, 3, 4, *b* einzufügen.

Der Vorgang ist nach durchgeführter Messung der Strecken *A I*, *I II* usw. genau derselbe, wie vorhin bei der Durchführung der Aufgabe 2.

Die Orientierung bei der meßgerechten Aufstellung in *A* erfolgt nach *B* oder nach einem dritten Triangulierungspunkte *C*, falls derselbe vom Punkte *A* aus sichtbar und der ihm entsprechende Tischpunkt *c* am Meßtische ist.

Die Orientierung in *B* erfolgt nach *A* eventuell nach *C*.

Bemerkung zu den Aufgaben 2 und 3.

Obwohl das Terrain, in welchem Polygonisierungen durchgeführt werden, in der Regel keine Übersicht gestattet, so kommt es doch vor, daß man von einem Punkte *M* des aufzunehmenden Zuges (Fig. 145, Taf. 13) nicht nur nach dem nächsten Punkte *N*, sondern auch nach einem dritten eventuell vierten Punkte, z. B. *O* und *P* visieren kann.

In diesem Falle lassen sich die Aufstellungen in *N* und *O* ersparen. Man visiert nämlich von dem vertikal über *M* befindlichen Meßtischpunkte *m* nach *N*, *O* und *P*, zieht die diesen Visuren entsprecheneen Rayons, bestimmt *n*, faßt hierauf die verjüngte Strecke *NO* in den Zirkel, setzt in *n* ein und pikiert den von *m* gegen *O* gezogenen Rayon; dann setzt man mit der verjüngten Strecke *OP* im Zirkel in *o* ein und pikiert den Rayon von *m* gegen *P*.

[1]) Ist z. B. bei Waldaufnahmen notwendig, um für ganz untergeordnete Züge (Wege, Bestandesgrenzen) geeignete Stütz- oder Verknotungspunkte zu schaffen.

Die Randmarken für die Strecken *mn* und *mo* sind in diesem Falle überflüssig, dagegen jene von *mp* für die meßgerechte Aufstellung in *P* zu ziehen.

4. Aufgabe. Polygonisierung mit Hilfe der Orientierungsbussole.

Beispiel: Um einen abgeschlossenen Waldkomplex aufzunehmen, wurde um denselben ein Polygon (Grundfigur, Netz) gelegt, dessen Eckpunkte mit den großen Buchstaben des Alphabetes bezeichnet sind. Nahe am Punkte *A* (Fig. 146, Taf. 13) geht in den Wald ein Weg, in dessen Nähe ein Polygonzug gelegt werden muß, um daran die markanteren Wegpunkte anheften zu können. Dieser Polygonzug ist mit Hilfe der Orientierungsbussole zu bestimmen.

Der charakteristische Unterschied dieser Polygonisierung gegenüber der vorhin in der Aufgabe 2 besprochenen besteht darin, daß man sich nicht mehr in jedem Punkte des Zuges aufstellt, sondern in jedem zweiten und daß endlich die Auspflockung des Zuges, also die Feststellung seiner Eckpunkte erst während der Aufnahme erfolgt.

Für die Erklärung des Vorganges soll angenommen werden, daß das Polygon *ABC*... bereits aufgenommen ist, daß sich also das Polygon *abc*... bereits am Meßtische befindet.

Der Vorgang selbst gestaltet sich nun wie folgt: Zunächst wird der Meßtisch in *A* meßgerecht aufgestellt, das heißt *a* vertikal über *A* gestellt (das Zeichen hierfür ist von nun ab stets $\frac{a}{A}$) und *ab* in die Richtung von *AB* gebracht (erste Stellung in der Fig. 147 auf Taf. 13).[1] Nun legt man die Orientierungsbussole auf den Tisch, öffnet die Arretiervorrichtung, schiebt die Kippregelziehkante an eine zu *NS* parallele Kante der quadratischen Bussolenplatte an und richtet — die Kippregel mit freier Hand drehend — die Bussole derart, daß die Nordspitze genau 360°, die Südspitze gegen 180° zeigt. Hierauf zieht man nach der Ziehkante eine Gerade mit Randmarken und bezeichnet die letzteren mit *NS*. Die gezogene Gerade heißt die magnetische Richtlinie. Sie ist es, welche der ganzen Aufnahmsmethode den eigenartigen Charakter verleiht.

[1]) Man orientiert immer nach der längeren der zwei in *A* zusammenstoßenden Linien, hier also nach *AB*.

Nach der Bestimmung von *NS* wird von *a* aus nach dem ersten Wegpunkte *I* visiert und der Rayon gezogen — jedoch ohne Randmarken.

Damit ist die erste Aufstellung abgetan.

Nun sucht man den Aufstellungsort (Standort) *II*. Derselbe muß derart angenommen werden, daß die Strecke *I II* nahe am Wege liegt und das Visieren wie Messen zuläßt (die Strecke *I II* muß „visier- und meßfrei" sein). Im Standorte *II* wird jetzt der Meßtisch orientiert aufgestellt. Man stellt ihn ohne Rücksicht auf irgendeinen Bodenpunkt horizontal, legt die Kippregelziehkante genau an die Randmarken von *NS*, schiebt die Bussole mit der vorhin benutzten Kante der Bussolenplatte an die Ziehkante an und dreht den Tisch so lange (grob und fein), bis die Nordspitze der Nadel genau 360° zeigt. Jetzt sind alle Linien des Tisches parallel zu den gleichbezeichneten Linien des Feldes — der Tisch ist orientiert (zweite Stellung in der Fig. 147).

Während der Aufstellung des Tisches im Standorte *II* ist die Strecke *AI* gemessen worden und wird nun auf den vorhin von *a* gegen *I* gezogenen Rayon verjüngt aufgetragen. So ergibt sich der dem Feldpunkte (Bindepunkte) *I* entsprechende Tischpunkt 1. — Nun legt der Geometer die Lotgabel an 1 und bezeichnet jenen Bodenpunkt, über welchem die Senkelspitze spielt, mit dem Pflocke *II*. Hierauf legt er die Kippregel an 1, visiert nach *I* und zieht einen Rayon gegen sich. Derselbe muß mit *a*,1 denselben Winkel einschließen wie die Strecke *III* mit *AI*.

Der Winkel *II*, *I*, *A* ist demnach aufgenommen. Um nun den dem Punkte *II* am Boden entsprechenden Punkt 2 am Tische zu erhalten, wird *I II* gemessen und auf den gezogenen Rayon von 1 aus verjüngt aufgetragen. — Das Ende der aufgetragenen Strecke ist 2.

2 liegt nun nicht genau vertikal über *II* — der Meßtisch ist nicht genau zentriert. Man könnte ihn eventuell durch Parallelverschiebung bei steter Beobachtung der Bussole scharf zentrieren, was jedoch ganz überflüssig ist, nachdem der Fehler stets nur einige Zentimeter beträgt und der in Rede stehenden Aufnahmsmethode wegen der Unstetigkeit des Nadelstandes überhaupt nur ein minderer Wert zukommt. Von 2 wird nun nach dem nächsten Punkte

(Bindepunkt) *III* visiert und rayoniert, womit die Station *II* abgetan erscheint.

Doch darf man diese Station nicht verlassen, ohne sich vorher überzeugt zu haben, daß der Tisch während der beschriebenen Manipulationen nicht verschwenkt wurde. Dies geschieht, indem man die Bussole wenigstens flüchtig an den Rayon *NS* anlegt und den Stand der Nadel prüft.

Für die in Rede stehende Methode ist dies die Rückkontrolle.

Bei einer gewöhnlichen Polygonisierung hängen die Richtungen der Seiten voneinander ab, bei der eben beschriebenen Methode aber nicht. Hier sind die Richtungen der einzelnen Seiten am Tische hauptsächlich von der Qualität der Tischorientierungen abhängig. Da nun diese wegen der Unsicherheit des Nadelstandes stets gering ist, so empfiehlt es sich mit kurzen Seiten vorzugehen. Die seitlichen Verschiebungen der Polygonpunkte sind dann trotz mangelhafter Orientierungen sehr klein oder überhaupt nicht sichtbar.

5. Aufgabe. Das Polygon *ABCDEFG* (Fig. 148, Taf. 14) in übersichtlichem Terrain ist nach der Polarmethode oder durch „Rayonieren und Messen" zu bestimmen.

Vorgang: Man stellt den Meßtisch im Innern des Polygons horizontal und derart auf, daß man von demselben nach allen Polygonpunkten visieren und messen kann, nimmt dann auf der Tischplatte einen Punkt *p* an, visiert von demselben nach allen Polygonpunkten und zieht die entsprechenden Rayons. Nun wird *p* herabgelotet, die Distanzen aller Polygonecken von *P* gemessen und diese Distanzen in verjüngtem Maße auf die entsprechenden Rayons am Meßtische aufgetragen.

Die Enden der aufgetragenen Strecken sind die Meßtischpunkte *a*, *b*, *c*, *d*, *e*, *f* und *g*.

Die angegebene Methode ist insbesondere dann zu empfehlen, wenn sich die Distanzen *AP*, *BP* usw. optisch bestimmen lassen, was natürlich eine zur optischen Distanzmessung eingerichtete Kippregel voraussetzt.

6. Aufgabe. Das Polygon *ABCDEFGH* in übersichtlichem Terrain (Fig. 149, Taf. 14) ist nach der Standlinien-

methode („Rayon und Schnitt," „Vorwärtsabschneiden") zu bestimmen.

Vorgang: Man nimmt eine beliebige Gerade RS (die Standlinie") so an, daß sie sich leicht messen läßt und daß sich alle Punkte von R und S anvisieren lassen.

Hierauf wird RS gemessen und auf eine entsprechend angenommene Gerade der Tischplatte in verjüngtem Maße aufgetragen.

Nun stellt man den Meßtisch in R meßgerecht auf (r über R und rs in der Richtung RS), visiert nach allen Polygonpunkten und zieht die entsprechenden Rayons. — Randmarken sind überflüssig, dagegen müssen die einzelnen Rayons mit Buchstaben bezeichnet werden.

Nach erfolgter Rückkontrolle und Bestimmung der Koordinaten des Tischmittelpunktes für die Station S wird der Tisch in S meßgerecht aufgestellt (s über S und sr in der Richtung von SR) und hierauf von s nach allen Punkten des Polygons visiert und rayoniert. Der Schnittpunkt von je zwei nach demselben Polygonpunkte gezogenen Rayons entspricht diesem Punkte. So geben die beiden Strahlen, welche mit a bezeichnet sind, den Punkt a; jene, welche die Marken b tragen, den Punkt b usw. Ein Beweis hierfür erscheint wohl überflüssig.

Bemerkungen.

1. Der Vorteil der angegebenen Methode ist auffallend. Man hat nämlich eine einzige Strecke wirklich zu messen, um die gegenseitige Lage einer oft sehr großen Zahl von Punkten zu bestimmen.

2. Es ist selbstverständlich, daß man nur scharfe Schnitte benutzen kann. Schneiden sich daher die zwei gleich markierten Strahlen unter einem zu spitzen Winkel (kleiner als 30°), so wird der betreffende Punkt entweder durch Rayon und Maß bestimmt oder an die Verbindungsgerade von zwei benachbarten, besser bestimmten Punkten mit Hilfe rechtwinkliger Koordinaten gebunden. Derlei besondere Bestimmungen sind natürlich unbequem. Sie können durch eine zweckmäßige Wahl der Standlinie oft genug vermieden werden. Auf die Wahl dieser Linie ist daher stets ein besonderes Gewicht zu legen.

7. **Aufgabe.** Das Pothenotsche Problem oder „Rückwärtseinschneiden“.

Wesen: Gegeben die Feldpunkte *A*, *B*, *C* und die diesen Punkten entsprechenden Tischpunkte *a*, *b* und *c* (Fig. 150, Taf. 14). Der Meßtisch ist an irgendeiner Stelle des Vermessungsgebietes zu orientieren, das heißt so aufzustellen, daß das Dreieck *abc* dieselbe Lage hat wie *ABC* und daß die Seiten des Dreieckes *abc* parallel sind zu den gleichbezeichneten Seiten des Dreieckes *ABC*, *ab* also parallel zu *AB*, *ac* parallel zu *AC* usw.

Ist der Meßtisch orientiert, so zeigt sich dies sofort darin, daß sich die Rayons *aA*, *bB* und *cC* in einem einzigen Punkte *d* schneiden. Senkelt man diesen Punkt auf den Boden herab, so ergibt sich ein Feldpunkt, dessen Beziehung zu *A*, *B* und *C* genau dieselbe ist, wie die des Punktes *d* am Tische zu den Punkten *a*, *b* und *c*. Man kann nämlich, wenn der erwähnte Feldpunkt mit *D* bezeichnet wird, folgende Relation schreiben: $ad:bd:cd = AD:BD:CD$, oder — die Entfernungen des Punktes *d* von *a*, *b* und *c* sind dieselben wie die des Punktes *D* von *A*, *B* und *C*, doch erscheinen sie im verjüngten Maßstabe. *d* und *D* sind also zwei einander entsprechende Punkte und sie liegen vertikal übereinander. Ist also das Kennzeichen für die Orientierung da, so ist der Meßtisch auch schon zentriert. Die Begründung liegt in der Fig. 22. Man braucht nur *ABC* als die Basis einer Pyramide, *D* als die horizontale Projektion ihrer Spitze und *abc* als die horizontale Projektion des Schnittes der Pyramide mit einer horizontalen Ebene zu betrachten, um das Gesagte einzusehen.

Den Punkt *d* nennt man „Standpunkt“, weil er demjenigen Bodenpunkt entspricht, bei welchem man steht.

Die Durchführung der Orientierung erfolgt in zweifacher Weise, und zwar:

α) indirekt und

β) direkt.

Ad α) Orientiert man den Meßtisch nach Augenmaß, so werden — besondere Zufälle ausgenommen — die Rayons *aA*, *bB* und *cC* nicht einen Punkt, sondern ein kleines Dreieck geben. Man nennt ein solches Dreieck ein Fehlerdreieck.

Die Größe des Fehlerdreieckes wird offenbar von der Größe der Verschwenkung des Tisches abhängen. Ist diese Ver-

schwenkung (Abweichung von der orientierten Lage) klein, so wird auch das Fehlerdreieck klein sein, ist sie groß, so wird sich auch ein großes Fehlerdreieck zeigen.

Zu bemerken ist ferner, daß das Fehlerdreieck mit Rücksicht auf den Rayon cC oder — was dasselbe ist — mit Rücksicht auf die Mittelvisur verschieden liegt je nachdem der Meßtisch von der richtigen Lage rechts oder links abweicht.

Wenn man den Meßtisch aus der richtigen Lage langsam nach rechts und dann nach links verschwenken und die diesen Verschwenkungen entsprechenden Fehlerdreiecke zeichnen würde, so bekäme man ungefähr folgendes Bild. (Siehe Fig. 151 auf Taf. 14.)

Aus zwei entgegengesetzt liegenden und entsprechend großen (an der Basis, das heißt an der Mittelvisur zirka 2—4^{cm} messenden) Fehlerdreiecken läßt sich nach der Methode von Netto[1]) in einfacher Weise ein Punkt bestimmen, welcher der richtigen Mittelvisur angehört und daher sofort zur richtigen Orientierung führt. Die konstruktive Bestimmung des mit x bezeichneten Punktes ist aus der Fig. 152 auf Taf. 14 zu ersehen.

Die mit (1) bezeichneten Rayons geben das „erste" Fehlerdreieck. Dasselbe zeigt seine Spitze α mit Rücksicht auf die Mittelvisur cC nach links, das „zweite" Fehlerdreieck dagegen seine Spitze α' nach rechts. x muß nun in der Verbindungsgeraden $\alpha\alpha'$ derart bestimmt werden, daß folgende Relation stattfindet: $\beta x : x\beta' = \alpha\beta : \beta'\alpha'$.

Man zieht zu diesem Behufe durch β' eine Parallele zur Basis des ersten Fehlerdreieckes und trägt darauf nach unten $\beta' m = \beta'\alpha'$ auf. Dann wird βn gleich gemacht der Strecke $\beta\alpha$ und nun n mit m geradlinig verbunden. Der Schnittpunkt der Geraden nm mit $\alpha\alpha'$ ist x. Man sieht, daß x dem ersten Fehlerdreiecke näher liegt wie dem zweiten, was auch der Natur der Sache entspricht. Die richtige Mittelvisur wird nämlich zweifellos dem einer geringeren Meßtischverschwenkung entsprechenden Fehlerdreiecke näher liegen.

Wenn sich die Geraden nm und $\alpha\alpha'$ unter einem zu spitzen Winkel schneiden, so werden die Strecken $\beta\alpha$ und $\beta'\alpha'$ auf die

---

[1]) Siehe die Arbeit Jos. Höltschls über das Pothenotsche Problem.

vorhin benutzten Parallelen zweimal oder auch dreimal usw. aufgetragen.

Nach erfolgter Bestimmung von x wird die Kippregel an x und c angelegt und der Meßtisch so lange gedreht, bis die Visur durch C geht. Jetzt ist derselbe orientiert, was sich sofort zeigt, wenn man die Rayons aA und bB zieht, die sich nun in einem Punkte des Rayons cx schneiden werden, das ist im Punkte d.

Bemerkungen.

1. Die korrekte Durchführung des Pothenotschen Problems fordert, daß man sich an die Punktgruppe A, B und C nicht allzu nahe stellt, sich aber auch nicht zu weit von ihr entfernt.

Zu kleine Entfernungen entsprechen nicht gut der Theorie für die Bestimmung von x, zu große führen zu schlechten Schnitten der Rayons aA, bB und cC.

2. Wenn man sich in das Dreieck A, B und C hineinstellt und den Meßtisch nach zwei entgegengesetzten Seiten der orientierten Lage verschwenkt, so erhält man Fehlerdreiecke, die sich übergreifen.

Die Bestimmung des Punktes x aus zweien davon erfolgt genau so wie früher.

Das Übergreifen darf also nicht beirren.

Als Mittelvisur kann man irgendeine Visur betrachten, jedoch stets dieselbe.

3. Um rasch zwei geeignete, das heißt entgegengesetzt liegende und entsprechend große, für die Konstruktion von x bequeme Fehlerdreiecke zu erhalten, empfiehlt der Verfasser die Benutzung der Orientierungsbussole.

Er legt dieselbe an die magnetische Richtlinie an und stellt den Meßtisch mit ihrer Hilfe absichtlich um einige (3—4) Grade falsch, und zwar einmal gegen Osten und ein zweites Mal gegen Westen verschwenkt. Die diesen zwei Meßtischstellungen entsprechenden Fehlerdreiecke sind stets entgegengesetzt gelegen und nahezu gleich groß.[1])

[1]) Was die Bestimmung der magnetischen Richtlinie anbelangt, so erfolgt dieselbe am besten, indem man sich zu Beginn der Operationen innerhalb eines Systems von Triangulierungspunkten in einem dieser Punkte meßgerecht aufstellt und dann die magnetische Richtlinie in der seinerzeit (Aufgabe 4) beschriebenen Weise zeichnet.

4. Gewöhnlich sind bei ausgedehnteren Meßtischaufnahmen mehr als drei Punkte am Tische gegeben, z. B. außer *a*, *b* und *c* noch *e*, *f* usw. Hat man nun mit Hilfe von *a*, *b* und *c* den Punkt *d* bestimmt, also den Tisch orientiert und zentriert und zieht man die Rayons *eE*, *fF*, so müssen diese auch durch *d* gehen. In dieser Tatsache liegt ein wichtiges Mittel, die Bestimmung von *d* zu kontrollieren.

Der Beweis läßt sich wieder mit der seinerzeit erwähnten Pyramide erbringen, nur hat deren Basis jetzt mehr Ecken wie früher.

5. Stellt man sich mit dem Meßtische in die Peripherie des durch *A*, *B* und *C* denkbaren Kreises, so werden die Rayons *aA*, *bB* und *cC* stets durch einen und denselben Punkt gehen, mag man orientiert sein oder nicht. Der Beweis hierfür läßt sich auf Grund der Fig. 153, Taf. 14, leicht erbringen.

Man zeichnet zunächst das Tischdreieck *abc* in orientierter Stellung und derart, daß *d* in der Peripherie des durch *A*, *B* und *C* gehenden Kreises liegt. Hierauf zieht man durch *a*, *b* und *c* einen Kreis. Derselbe muß, weil das Trapezoid *adbc* geometrisch ähnlich ist dem Trapezoide *ADBC*, durch *d* gehen.

Nun nimmt man in der Peripherie des kleinen Kreises irgendeinen Punkt, z. B. *d'* an und verbindet ihn mit den Punkten *a*, *b* und *c* (punktiert).

Die Verbindungsgeraden *d' a* und *d' b* schließen nun offenbar mit *d' c* dieselben Winkel ein wie *d a* und *d b* mit *d c*, nämlich *m* respektive *n* (Peripheriewinkel auf denselben Bögen). Legt man jetzt *d'* auf *d* und *d'c* auf die Gerade *dc*, so kommen *d'a* und *d'b* auf *da* respektive *db* zu liegen, während *ac*, *bc* und *ab* vollständig verschwenkt sind, das heißt trotz verschwenkter Stellung von *abc* kommen alle Rayons in *d'* (identisch mit *d*) zusammen.

Der Tisch ist also nicht orientiert und das Kennzeichen der Orientierung dennoch vorhanden.

Eine solche „Scheinorientierung“ muß unter allen Umständen unmöglich gemacht werden. Verwendet man die Orientierungsbussole, so wird sie sofort erkannt.

Bei einer Scheinorientierung wird übrigens auch das unter 4 angeführte Merkmal einer richtigen Orientierung nicht zutreffen, das heißt die Rayons *eE*, *fF* usw. werden im Falle einer Schein-

orientierung durch den Schnittpunkt der Rayons aA, bB und cC nicht gehen.

Schließlich wäre noch zu erwähnen, daß schon dann, wenn man mit dem Tische nahe an der Peripherie des durch A, B und C gehenden Kreises steht, die Orientierung mit Hilfe der Fehlerdreiecke schlecht ausführbar ist, weil diese Dreiecke trotz starker Verschwenkung zu klein ausfallen. Man nennt solche Positionen unempfindlich.

Ist die Unmöglichkeit erkannt, sich mit Hilfe von A, B und C zu orientieren, so wählt man — wenn möglich — eine andere Punktgruppe zur Durchführung des Pothenotschen Problems oder man verändert die Station.

Ad β. Für die direkte Lösung des Pothenotschen Problems gibt es gleichfalls verschiedene Methoden, von denen hier bloß die von Bohnenberger und Bessel angegebene als eine der zweckmäßigsten besprochen werden soll.

Denkt man sich den Meßtisch orientiert und zentriert, auf demselben durch die Punkte a, b und d einen Kreis gezogen (Fig. 154, Taf. 14), diesen Kreis vom Rayon cd in x geschnitten und x mit a und b geradlinig verbunden, so findet man sofort, daß die zwei mit m und die zwei mit n bezeichneten Winkel gleich sein müssen (Peripheriewinkel auf denselben Bögen).

Wenn der Winkel $adc = m$ als „Gesichtswinkel links", der Winkel $cdb = n$ als „Gesichtswinkel rechts" bezeichnet wird, so kann man also sagen: Wenn man den „Gesichtswinkel links" auf die rechte Seite der Geraden ab (Basis) zeichnet, den „Gesichtswinkel rechts" dagegen auf die linke Seite der Basis aufträgt, so schneiden sich die zweiten Schenkel beider Winkel in einem Punkte x („Hilfspunkt"), dessen Verbindungsgerade mit c die richtige Mittelvisur ist.

Um den Winkel m auf die rechte Seite der Basis zu zeichnen, wird die Kippregel mit dem Okular über b an ab angelegt, der Tisch hierauf so lange gedreht, bis die Visur durch A geht, dann von b nach C visiert und rayoniert.[1])

[1]) Die Bestimmung von m auf diese Art ist nicht mathematisch scharf, mit Rücksicht auf die großen Distanzen des Tisches von den Signalen jedoch gut genug.

In analoger Weise benimmt man sich, um den Winkel n auf die linke Seite der Basis zu zeichnen.

Ist der Hilfspunkt x bestimmt, so legt man die Kippregel an cx an, dreht den Tisch, bis die Visur durch C geht, und zieht die Rayons aA und bB, welche sich nun in einem Punkte der Geraden cx schneiden müssen.

Die angegebene Methode ist gegenüber der indirekten zweifellos sehr vorteilhaft. Leider führt sie jedoch nicht immer zum Ziele. Oft genug ist nämlich die Strecke xc zu kurz, die Orientierung nach ihr somit zu unsicher, oder es fällt x nicht mehr auf die Tischplatte. Der Durchführung der direkten Methode soll daher stets eine reifliche Erwägung vorangehen.

8. Aufgabe. Der „seitliche Schnitt" oder das „Seitwärtsabschneiden".

Der Meßtisch ist in der Station I (Fig. 155a, Taf. 15) durch Rückwärtseinschneiden orientiert und zentriert worden. Man hat die Station zur Detailbestimmung benutzt und beabsichtigt nun, sich in der Nähe des Punktes X meßgerecht aufzustellen.

Von diesem Orte sieht man aber bloß eines der vorhin benutzten Signale, z. B. B (eventuell auch ein anderes, noch gar nicht verwendetes Signal, welches sich aber auch auf dem Meßtische vorfindet) und die Station I.

Dennoch soll der Meßtisch orientiert und zentriert werden, ohne irgendeine Längenmessung auszuführen.

Dieser Forderung läßt sich in folgender Weise entsprechen: Zunächst wird X mit einem Absteckstabe bezeichnet, von d der Station I aus nach X visiert und Rayon samt Randmarken gezogen. Hierauf senkelt man d auf den Boden hinab, bezeichnet den erhaltenen Punkt D mit einem Markierstift und bestimmt die Koordinaten des Tischmittelpunktes m mit Rücksicht auf den Punkt d und auf den vorhin gezogenen Rayon von d gegen X mit dem Ordinatenwinkel. Nun wird die Tischplatte samt dem Zwischengelege abgehoben, das Stativ auf die Seite gestellt, der Punkt D mit einem Absteckstabe bezeichnet und die Station I samt der ganzen Ausrüstung verlassen.

In der Station II (Fig. 155b, Taf. 15) ist der Tisch derart zu stellen, daß d vertikal über X liegt und der Rayon von d

nach X in die Richtung der Feldgeraden XD fällt. Damit ist der Tisch orientiert und infolgedessen ist db parallel zu DB. Jetzt legt man an b an, visiert nach B und schneidet mit dem dieser Visur entsprechenden Rayon den Rayon von d nach X durch. Der Schnittpunkt y entspricht offenbar dem unter ihm liegenden Bodenpunkte Y. (Siehe Ähnlichkeit der Dreiecke dby und DBY.)

Der seitliche Schnitt ist — wie aus dem Gesagten hervorgeht — im Prinzipe eigentlich eine höchst einfache Aufgabe, und wenn es möglich ist, den Meßtisch in der Station II sowohl durch Rückwärtseinschneiden als auch durch Seitwärtsabschneiden meßgerecht aufzustellen, wird man sich mit Recht für das Seitwärtsabschneiden entscheiden. Freilich ist dann der Punkt y von d abhängig, enthält also die Mängel der Bestimmung von d, während er als Resultat der Pothenotschen Aufgabe nur von den Punkten A, B und C abhängt.

Bei Detailaufnahmen, welche — wie bald ausführlicher besprochen werden wird — eine größere Anzahl von Orientierungen und Zentrierungen des Meßtisches aus Triangulierungspunkten voraussetzen, ist es zweckmäßig, in der Methode die Stationen zu bestimmen, abzuwechseln, die ungeraden Stationen also z. B. nach der Pothenotschen Methode, die geraden hingegen durch Seitwärtsabschneiden festzustellen.

9. Aufgabe. Innerhalb eines Systems von Triangulierungspunkten, welche trigonometrisch bestimmt und hierauf auf die Tischplatte aufgetragen worden sind, ist das Detail mit dem Meßtische festzulegen. Das Terrain ist übersichtlich.

Das Prinzip, diese Aufgabe zu lösen, besteht darin, sich an verschiedenen Stellen des Vermessungsgebietes mit Hilfe der Triangulierungspunkte zu orientieren und zu zentrieren und von den auf diese Art bestimmten Standpunkten die Detailpunkte durch „Rayon und Maß“ oder durch „Rayon und Schnitt“ zu bestimmen.

Um sich mit dem angedeuteten Prinzipe vollkommen vertraut zu machen, ist es zweckmäßig, die Figuren 156a und 156b auf Taf. 15 näher ins Auge zu fassen. A, B und C sind drei Triangulierungspunkte I, II, ... VI eine Reihe von Parzellenecken, also Detailpunkte. Um diese festzulegen, wurde der Tisch in der Nähe

der Detailpunkte orientiert und zentriert (Fig. 156*a*). Zieht man nun von dem hierdurch gewonnenen Tischpunkte *d* Rayons nach *I*, *II* usw., so erhält man am Tische ein Strahlenbüschel („Tischbüschel“). Zieht man ferner (wenigstens in der Idee) von dem vertikal unter *d* liegenden Bodenpunkte *D* nach den Punkten *I*, *II*, *III* usw. gerade Linien, so geben dieselben gleichfalls ein Strahlenbüschel („Bodenbüschel“). Tisch- und Bodenbüschel sind offenbar vollkommen gleich. Endlich ist es mit Rücksicht auf die Orientierung des Tisches klar, daß die Strahlen des Tischbüschels mit Rücksicht auf das Punktsystem *acbd* ganz dieselbe Lage haben wie die Strahlen des Bodenbüschels mit Rücksicht auf das Punktsystem *ACBD*. Die Figur *acbd* und das Tischbüschel repräsentieren somit das verjüngte Bild von der Figur *ACBD* und dem Bodenbüschel. Trägt man daher auf die Strahlen des Tischbüschels die entsprechenden Feldstrecken in verjüngtem Maße auf, so erhält man die den Feldpunkten *I*, *II*, *III* usw. entsprechenden Tischpunkte 1, 2, 3 usw.

In ganz ähnlicher Weise läßt sich die Bestimmung der Punkte 1, 2, 3 usf. durch „Rayon und Schnitt“ auf Grund der Fig. 156*b* erläutern. Nur kommen dabei je zwei Strahlenbüschel am Tische und am Felde in Betracht. Die Scheitelpunkte der Tischbüschel sind *d* und *d'*, jene der Bodenbüschel *D* und *D'*.

Die Gerade *DD'* repräsentiert die Standlinie, welche jedoch nicht gemessen, sondern eben durch Meßtischoperationen bestimmt wurde.

Der Vorteil der letzteren Methode ist wohl von vornherein klar. Große, stark parzellierte Komplexe lassen sich unter Umständen auf diese Art festlegen, ohne mehr an Längen messen zu müssen, als die Basis jenes Dreiecksystems, mit Hilfe dessen die Orientierungen und Zentrierungen ausgeführt werden.

Die zweckmäßige Verbindung des Pothenotschen Problems und des seitlichen Schnittes mit dem „Rayonieren und Schneiden“ kann man mit vollem Rechte als die schönste Kombination geodätischer Operationen betrachten.

Bemerkungen.

1. Bei Aufnahmen von Detailpunkten innerhalb eines Systems von Triangulierungspunkten kommt es dem Gesagten zufolge in erster Linie auf eine gute Wahl der Standpunkte an. Diese

dürfen nicht zu weit vom aufzunehmenden Detail angenommen werden, müssen gut verteilt sein, entsprechende Übersicht gestatten und bei Anwendung von „Rayon und Schnitt" zur Detailaufnahme scharfe Schnitte ermöglichen. Die Bestimmung der Standpunkte durch „Rückwärtseinschneiden" und „Seitwärtsabschneiden" wurde unter 7 und 8 eingehend besprochen. Sehr oft werden die Standpunkte durch „Rayon und Schnitt" bestimmt, einzelne wohl auch durch „Rayon und Maß". Die letzten zwei Methoden sind entschieden sicherer, aber auch mit mancherlei Unbequemlichkeiten verbunden.[1]) Man reduziert dieselben, wenn man die festzulegenden Standpunkte nicht einzeln und sukzessive bestimmt, das heißt entsprechend der fortschreitenden Detailarbeit, sondern in ganzen Gruppen. Natürlich müssen sie dann auch gruppenweise angenommen und signalisiert werden.

Hat man sich entschlossen, einen oder mehrere Standpunkte aus zwei Triangulierungspunkten, z. B. durch „Rayon und Schnitt", zu bestimmen, und scheint die Verbindungsgerade der zwei Triangulierungspunkte für eine scharfe Orientierung des Tisches in diesen Punkten zu kurz, so muß man für diese Gerade Randmarken bestimmen. Es sind darunter die Schnittpunkte der gedachten Geraden mit den Rändern des Sektionsrechteckes zu verstehen.[2])

Sind die Koordinaten von zwei Triangulierungspunkten bekannt, so ist es nicht schwer, die Randmarken der Verbindungsgeraden dieser Punkte zu bestimmen.

Man hat bloß die Proportionalität der Seiten geometrisch ähnlicher, rechtwinkliger Dreiecke zu benutzen. Wären z. B. die Randmarken der Geraden ab (Fig. 157, Taf. 15) zu bestimmen, so wird man, wenn x_a und x_b die Abszissen, y_a und y_b die Ordinaten von a respektive b mit Rücksicht auf den Punkt o sind, schreiben können:

$$x_b - x_a : y_b - y_a = \alpha\beta : y_a$$

[1]) Zu den erwähnten Unbequemlichkeiten zählen hauptsächlich das Herausheben der Signale, vieles Herumgehen eventuell die Notwendigkeit, Längenmessungen auszuführen.

[2]) Das „Sektionsrechteck" ist bekanntlich die Umrahmung einer „Aufnahmssektion" und hat die Dimensionen: Länge = 1600 m, Höhe = 1250 m, enthält also 200 ha. Bezüglich seiner zweckmäßigen und präzisen Konstruktion verweist der Verfasser auf die Druckschrift: „Grundzüge der niederen Geodäsie. III. Kartierung" von T. Tapla, 1906, Wien, F. Deuticke.

$$\text{folglich ist } \alpha\beta = \frac{x_b - x_a}{y_b - y_a} \cdot y_a$$

$$\text{und } o\alpha = x_a - \alpha\beta.$$

Ebenso kann man schreiben:

$$x_b - x_a : y_b - y_a = b\delta : \delta\gamma = (1250 - x_b) : \delta\gamma,$$

$$\text{folglich ist } \delta\gamma = \frac{y_b - y_a}{x_b - x_a} \cdot (1250 - x_b)$$

$$\text{und } r\gamma = y_b + \delta\gamma.$$

2. Bei der Aufnahme von Parzellen, deren Grenzen (Furchen) leicht gekrümmt sind und beiläufig parallel laufen, kann man sich mit Vorteil der Transversalen- oder Traversenmethode bedienen.

Das Wesen derselben ist aus der Fig. 158, Taf. 15, zu ersehen. Wenn man z. B. die den Feldpunkten *I*, *II*, *III* ... *I'*, *II'*, *III'* usw. entsprechenden Tischpunkte 1, 2, 3 .... 1', 2', 3' usw. durch Rayon und Schnitt aus den Standpunkten *d* und *d'* bestimmt hat, so kann man die in der Verbindungsgeraden *I*—*I'* liegenden Furchenpunkte I_1, I_2, I_3 sehr leicht dadurch bestimmen, daß man die Tischgerade 1—1' mit Rayons schneidet, die von *d'* nach I_1, I_2 usw. gezogen worden sind. Der signalisierende Arbeiter (Figurant) hat sich demnach in den Punkten I_1, I_2 usw. nur einmal aufzustellen. Allerdings muß er den Stab so halten, daß sich derselbe sowohl in der Furche als auch in der Geraden *I*—*I'* befindet, weshalb die Gerade *I*—*I'* am Felde verlängert werden muß.

3. Es erscheint kaum notwendig, zu bemerken, daß man bei Detailaufnahmen innerhalb eines Systems von Triangulierungspunkten mit „Rayon und Schnitt" und „Rayon und Maß" nicht immer auskommt, daß man vielmehr oft genug einzelne Punkte, wie ganze Punktgruppen auf die Verbindungsgeraden von Standpunkten oder gut bestimmten Detailpunkten mit Hilfe rechtwinkliger Koordinaten anbinden muß, daß unter Umständen auch einzelne Polygonisierungen durchgeführt werden müssen usw.

„Rayon und Maß" wird — wie dies in der Natur der Sache liegt — zur Massenarbeit, also zur Bestimmung einer größeren Anzahl von Detailpunkten, nur dann angewendet, wenn die Kippregel für die optische Distanzmessung eingerichtet ist.

4. Die rationelle Durchführung von „Rayon und Schnitt" und „Rayon und Maß" bei Detailaufnahmen fordert noch die sorgfältige Beobachtung folgender Umstände: Vor allem ist das aufzunehmende Gebiet zweckmäßig auszupflocken. Die Auspflockung soll derart erfolgen, daß der Figurant keine überflüssigen Gänge zu machen hat, wenn er nach den Pflocknummern vorwärts geht.

Während der Auspflockung ist eine gute Skizze herzustellen. Sie ist ein wichtiges Kontrollmittel und geradezu unentbehrlich, sobald es zum Ausziehen und zur weiteren Ausführung des Elaborates kommt.

Große Aufmerksamkeit ist den die Detailpunkte bestimmenden Rayons zuzuwenden. Man läßt dieselben nicht im Standpunkte beginnen, weil dieser sonst zu undeutlich wird und zieht sie nicht viel weiter, als es notwendig scheint. Außerdem müssen sie natürlich unzweideutig bezeichnet werden. Man zeichnet die Nummer des Rayons auf den Rayon selbst (also nicht außerhalb desselben) und setzt außerdem hinter dieselbe auf den Rayon einen Punkt. Die schneidenden Rayons bei „Rayon und Schnitt" zeichnet man nur in der unmittelbaren Nähe des Schnittpunktes. Dieser wird sofort pikiert, geringelt und numeriert.

Von nicht geringer Wichtigkeit ist die Art des Signalisierens. Man benutzt zum Bezeichnen der Detailpunkte während des Anvisierens gewöhnliche Absteckstäbe oder Figurierstangen, das ist 4—5^{m} lange, häufig aus zwei Teilen bestehende Absteckstäbe mit rotweißen Fähnchen. Die letzteren sind weit besser, weil sie vom Meßtische aus leichter aufgefunden werden können. — Zwischen dem Geometer und dem Figuranten ist irgendein Zeichensystem zu vereinbaren. Gewöhnlich wird der Figurant angewiesen, die Einheiten 1, 2, 3 und 4 durch ein-, respektive zwei-, drei- und viermaliges Vertikalstrecken eines Armes zu signalisieren, 5 Einheiten durch Strecken des Armes unter 45° gegen den Horizont anzugeben und die Zahl der Zehner durch ein oder mehrmaliges Horizontalstrecken des Armes anzuzeigen. Um den Figuranten vom Punkte n auf den Punkt $n + 1$ zu dirigieren, schwenkt der Gehilfe des Geometers auf dessen Aviso seine Figurierstange einmal, das heißt er bringt sie aus der vertikalen Stellung rasch in eine schiefe Lage. Soll der Figurant von n auf $n - 1$ zurückgehen, so wird ihm dies durch mehrmaliges rasches

Schwenken einer Figurierstange angezeigt. Sowohl der Gehilfe des Geometers als auch der Figurant sollen mit Feldstechern versehen sein. Hie und da werden auch akustische Zeichen verwendet, was jedoch weniger vorteilhaft ist.

5. Wenn ein Gebiet, welches mehrere Aufnahmssektionen umfaßt, aufgenommen, also in mehreren benachbarten Sektionen detailliert werden soll, dann ist es wichtig die Grenzen der Aufnahmssektionen oder die „Sektionslinien“ am Felde auszustecken.

Es geschieht dies in nachstehender Weise: Von einem in der Nähe der Sektionslinie bestimmten Punkte $\frac{m}{M}$ (Fig. 159, Taf. 16) wird nach dem außerhalb der Sektion aufgestellten Absteckstabe N visiert, ein Rayon mit Randmarken gezogen und der Schnitt des Rayons mit der Seite des Sektionsrechteckes, das ist s bestimmt. Nun mißt man die Strecke ms, überträgt sie auf die Feldgerade MN im Naturmaße und erhält so S. Hierauf wird der Tisch mit s über S aufgestellt nach M zurückorientiert, die Kippregelziehkante an die durch s laufende Seite des Sektionsrechteckes angelegt und einige mit Strohbündeln markierte Absteckstäbe in die Visur eingewinkt. Dieselben bestimmen die Sektionslinie am Felde.

Man kann auch von $\frac{M}{m}$ aus zwei Punkte der Sektionslinie bestimmen (S und S') und mit Hilfe derselben weitere Punkte ausstecken.

6. Eine Parzelle, deren Grenzen aufzunehmen sind, liegt entweder ihrer ganzen Ausdehnung nach innerhalb einer der festzulegenden Aufnahmssektionen oder teilweise in ihr und teilweise in benachbarten Sektionen. Im letzteren Falle wird sie von Sektionslinien geschnitten und Schneidparzelle genannt. Wenn eine solche Parzelle den Sektionsrand nur wenig überragt, dann wird sie ungeteilt dargestellt. Im Gegenfalle sollen die Schnittpunkte ihrer Grenzen mit den Sektionslinien miteinander übereinstimmen, wenn man die Aufnahmssektionen entsprechend aneinander stößt, soweit wenigstens als es die hygroskopische Eigenschaft des Zeichenpapieres zuläßt. Diese Übereinstimmung kann nun auf mehrfache Art angestrebt werden, und zwar:

a) indem man die Schnittpunkte der Parzellengrenzen mit den Sektionslinien auspflockt, in beiden Sektionen, in denen sie liegen,

aufnehmen läßt und schließlich die Mittelpunkte der sich ergebenden in der Regel äußerst kurzen Strecken verwendet;[1])

b) indem folgende primitive Methode durchgeführt wird:

Man kopiert auf einen Pausleinwandstreifen den Südrand der Sektion *I*, das ist *ab* und die in der Nähe von *ab* gelegenen Detailpunkte 1, 2, 3 usw. (Fig. 160, Taf. 16). Dann legt man den Leinwandstreifen mit *ab* auf den Nordrand der Sektion *II*, verbindet die Punkte 1, 2, 3 usw. mit den korrespondierenden Punkten 1′, 2′, 3′ usw. der Sektion *II*, schneidet mit den Verbindungsgeraden die Sektionslinie *ab* durch, pikiert die Schnittpunkte zunächst in den Nordrand der Sektion *II* und später in den Südrand der Sektion *I*.[2])

Ad *F*. Instrumente zur Höhenunterschiedbestimmung und diese selbst.

Der Begriff des Höhenunterschiedes von zwei Terrainpunkten, deren horizontaler Abstand nicht allzu groß ist, geht aus der Fig. 161 auf Taf. 16 hervor. Es ist der Abstand *H* jener zwei horizontalen Ebenen, welche sich durch die zwei Punkte legen lassen. Der Höhenunterschied von *A* und *B* ist positiv oder eine Steigung, wenn *B* über *A* liegt und negativ oder ein Gefälle, wenn sich *B* unter *A* befindet. Die Bestimmung des Höhenunterschiedes von zwei Punkten kann auf fünffache Art erfolgen, und zwar:

1. geometrisch, 2. trigonometrisch, 3. nivellitisch, 4. barometrisch und 5. tachymetrisch.

Ad 1. Die geometrische Höhenunterschiedbestimmung

oder besser Höhenbestimmung basiert auf der Ähnlichkeit von Dreiecken und wird hauptsächlich in der Holzmeßkunde (Dendrometrie) verwendet.

Ein einfaches Beispiel hierfür ist in der Fig. 162 auf Taf. 16 enthalten.

---

[1]) Man bezeichnet dann die in Rede stehenden Pflöcke — die sogenannten „Sektionspflöcke" — mit den ihnen zukommenden Nummern und mit *s*.

[2]) Eine besondere Methode verwendet der österr. Kataster. Sie ist in der für ihn geltenden Instruktion enthalten.

A ist das beobachtende Auge, *L* eine vertikale Latte, auf welcher sich eine Einteilung befindet.

Um die Baumhöhe, das heißt die Entfernung vom Stock bis zum Wipfel zu ermitteln, braucht man nur folgende Maße: *D*, *d* und *h*. Dann kann man sagen:

$$D:H = d:h \text{ oder } H = \frac{D}{d}.h.$$

Daß die erwähnten drei Maße unschwer zu ermitteln sind, erhellt von selbst.

Ad 2. **Die trigonometrische Höhenunterschiedbestimmung.**

Das Prinzip derselben geht aus der Fig. 163 auf Taf. 16 hervor. D und α sind bekannt, H ist zu bestimmen. Demzufolge ist $H = D.\text{tg}\,\alpha$.

Über die Ermittlung von D ist nichts Besonderes zu sagen, die folgenden Ausführungen betreffen daher nur die Bestimmung von α.

Man nennt α einen Vertikalwinkel. Derselbe kann ein Höhen- oder ein Tiefenwinkel sein. Seine Bestimmung erfolgt mit dem Theodoliten und gestalten sich infolgedessen die Verhältnisse in der aus Fig. 164 auf Taf. 16 ersichtlichen Art.

Man bestimmt zunächst nach dem oben ausgesprochenen Prinzipe aus dem rechtwinkligen Dreiecke *abc* *bc* oder H', das heißt den „provisorischen" Höhenunterschied. Dann wird zu H' die Instrumentenhöhe J addiert und von der Summe die Größe Z oder die Zielhöhe subtrahiert. Das Resultat ist der „definitive" Höhenunterschied H. H ist also $= H' + J - Z$ und wenn $Z =$ ist J, dann ist $H = H'$.

Unter der Instrumentenhöhe J ist der Abstand der Horizontalachse des Theodoliten von der Kopffläche des Pflockes A zu verstehen, unter der Zielhöhe Z die Höhe des vom Horizontalfaden getroffenen Punktes der Nivellierlatte L in B. Die Bestimmung der Instrumentenhöhe wird später besprochen werden. Man trachtet den Horizontalfaden stets auf J einzustellen, das heißt $Z = J$ zu machen, was allerdings wegen vorstehender Hindernisse (Gebüsch, Äste) oft genug nicht möglich ist.

Aus den obigen Ausführungen folgt die Wichtigkeit der Bestimmung von α. Diese Bestimmung kann in vierfacher Weise er-

folgen, und zwar kann man zwei direkte und zwei indirekte Methoden unterscheiden. Jede derselben fordert Eigentümlichkeiten in der Konstruktion des Theodoliten und sollen dieselben in den folgenden Erörterungen stets vorangeschickt werden.

Erste direkte Methode (die einfachste von allen).

Einrichtung des Theodoliten (Fig. 165 auf Taf. 16).

T_1: linksseitiger Fernrohrträger.

a: Horizontalachse.

F: Fernrohr.

$\nu\nu'$: Visierlinie.

R: Ring, mit der Horizontalachse fest verbunden.

B: Höhenbogen, auf welchem sich zwei gleiche, in o beginnende, entgegengesetzt bezifferte Kreisteilungen befinden.

P: Plättchen, auf welchem zwei gleiche, in o' beginnende, entgegengesetzt bezifferte Nonien gezeichnet sind.

s_1 und s_2: Schräubchen zur Verbindung von P mit dem Träger T_1.

Ist ein Höhenwinkel zu messen, so wird das Okular gesenkt, o bewegt sich nach links und der Abstand des Striches o vom Striche o' wird am Nonius rechts abgelesen. Bei der Messung eines Tiefenwinkels dagegen wird der Nonius links benutzt.

Das sichtlich sehr einfache Verfahren setzt jedoch voraus, daß die Striche o und o' bei vertikal stehender Vertikalachse (xy) und horizontal gerichteter Visierlinie ($\nu\nu'$) genau übereinstimmen.

Der Apparat ist auf diese Bedingung zu untersuchen und geschieht dies in folgender Art:

Man pflockt eine Strecke AB (Fig. 166 auf Taf. 16) von 100 bis 200 Schritten im leicht fallenden und ebenen Terrain aus, bestimmt ihren Mittelpunkt M und stellt dort den zu prüfenden Theodoliten derart auf, daß seine Vertikalachse genau vertikal ist und die Striche o und o' vollkommen koinzidieren. In A und B werden die Nivellierlatten N respektive N' aufgestellt und durch entsprechende Spreizen in vertikaler Lage erhalten. Hierauf visiert man nach N und N' und macht die Ablesungen L_A respektive L_B. Die Differenz $L_B - L_A$ entspricht — wie aus der Fig. 166 zu ersehen ist — unter allen Umständen, das heißt auch bei nicht hori-

zontaler Visierlinie, der Strecke $G_{A,B}$, oder dem richtigen Höhenunterschied von A und B, welcher hier — von A gegen B gesehen — ein Gefälle ist. Der Grund liegt in der Aufstellung des Instrumentes in der Mitte von AB.

Nun wird das Instrument in der höheren Station, also in A, derart aufgestellt, daß die Vertikalachse wieder genau vertikal ist, die Striche o und o' koinzidieren und daß außerdem das Okular ungefähr über A zu liegen kommt (Fig. 167, Taf. 16). Ist die Visierlinie horizontal, so wird sie die Nivellierlatte N' in einem Punkte C treffen, dessen Höhe offenbar gleich ist $G_{A,B} + J$. Ist die Visierlinie bei vertikal gestellter Vertikalachse und Koinzidenz der o-Striche schief, wie in unserem Falle, so wird sie die Nivellierlatte N' nicht in C, sondern in einem andern Punkte, z. B. in C', treffen.

Man wird also sofort erkennen, ob das Instrument richtig ist oder nicht.

Im letzteren Falle wird die Visierlinie durch Bewegung des Rohres mit Hilfe des am rechten Träger befindlichen Mikrometerwerkes derart gestellt, daß sie die Nivellierlatte N' in C trifft, wodurch sie horizontal wird. Dadurch ist aber die Koinzidenz der zwei Nullstriche (o und o') verloren gegangen. Sie wird wieder hervorgerufen, indem man die Schräubchen s_1 und s_2 lüftet, das Plättchen P entsprechend verstellt und die Schräubchen wieder anzieht. Zu diesem Behufe sind die Öffnungen in P, durch welche s_1 und s_2 reichen, länglich geformt (ähnlich wie bei der Bergwage). Indessen gibt es auch noch feinere Verstellvorrichtungen für das Plättchen P. Die beschriebene Einrichtung ist die primitivste Type.

Der angeführte, im Wesen sehr einfache und durchsichtige Vorgang fordert die Bestimmung der Instrumentenhöhe J in der Station A. Diese Bestimmung wird vorgenommen, indem man in A eine Nivellierlatte N mit der Teilung gegen das Instrument hält, beim Objektiv ins Fernrohr hineinsieht und die Spitze eines Bleistiftes in den Mittelpunkt des kleinen kreisförmigen Gesichtsfeldes zu stellen trachtet. Ein Seitenblick auf Nivellierlatte und Bleistift läßt die Instrumentenhöhe J erkennen.

Die besprochene Methode, einen Theodoliten auf die horizontale Stellung seiner Visierlinie zu prüfen, wird später bei der Behandlung der Nivellierinstrumente noch einmal zur Sprache kommen.

Zweite direkte Methode.

Setzt einen Theodoliten voraus, dessen Fernrohr mit einer sogenannten Nivellierlibelle versehen ist. Unter einer solchen ist eine feine, mit dem Rohr zunächst fest verbundene Röhrenlibelle zu verstehen, welche dazu bestimmt ist, die horizontale Lage der Visierlinie bei vertikal gestellter Vertikalachse zu markieren.

Außerdem wird angenommen, daß der in Rede stehende Theodolit statt des Höhenbogens einen Höhenkreis und zwei diametrale Höhenkreisnonien besitzt. Der Höhenkreis ist mit der Horizontalachse fest verbunden, macht also die Bewegungen des Fernrohres in vertikalem Sinne mit. Die Nonien sind an den Enden einer horizontalen mit dem linken Fernrohrträger verbundenen Stange angebracht. Details sind aus der Fig. 168 auf Taf. 16 zu ersehen.

Um einen Höhen- oder Tiefenwinkel α nach der zweiten direkten Methode zu bestimmen, wird der Theodolit im Scheitelpunkte des Winkels meßgerecht aufgestellt, die Visierebene in die Ebene des Winkels gedreht, die Nivellierlibelle mit Hilfe des zum Senken und Heben des Fernrohres gehörigen Mikrometerwerkes genau zum Einspielen gebracht, an einem der Höhenkreisnonien gelesen, mit dem anderen zentriert, die Visur nach dem hoch- respektive tiefgelegenen Signal gerichtet, an demselben Höhenkreisnonius zum zweiten Male gelesen, zentriert und schließlich die Differenz der zwei zentrierten Ablesungen gebildet.

Das angegebene Verfahren ist nur dann richtig, wenn die Visierlinie bei vertikal gestellter Vertikalachse und einspielender Nivellierlibelle wirklich horizontal ist. Die Prüfung, ob dies zutrifft, wird im Wesen genau so vorgenommen wie vorhin. Man bestimmt also wieder aus dem Mittelpunkte M einer sanft fallenden Strecke AB deren Gefälle, indem man nach den Latten in A und B bei vertikal gestellter Vertikalachse und genau einspielender Libelle visiert und die Differenz $L_B - L_A$ bildet. Hierauf wird das Instrument wie vorhin in der Station A aufgestellt, die Instrumentenhöhe J ermittelt und bei genau einspielender Libelle nach der Latte in B visiert. Trifft die Visur die Latte in der berechneten Höhe $G_{A,B} + J$, so ist die Visierlinie bei einspielender Libelle horizontal, im Gegenfalle muß man das Rohr mit dem entsprechenden

Mikrometerwerke so richten, daß die Visur die Latte in der Höhe $G_{A,B} + J$ trifft. Hierdurch kömmt aber die Röhrenlibelle aus dem Nullpunkte und muß nun mit Hilfe ihres Rektifizierschräubchens zum Einspielen gebracht werden. Jetzt ist der Apparat für die zweite direkte Methode verwendbar.

Bemerkungen.

1. Die erste direkte Methode setzt eine sehr scharfe Vertikalstellung der Vertikalachse im Sinne der Winkelebene voraus, die zweite dagegen nicht. Der Beweis hierfür liegt im Wesen der beiden Methoden.

2. Bei der Beschreibung der zweiten direkten Methode wurde stillschweigend vorausgesetzt, daß die Bezifferung der Höhenkreisteilung mit 0° beginnt und bis 360° reicht — wie am Limbus. Was den Nullpunkt der Kreisteilung anbelangt, so soll er oben liegen, wenn das Rohr horizontal ist. Der Sinn der Bezifferung ist gleichgültig.

Die indirekten Methoden.

Bestehen darin, daß man nicht den Winkel α mißt, sondern die sogenannte doppelte Nadirdistanz, aus welcher dann in einfacher Weise α abgeleitet wird.

Unter der Nadirdistanz eines Punktes P versteht man bekanntlich jenen Winkel, den die Visur nach P mit der durch die Beobachtungsstation nach abwärts gezogenen Vertikalen bildet. Sie ist in der Fig. 169 (Taf. 17) mit N bezeichnet.

Erste Methode der Bestimmung von $2N$ oder erste indirekte Methode der Bestimmung von α.

Sie wird mit einem einfachen Theodoliten ausgeführt, welcher genau so eingerichtet ist wie jener, mit dem α nach der zweiten direkten Methode bestimmt wird, der jedoch keine Nivellierlibelle besitzt. Die Erklärung des Vorganges stützt sich auf Fig. 170 (Taf. 17).

Man stellt den Apparat meßgerecht auf, pointiert den hier hochgelegenen Punkt P, liest an einem der Höhenkreisnonien und zentriert mit dem zweiten. So erhält man L_1. Dann wird die Alhidade um 180° gewendet, wodurch die Visierlinie in die Lage AP' gelangt, das Rohr durchgeschlagen und P zum zweiten Male

pointiert. Die dieser zweiten Visur nach P entsprechende zentrierte Ablesung soll L_2 heißen. $L_2 - L_1$ entspricht dem von der Visierlinie durchfahrenen Winkel PAP', das heißt der doppelten Nadirdistanz ω.

Zieht man von ω 180° ab und dividiert man den Rest durch 2, so erhält man den gesuchten Winkel α. Die beschriebene Methode setzt voraus, daß die Visierlinie nach dem Wenden der Alhidade um 180° den Punkt P' oder den sogenannten Symmetriepunkt zu P passiert, was offenbar nur dann der Fall sein wird, wenn die Vertikalachse xy im Sinne der Winkelebene sehr genau vertikal steht.[1] Nachdem nun eine sehr genaue Vertikalstellung von xy äußerst zeitraubend ist, so geht man gewöhnlich in folgender Weise vor:

Man stellt den Apparat von vornherein so auf, daß eine Stellungslinie ungefähr in die Ebene des Vertikalwinkels α zu liegen kommt und bringt vor der Visur nach P die zur Visierebene parallele Kreuzlibelle mit Hilfe der gedachten Stellungslinie genau zum Einspielen.

Nun pointiert man P, liest, zentriert, wendet die Alhidade und bringt die erwähnte Libelle mit Hilfe der in Rede stehenden Stellungslinie neuerdings genau zum Einspielen. Dadurch wird erreicht, daß die Visierlinie in ihrer zweiten Stellung genau durch P' geht. Nun wird das Fernrohr durchgeschlagen, P pointiert, zum zweitenmal gelesen und zentriert usw. Man hat auf diese Art den richtigen Winkel ω gemessen, ohne die Achse xy in der Winkelebene genau vertikal gestellt zu haben.

Zweite Methode der Bestimmung von $2N$ oder zweite indirekte Methode der Bestimmung von α.

Dieselbe setzt eine besondere Art der Unterbringung der Höhenkreisnonien voraus. Sie ist aus der schematischen Fig. 171 auf Taf. 17 ersichtlich. Während die Nonien für den Höhenkreis an den bisher vorgekommenen Apparaten auf einer mit dem linken Fernrohrträger fest verbundenen horizontalen Stange angebracht waren, sind sie hier am sogenannten „Noniuskreuz" befestigt.

[1] Kleine Fehler in der Vertikalstellung von xy normal zur Winkelebene haben bei der Messung von Vertikalwinkeln keinen wahrnehmbaren Einfluß.

Dasselbe besteht aus den vier Armen *I—IV* und dem Ringe ϱ, welcher die Horizontalachse *A* umschließt, aber eine Drehung derselben nicht hindert. Der Arm *I* läßt sich mit Hilfe der Mikrometerschraube *M* fein bewegen und damit das ganze Noniuskreuz entsprechend verstellen.

Am Arme *II* ist eine feine Röhrenlibelle *L* angebracht, welche sich eventuell los machen, ein wenig verdrehen und wieder festmachen läßt. Die Nonien n_1 und n_2 sind an den Enden der Arme *III* und *IV* befestigt und verstellbar. Es ist unter den geschilderten Umständen klar, daß die Indexlinie der Nonien n_1 und n_2 gegen den Horizont immer dieselbe Neigung hat, wenn die Noniuskreuzlibelle mit Hilfe von *M* zum Einspielen gebracht wird. — Die zweite Methode ω zu bestimmen, besteht mit Rücksicht auf Fig. 172 auf Taf. 17 in folgenden Manipulationen: Man stellt die Instrumentenachse *xy* annähernd vertikal, pointiert *P*, liest an einem der Nonien ab, zentriert die Lesung mit dem andern Nonius und erhält so L_1. Unmittelbar vor der Ablesung ist aber die Noniuskreuzlibelle mit Hilfe von *M* scharf zum Einspielen zu bringen. Nun wird die Alhidade um 180° gedreht. Nachdem die Vertikalachse nicht genau vertikal steht, so wird die Libelle *L* nach der Wendung der Alhidade nicht genau einspielen und die Visierlinie nicht durch *P'* gehen. Der Ausschlag der Libelle *L* wird bekanntlich dem doppelten Fehler in der Stellung der Vertikalachse *xy* gegen die Vertikalrichtung *vv'* entsprechen, das heißt 2α und die Visierlinie wird durch *P''* gehen, wobei der Winkel *P'aP''* auch gleich sein wird 2α. Schlägt man jetzt das Fernrohr durch und pointiert man *P* zum zweitenmal, so hat das Fernrohr nicht wie früher den Winkel *PAP'* durchfahren, sondern den um 2α größeren Winkel *PAP''*. Würde man also jetzt ablesen, zentrieren und die zentrierte Lesung L_2 zur Bildung der Differenz L_2—L_1 verwenden, so bekäme man die falsche doppelte Nadirdistanz *PAP''*. Wenn man aber unmittelbar vor der zweiten Ablesung und Zentrierung die Libelle *L* mit *M* genau zum Einspielen bringt, so ändert man die Lage der Indexlinie und damit auch die zweite Ablesung gerade um den Fehler 2α und erhält so eine richtige Ablesung L_2. Der Vorgang ist also genau so wie vorhin, aber man hat vor jeder Ablesung die Noniuskreuzibelle *L* mit Hilfe von *M* genau zum Einspielen zu bringen.

Mit Rücksicht auf das Gesagte ist es bei der Verwendung

der **zweiten** Methode nicht nötig, eine Stellungslinie zur Winkelebene **parallel** zu stellen, was natürlich einen Vorteil involviert.

Bemerkungen zu den zwei indirekten Methoden.

1. Die Bezifferung der Höhenkreisteilung an Theodoliten für die **indirekte** Bestimmung von α reicht von 0 bis 360°. Der Sinn der **Bezifferung** ist gleichgültig. Der Nullpunkt der Ziffernreihe soll **oben liegen**, wenn das Rohr horizontal ist.

2. Um Irrtümer zu vermeiden, ist es zweckmäßig, an jenem **Höhenkreisnonius** abzulesen, an welchem der Nullpunkt der Höhenkreisteilung nicht vorbeigehen kann. Der andere Nonius ist bloß **zum Zentrieren** der Lesungen zu verwenden.

3. Die Bestimmung eines Vertikalwinkels nach einer der **direkten** Methoden ist strenge genommen nur dann richtig, wenn **die** Visierlinie des benutzten Theodoliten die Horizontalachse desselben schneidet. Die indirekten Methoden liefern hingegen stets **die** richtige doppelte Nadirdistanz und daher auch das richtige α.

Der Grund liegt darin, daß der Winkel, den man nach diesen **Methoden** bestimmt, gleich lange Schenkel hat (AP und AP' in **Fig.** 170 respektive AP und AP'' in Fig. 172), die exzentrische **Lage** der Visierlinie mit Rücksicht auf die Drehungsachse (hier die **Horizontalachse**) somit keine Fehlerquelle repräsentiert. (Siehe Exzentrizität der Visierebene und ihr Einfluß auf die Horizontalwinkelmessung Seite 70.)

Die trigonometrische Höhenunterschiedbestimmung von zwei Terrainpunkten fordert bekanntlich auch die Bestimmung der Instrumentenhöhe. Man versteht darunter die Entfernung der Horizontalachse von der Kopffläche des unter ihr befindlichen Pflockes. Sie wird mit Hilfe des sogenannten „Standmessers“ bestimmt. Es gibt zwei Arten, den steifen und den bandförmigen. Der erstere rührt von Professor Schlesinger her, ist älteren Datums und soll zuerst besprochen werden, Seine höchst einfache Einrichtung und Verwendung ist aus der Fig. 173 auf Taf. 17 zu entnehmen.

l_1 und l_2 sind zwei gleich lange dünne rechteckig profilierte Holzleisten, r_1 und r_2 Führungsringe, welche die Holzleisten zusammenhalten, wenn sie aneinander verschoben werden. Der Leisten l_1 hat auf der inneren, das heißt l_2 zugekehrten Fläche eine

Zentimeterteilung. Will man wissen wie groß J ist, so wird der Apparat in der aus Fig. 173 ersichtlichen Art unter den Theodoliten gestellt und am oberen Ende des Leistens l_2 die Ablesung gemacht. Sie entspricht der Strecke J.

Das Herrichten eines Standmessers besteht darin, die Teilung auf der Innenseite von l_1 richtig zu situieren. Hierzu wählt man ein horizontales Terrain (Fußboden, Tenne usw.), stellt darauf den Theodoliten meßgerecht auf, richtet dessen Rohr horizontal und bestimmt die Instrumentenhöhe (hier die Entfernung der Horizontalachse vom Boden), in der schon wiederholt erwähnten Art, das heißt dadurch, daß man eine Nivellierlatte zum Selbstablesen vertikal vor das Okular hält, in die Objektivöffnung des Rohres sieht, eine Bleistiftspitze in die Mitte des Gesichtsfeldes zu bringen trachtet und deren Höhe auf der Latte abliest. Hierauf wird der Standmesser in der aus Fig. 174 auf Taf. 17 ersichtlichen Art unter den Theodoliten gestellt und das obere Ende des Leistens l_2 am Leisten l_1 mit einem feinen Striche bezeichnet. Ist z. B. die Instrumentenhöhe $= 12{\cdot}14^{dm}$, so entspricht diese Zahl dem eben erwähnten Zeichen. 6^{mm} von dem vorgezeichneten Striche nach abwärts befindet sich nun der Teilstrich $12{\cdot}2^{dm}$, von welchem aus die Teilung auf l_1 nach beiden Seiten aufgetragen werden kann.

Die bandförmigen Standmesser sind auf den Bändern von Doppelsenkeln aufgetragen, somit eigentlich zwei Vorrichtungen in einem. Ihre Verwendung erfolgt in der aus Fig. 175 auf Tafel 17 ersichtlichen Art, ihre Konstruktion in ähnlicher Weise, wie dies eben besprochen wurde.

Die bisherigen Ausführungen betreffend die trigonometrische Höhenunterschiedbestimmung basierten auf der Voraussetzung, daß die Refraktion des Lichtes die Messungsergebnisse gar nicht oder doch sehr wenig beeinflußt. Wenn es sich jedoch um sehr genaue Messungen handelt, oder wenn die Horizontaldistanzen der in Rede stehenden Punkte sehr bedeutend sind, dann muß auf die Refraktion des Lichtes Rücksicht genommen werden. Es kann dies in zweifacher Art geschehen und stützen sich die diesbezüglichen Erläuterungen auf die Fig. 176 (Taf. 17).

Die ursprüngliche Aufgabe besteht darin, die Strecke BC aus der Strecke AB und den Winkeln CAB und BCA zu berechnen.

Nun ist $AB = 2r \sin\frac{\alpha}{2}$; ferner ist

$$\sphericalangle CAB = 180° - z - \left(90° - \frac{\alpha}{2}\right) = 180° - z - 90° + \frac{\alpha}{2} =$$
$$= 90° - z + \frac{\alpha}{2} = 90° - \left(z - \frac{\alpha}{2}\right)$$

endlich ist $\sphericalangle BCA = z - \alpha$. Man erkennt dies, wenn man durch A eine Parallele zu OC zieht.

Auf Grund des Sinussatzes ist nun $BC = AB\frac{\sin CAB}{\sin BCA}$. Substituiert man die obigen Werte in die Gleichung für BC, so ergibt sich

$$BC = 2r \sin\frac{\alpha}{2}\,\frac{\cos\left(z - \frac{\alpha}{2}\right)}{\sin(z - \alpha)}.$$

Die Größe α wird aus dem Bogen AB und dem Radius r mit Hilfe der Bogensekundenformel berechnet.

Man kann nämlich sagen:

$$AB^m \,.\, r'' = \alpha'' r^m, \text{ daher } \alpha'' = \frac{AB^m}{r^m} \,.\, r''.$$

Was den Winkel z anbelangt, so erhält man ihn infolge der Refraktion des Lichtes, deren Grund und Wesen aus der Physik bekannt sind, niemals in richtiger Größe, sondern zu klein. Statt z mißt man γ. Doch kann man z aus γ leicht bestimmen. z ist nämlich $= \gamma + 0{\cdot}065\,\alpha$. 0·065 ist hierbei die Hälfte des sogenannten Refraktionskoeffizienten, wie ihn Gauss angibt. Nachdem nun dieser Koeffizient (0·13) keine vollkommen unveränderliche Größe ist, so trachtet man ihn aus der Formel für BC zu eliminieren. Dies gelingt, wenn man nicht nur z, sondern auch z' beobachtet, und zwar gleichzeitig. z' wird dann um den gleichen Betrag zu klein erscheinen.

Man kann dann sagen:

$$z = \gamma + 0{\cdot}065\,\alpha$$
$$z' = \beta + 0{\cdot}065\,\alpha$$

Daher ist $z' - z = \beta - \gamma$; außerdem ist $z' = 180° - z + \alpha$, daher $\alpha = z' + z - 180°$.

Auf Grund dieser Relationen lassen sich die in der Formel für BC vorkommenden Werte $z - \frac{\alpha}{2}$ und $z - \alpha$ anders ausdrücken, und zwar:

$$z - \frac{\alpha}{2} = z - \frac{z'}{2} - \frac{z}{2} + 90° = \frac{z}{2} - \frac{z'}{2} + 90° = 90° - \frac{1}{2}(z' - z) =$$
$$= 90° - \frac{1}{2}(\beta - \gamma)$$

$$z - \alpha = \left(z - \frac{\alpha}{2}\right) - \frac{\alpha}{2} = 90° - \frac{1}{2}(\beta - \gamma) - \frac{\alpha}{2} = 90° - \frac{1}{2}(\beta - \gamma + \alpha).$$

Die Formel für BC hat nun folgende Gestalt:

$BC = 2r \sin \frac{\alpha}{2} \frac{\sin \frac{1}{2}(\beta - \gamma)}{\cos \frac{1}{2}(\beta - \gamma + \alpha)}$ das heißt der Refraktionskoeffizient ist eliminiert. Außer α, welches aus $\widehat{AB}$ abgeleitet wird, kommen nur die direkt gemessenen Größen β und γ vor.

Ad 3. Die nivellitische Höhenunterschiedbestimmung oder das Nivellieren.

Nivellieren heißt den Höhenunterschied von Terrainpunkten mit Hilfe von horizontalen Visuren und vertikalen Latten bestimmen.

Man unterscheidet zwei Arten des Nivellierens, das „Nivellieren aus den Enden“ und das „Nivellieren aus der Mitte“.

„Nivellieren aus den Enden.“ (Hierzu Fig. 177 auf Taf. 17.)

Der Höhenunterschied von A und B (H) wird der Größe nach bestimmt, indem man das Nivellierinstrument über A mit horizontaler Visierlinie aufstellt, diese auf die Latte in B richtet und die Differenz der Größen L_B und J berechnet.

„Nivellieren aus der Mitte.“ (Hierzu Fig. 178 auf Taf. 17.)

Der Höhenunterschied von A und B (H) wird der Größe nach bestimmt, indem man das Nivellierinstrument irgendwo, das heißt in, vor oder hinter der Vertikalebene durch A und B mit horizontaler Visierlinie aufstellt, diese auf die Latten in A und B richtet und die Differenz der Größen L_A und L_B berechnet. Das Nivellieren aus der Mitte ist weit mehr im Gebrauche wie jenes aus den Enden.

Zum Nivellieren braucht man den vorhergehenden Definitionen zufolge **Latten** und **Instrumente**.

Was die Nivellierlatten anbelangt, so sind zwei wesentlich verschiedene Typen zu unterscheiden, und zwar „Nivellierlatten mit Zielscheiben“ und „Nivellierlatten zum Selbstablesen“. Die letzteren sind in den vorhergehenden Ausführungen schon wiederholt erwähnt worden.

Die Nivellierlatte mit Zielscheibe ist eine rechteckig profilierte 2^m lange Latte mit Zentimeterteilung, auf welcher sich eine rot-weiße Zielscheibe verschieben und fixieren läßt. Die sehr einfachen Details der Konstruktion sind aus der Fig. 179 auf Taf. 17 zu ersehen, in welcher die zum Fixieren der Zielscheibe bestimmte Schraube mit S bezeichnet ist. Die Mittelpunkthöhe, auf welche es immer ankommt, wird rückwärts innerhalb der die Latte umfassenden Hülse H mit Hilfe eines Nonius oder eines Zählplättchens abgelesen.

Der Figurant öffnet beim Gebrauche die Schraube S, schiebt — die Zeichen des Geometers beobachtend — die Scheibe in die richtige Höhe, sperrt S und liest entweder selbst ab oder läßt den Geometer ablesen.

Für größere Steigungen und Gefälle existieren **Doppellatten**, die aber nicht empfohlen werden können, weil sie sich nur schwer ruhig halten lassen und keine sichere Verschiebung der Zielscheibe gestatten.

Gegenwärtig sind die Nivellierlatten zum Selbstablesen weit häufiger wie die mit Zielscheiben. Ihre Einrichtung ist verschieden. Sie sind durchweg 4^m lang, unteilbar oder aus Bequemlichkeitsrücksichten aus zwei oder drei Teilen zusammengesetzt. Die zweiteiligen, das heißt aus zwei gleich langen Teilen bestehenden, sind in der Mitte mit einem Scharnier versehen, und lassen sich zusammenklappen, die dreiteiligen werden mit Hilfe von Zapfen und Keilen zusammengefügt.

Die gebräuchlichsten Profile und Teilungen sind aus der Fig. 180 auf Taf. 18 zu entnehmen.

Um Nivellierlatten zum Selbstablesen genauer vertikal richten und in vertikaler Lage erhalten zu können, sind dieselben mit Senkeln und Spreizen versehen.

Von **Nivellierinstrumenten** unterscheidet man:

die Kanalwage,
Libelleninstrumente und
Pendelinstrumente.

Die Kanalwage

ist ein uraltes aus der Physik bekanntes Instrument von *höchst* primitiver Einrichtung. Sie besteht im Wesen aus einem zweimal rechtwinklig abgebogenen beiderseits offenen Glasrohre (Fig. *181* auf Taf. 18), welches mit einer dunkel gefärbten Flüssigkeit (Wasser und hypermangansaures Kali) gefüllt wird und vermöge der bekannten Eigenschaft kommunizierender Gefäße in der Verbindung der zwei Flüssigkeitsniveaus immer eine horizontale Visur liefert.

Die Kanalwage wäre ein ideales Nivellierinstrument, weil sie stets richtig ist und nie untersucht zu werden braucht. Doch sind die Visuren über zwei von einander entfernte Punkte *a* und *b* stets sehr unvollkommen und mit Fernrohrvisuren nicht zu vergleichen. Infolgedessen eignet sich die Kanalwage nur für untergeordnete Nivellements.

Eine besondere Form der Kanalwage ist aus der Fig. 182 auf Taf. 18 zu ersehen. Sie besteht aus zwei kurzen Glasröhren *m* und *n*, die mit einem Gummischlauche *s* verbunden sind. Die Füllung ist dieselbe wie früher. Das Röhrchen *n* wird mit der linken, das Röhrchen *m* mit der rechten Hand vertikal gehalten und über *a* und *b* visiert. Der Hauptvorteil dieser Einrichtung gegenüber der früher beschriebenen besteht in der Möglichkeit, die beiden Röhrchen und den Schlauch sehr kompendiös verwahren zu können. (Etui in der Form einer Zigarrentasche.)

Die Libelleninstrumente

sind Apparate, deren Visierlinien mit Hilfe von Röhrenlibellen, den sogenannten Nivellierlibellen, horizontal gerichtet werden. Man unterscheidet Nivellierdiopter und Fernrohrinstrumente, je nachdem mit Diopteru visiert wird oder mit geodätischen Fernrohren. Die Nivellierdiopter sind heute so selten, daß eine eingehendere Besprechung derselben ganz gut unterbleiben kann, um so mehr, als jedermann, der ein Fernrohrinstrument kennt, nötigenfalls auch ein Nivellierdiopter richtig behandeln wird.

Die einfachste Type der Libelleninstrumente mit Fernrohr ist das

Nivellierinstrument mit festem Rohr und fester Libelle.

Es soll eingehend besprochen und hierbei folgendes Programm festgehalten werden:

1. Einrichtung.
2. Achsen und ihre Stellung während der Arbeit.
3. Prüfung und Rektifikation.
4. Detailmanipulation.

Ad 1. Fig. 183 auf Taf. 18 repräsentiert einen Schnitt nach der Vertikalachse, ist aber nur eine schematische Zeichnung.

Legende hierzu:

σ: Stativ (bloß angedeutet).

H: Hülse, welche oben in eine kugelförmige Pfanne ausgeht.

N: Nuß, nach unten in den Kubus K ausgehend.

S_1 und S_2: Stellschrauben (S_3 und S_4 wirken normal zur Zeichenebene und sind nicht gezeichnet worden).

h: Hals.

L: Limbus.

Z: Zapfen, um welchen sich der ganze Oberbau drehen läßt.

A: Alhidade (von oben gesehen rechteckig).

A': Horizontalachse, repräsentiert durch zwei Spitzenschräubchen.

f: flache Feder, welche von der Schraube S' auf den Steg niedergedrückt wird.

T_1 und T_2: Träger, welche das Fernrohr umfassen.

F: Fernrohr.

N': Libelle, welche links mit T_1 verbunden ist, aber eine ganz geringe Bewegung zuläßt.

ϱ: Rektifizierschräubchen der Libelle.

f': Spiralfeder hierzu.

E: Spindel der Elevations- oder Nivellierschraube.

M: Mutter derselben.

f'': Spiralfeder hierzu.

σ': Stift für den sogenannten Markenstand.

Fig. 184 auf Taf. 18 ist eine Detailzeichnung, aus welcher die Einrichtung der Elevationsschraube und des Markenstandstiftes deutlicher hervorgeht.

Dreht man die Mutter M, so wird sich die Spindel E auf u
ab bewegen und das Fernrohr wird sich um A' drehen.

Damit die Bewegung der Spindel ohne störende Reibung
und Spannungen vor sich gehen kann, läßt man sie nach oben
ein Kugelsegment übergehen und bettet dasselbe im unteren Tei
von T_1 derart ein, daß die Spindel sowohl im Sinne der Zeiche
ebene als auch normal dazu ein wenig pendeln kann, ohne jedo
um ihre Achse gedreht werden zu können. Aus ähnlichen Gründe
wird ferner zwischen die Mutter M und die Alhidade A ein Glei
stück G eingelegt, die Bohrlöcher in demselben und im Steg weit
gemacht wie die Spindel, und die Schraubenmutter oben kugelförmi
abgedreht. Der Markenstandstift σ' ist ein dünner, blau gebeizte
oder brünnierter Stahlstift, dessen Unterbringung aus der Detai
zeichnung klar zu ersehen ist. Er geht durch eine Öffnung in de
Alhidade A und wird nach einer später zu beschreibenden Prüfun
in der Höhe der oberen oder unteren Alhidadenebene mit eine
dreikantigen Feile oder einem Messer geritzt. Der auf diese Ar
entstehende Strich ist der mehrfach erwähnte Markenstand. E
läßt sich auf feineren Instrumenten weit schärfer angeben.

Außer den beschriebenen wesentlichen Bestandteilen eines Nivellierinstrumentes findet man an demselben noch eine Reihe minder wichtiger Einrichtungen, wie einen oder zwei Nonien auf der Alhidade zur Messung der Oberbaudrehung am Limbus, Blenden, Lupen und endlich eine Vorrichtung zum Sperren und zur Feinbewegung des Oberbaues. Schließlich muß noch bemerkt werden, daß hinsichtlich der Konstruktion des Unterbaues verschiedene Varianten existieren und daß insbesondere die feineren Nivellierinstrumente fast durchgehends vertikal wirkende Stellschrauben besitzen, und zwar drei oder zwei. Im letzteren Falle findet man den Stellschrauben gegenüber vertikal wirkende Spiralfedern.

Ad 2. Achsen und ihre Stellung während der Arbeit (Fig. 185 auf Taf. 18).

Am Nivellierinstrumente sind drei Achsen zu unterscheiden, und zwar:

Die Vertikalachse xy, das heißt die geometrische Achse des Zapfens Z, um welchen sich der ganze Oberbau dreht, ferner

die **Nullpunkttangente** der **Nivellierlibelle**, das ist T_0 und endlich

die **Visierlinie** vv' oder die **Kollimationsachse**.

Während der Arbeit muß xy vertikal sein, T_0 horizontal und vv' gleichfalls horizontal. T_0 und vv' können dabei parallel sein, sie können sich aber auch kreuzen.

Ad 3. Prüfung und Rektifikation.

Vorbemerkung:

Nach 2 muß die Vertikalachse vor dem Nivellement vertikal gestellt werden. Hierzu wird in der Regel die Nivellierlibelle selbst benutzt. Ihre Nullpunkttangente muß daher normal stehen zur Vertikalachse.[1]) Jener Stand der Elevationsschraube, bei welchem die Nullpunkttangente der Nivellierlibelle normal steht zur Vertikalachse, nennt man den „Markenstand" des Nivellierinstrumentes. Er wird verschiedenartig bezeichnet. Eine allerdings recht primitive Art der Bezeichnung ist bereits besprochen worden. An feineren Instrumenten kann man die Bewegung der Elevationsschraube messen. Die ganzen Umdrehungen werden an einer am Träger T_1 angebrachten Skala, die Bruchteile (Zehntel, Hundertstel und schätzungsweise Tausendstel) an der Peripherie der Schraubenmutter M respektive deren Trommel abgelesen. In solchen Fällen kann der Markenstand durch eine Zahl fixiert werden. Stellt man die Elevationsschraube auf diese Zahl ein, so weiß man, daß xy und T_0 einen rechten Winkel bilden.

Der Markenstand eines Nivellierinstrumentes muß auf seine Richtigkeit geprüft werden, und zwar ist diese Prüfung die erste, die man durchzuführen hat, weil die Achse xy behufs Vornahme der übrigen Prüfungen vertikal gestellt werden muß.

Nach der Prüfung des Markenstandes folgen:

Die Prüfung, ob bei vertikaler Vertikalachse der horizontale Faden im Fadenkreuz wirklich horizontal ist, und

[1]) Um hier den Begriff der Nullpunkttangente festzustellen, denkt man sich die Rotationsachse der Libelle normal gestellt zur Vertikalachse, legt durch die Rotationsachse eine Ebene parallel zur Vertikalachse, schneidet mit ihr die Innenfläche der Libelle, nimmt in dem als Schnitt erhaltenen Meridian, wie seinerzeit, also etwa in der Mitte des Rohres, einen Punkt an, bezeichnet diesen als Nullpunkt und zieht durch denselben eine Tangente an den Schnittmeridian.

die Prüfung, ob die Visierlinie horizontal ist, wen die Vertikalachse vertikal steht und die Libelle einspiel

Die Prüfung des Markenstandes ist mit Rücksicht auf di Vorstudien, welche dem Theodoliten vorangeschickt worden sind eine bekannte Manipulation.

Im Hinblicke auf die vorhin erwähnte letzte Prüfung ist e vorteilhaft, diese Manipulation im Mittelpunkte einer leicht fallender Strecke AB von 100 bis 200^m Länge durchzuführen. Man stellt dort das Stativ meßgerecht, das heißt mit vertikalem Zapfen auf, bringt die Elevationsschraube auf den Markenstand, dreht den Oberbau derart, daß die Nivellierlibelle über eine Stellungslinie zu liegen kommt und bewegt diese, bis die Libelle genau einspielt. Dann dreht man den Oberbau um 180° und beobachtet die Libelle. Spielt sie wieder ein, so ist xy zu T_0 normal, der Markenstand somit richtig. Im Gegenfalle ist die Hälfte des Ausschlages mit der Stellungslinie, die zweite Hälfte mit der Elevationsschraube wegzuschaffen. Dadurch ändert sich der Markenstand. Der neue Markenstand hat aber — wie später hervorgehen wird — einen provisorischen Charakter und heißt daher der „provisorische Markenstand".

Die Prüfung, ob der horizontale Faden bei vertikaler Vertikalachse eine horizontale Lage hat, ist deshalb notwendig, weil man die Ablesungen an der Latte an jeder beliebigen Stelle des Horizontalfadens machen will.

Der Vorgang ist sehr einfach. Man stellt die Vertikalachse mit Hilfe des provisorischen Markenstandes genau vertikal und pointiert einen scharf markierten Punkt. Dann dreht man den Oberbau ein wenig nach beiden Seiten. Bleibt der Horizontalfaden auf dem pointierten Punkte, so ist er wirklich horizontal. Im Gegenfalle muß die fünfte Schraube des Diaphragmas gelüftet, das Fadenkreuz entsprechend gedreht und die erwähnte Schraube wieder angezogen werden.

In vielen Fällen genügt es, die Korrektur der Lage des Horizontalfadens ohne Zuhilfenahme des scharf markierten Punktes vorzunehmen, also nur das freie Auge zu verwenden.

Die Prüfung, ob die Visierlinie horizontal ist, wenn die Vertikalachse vertikal steht und die Libelle einspielt, erfolgt im Prinzipe genau so wie die Prüfung eines Theodoliten für die Zwecke der Vertikalwinkelmessung nach der ersten direkten Methode.

In den Endpunkten der Strecke AB, in deren Mitte sich der Apparat mit vertikal gestellter Vertikalachse befindet, werden also Nivellierlatten aufgestellt und bei genau einspielender Libelle die Lattenhöhen L_A und L_B bestimmt. $L_B - L_A$ ist bekanntlich der richtige Höhenunterschied von A und B. Nun wird der Apparat in der höher gelegenen Station (A) derart aufgestellt, daß die Vertikalachse genau vertikal steht und das Okular ungefähr über A zu liegen kommt. Ist die Visierlinie horizontal, sobald die Libelle einspielt, so wird sie die Latte in B in der Höhe $L_B - L_A + J$ treffen. J ist hierbei die Instrumentenhöhe. Trifft die Visierlinie die in B stehende Latte in einer andern Höhe, so ist sie eben nicht horizontal. Man muß dann die Elevationsschraube so lange drehen, bis die Lattenlesung $=$ ist $L_B - L_A + J$. Dadurch ändert sich der Markenstand und die Libelle spielt nicht mehr ein. Der geänderte Markenstand ist nun der definitive Markenstand und die Libelle wird mit ihrer Rektifizierschraube ϱ zum Einspielen gebracht. Jetzt erst ist der Apparat in Ordnung.

Ad 4. Detailmanipulation.

Um den Höhenunterschied von zwei Terrainpunkten a und b durch Nivellieren zu bestimmen, wird bekanntlich in der Regel das „Nivellieren aus der Mitte“ angewendet. Das Wesen dieser Methode ist bereits angegeben worden und erübrigt daher nur einige Details ins Auge zu fassen.

Sie betreffen in erster Linie das Verhalten beim Instrumente.

Dasselbe wird bekanntlich irgendwo aufgestellt — in der Vertikalebene von a und b oder außerhalb derselben. Die Hauptsache ist, daß man mit den horizontalen Visuren nach den Latten in a und b nicht in den Boden kommt und nicht über die Latten hinwegsieht. Das Stativ ist — besonders bei größeren Instrumenten — separat meßgerecht aufzustellen. Der Zapfen muß hierbei annähernd vertikal stehen, die Füße in den Boden eingedrückt und die Fußschrauben angezogen sein. Dann wird das Instrument mit dem Stativ verbunden, die Elevationsschraube auf den im Instrumenten-

behälter angegebenen Markenstand gestellt, die Vertikalachse m Hilfe der zwei Stellungslinien vertikal gerichtet, das Rohr in di Richtung nach a gebracht und die bekannten optischen Vorbereitunge durchgeführt. Unmittelbar vor der nun folgenden Ablesung ar Horizontalfaden ist der allenfalls vorhandene kleine Ausschlag de Libelle mit Hilfe der Elevationsschraube vollkommen zu beseitiger das heißt die Libelle scharf zum Einspielen zu bringen. Nach de Ablesung auf der Latte in a ist das Rohr in die Richtung nach zu bringen und genau so vorzugehen, um die Ablesung auf der Latt in b zu erhalten. Der Unterschied der beiden Lattenlesungen ent spricht bekanntlich der Höhendifferenz von a und b.

Schlußbemerkungen.

1. Beim Nivellieren ist auf die Beseitigung der Parallaxe ein besonderes Gewicht zu legen.

2. Die vorhergehende Beschreibung der Detailmanipulation setzt Nivellierlatten zum Selbstablesen voraus. Verwendet der Figurant eine Nivellierlatte mit Zielscheibe, so verschiebt er die letztere entsprechend den Zeichen des nivellierenden Geometers derart, daß das Bild ihres Zentrums am Horizontalfaden erscheint und fixiert sie dann mit der hierzu gehörigen Schraube. Dadurch wird der Geometer vom Figuranten respektive dessen Verläßlichkeit abhängig, was einen Nachteil gegenüber den Latten zum Selbstablesen beim Nivellement involviert und sehr viel zu der großen Verbreitung der letzteren beigetragen hat.

Bei der optischen Distanzmessung dagegen sind, wie sich später zeigen wird, die Nivellierlatten zum Selbstablesen nicht so vorteilhaft wie jene mit Zielscheiben.

3. Das beschriebene Nivellierinstrument ist eine überaus häufig vorkommende Type, deren Prüfung jedoch die Aufstellung in zwei Standpunkten bedingt. Das letztere gilt auch von jener Type, als welche der Oberbau des in Fig 168 (Taf. 16) abgebildeten Theodoliten betrachtet werden kann (durchschlagbares Rohr mit einer darauf befestigten Nivellierlibelle).

Es gibt nun Typen, welche aus einem einzigen Standpunkte geprüft werden können.

Die wichtigsten sind:

1. **Nivellierinstrument mit umlegbarem Fernrohr und „Steglibelle“.**

2. **Nivellierinstrument mit umlegbarem Fernrohr und damit verbundener Libelle.**

3. **Nivellierinstrument mit umlegbarem Rohr und umsetzbarer Libelle.**

4. **Nivellierinstrument mit drehbarem Rohr und damit verbundener Reversionslibelle.**

5. **Nivellierinstrument mit durchschlagbarem Rohr und damit verbundener Reversionslibelle.**

6. **Nivellierinstrument mit durchschlagbarem Rohr und umsetzbarer Libelle.**

Nachdem die Achsen dieser Typen dieselben sind wie die der besprochenen Type und die Detailmanipulation für alle Nivellierinstrumente gleich ist, so soll im nachfolgenden bloß die Einrichtung und die Prüfung der sechs Typen erörtert werden.

Ad 1. Nivellierinstrument mit umlegbarem Rohr und „Steglibelle“.

Einrichtung im Wesen (Fig. 186 auf Taf. 18.)

Sie ist jener in Fig. 183 ähnlich, doch ist das Fernrohr mit Ringen r_1 und r_2 versehen und umlegbar, also mit den Trägern nicht verbunden. Infolgedessen müssen die Träger mit einer eigenen Querstange S verbunden sein. Man nennt S den Steg und die in demselben eingebettete Nivellierlibelle die Steglibelle. Die Ringe r_1 und r_2, mit denen das Fernrohr in die Träger eingelegt wird, sind derart konstruiert, daß man das Rohr im Sinne seiner Achse nur ganz unmerklich verschieben kann. Rechts von der Fig. 186 ist die Seitenansicht der Trägers T_2 gezeichnet, und zwar in zwei Varianten, von denen jedoch nur die erste als theoretisch richtig betrachtet werden kann. Die Fernrohrlage heißt normal, wenn das Okular über der Elevationsschraube liegt, verkehrt, wenn sich das Objektiv über ihr befindet. In Fig. 186 ist die Fernrohrlage normal. In den folgenden Ausführungen wird vorausgesetzt, daß man zum Nivellieren stets die normale Fernrohrlage verwendet.

Prüfung des Apparates.

Sie besteht bei der Type 1 und bei den folgenden zwei Typen aus vier Punkten, und zwar:

a) Prüfung des Markenstandes;

b) Prüfung, ob die Visierlinie mit der Ringachse zusammenfällt;

c) Untersuchung, ob der Horizontalfaden bei vertikaler Vertikalachse und in einer ganz bestimmten und fixierbaren Stellung des Rohres horizontal ist;

d) Prüfung, ob die Visierlinie in normaler Fernrohrlage horizontal ist, wenn die Vertikalachse vertikal steht und die Libelle einspielt.

Ad *a*) Über den Begriff und die Prüfung des Markenstandes ist mit Rücksicht auf die das Nivellierinstrument mit festem Rohr betreffende Abhandlung nichts mehr zu sagen. Auch hier ist der etwa korrigierte Markenstand zunächst als provisorisch zu betrachten.

Ad *b*) Vorbemerkung: Die Ringe r_1 und r_2 (Fig. 187 auf Taf. 18), mit denen das Fernrohr der Typen 1—3 in die Träger gelegt wird, sind aus hartem Metall, genau zylindrisch gedreht und sollen gleiche Halbmesser haben. Ihre geometrischen Achsen m_1 n_1 und m_2 n_2 liegen in derselben Geraden und heißt diese Gerade die Ringachse. Sie soll mit der Visierlinie zusammenfallen. Diese ist bekanntlich bestimmt durch den optischen Mittelpunkt der Objektivlinse (o) und durch den Kreuzungspunkt der zwei Hauptfäden (F). Der Punkt o wird schon vom Mechaniker mit genügender Genauigkeit in die Ringachse gestellt und ist fix. Der Punkt F dagegen ist verstellbar und auf die Richtigkeit seiner Lage zu prüfen.

Das einschlägige Verfahren besteht darin, daß man zunächst den horizontalen und dann den vertikalen Faden untersucht, das heißt prüft, ob diese Fäden die Ringachse schneiden.

Um zu prüfen, ob der Horizontalfaden, welcher in der Zeichnung mit F zusammenfällt, die Ringachse schneidet, stellt man denselben auf eine runde Lesung a der Nivellierlatte N scharf ein und dreht dann das Rohr um seine Achse um 180°. Bleibt der Faden auf a, so schneidet er die Ringachse; im Gegenfalle, das heißt, wenn eine andere Ablesung (b) zum Vorschein kommt, hat man den Faden, dessen Projektion nach der Drehung mit F' bezeichnet erscheint, auf das arithmetische Mittel der Ablesungen, das heißt auf c zu stellen.

In ganz gleicher Weise wird der Vertikalfaden geprüft und

eventuell korrigiert, die Nivellierlatte aber in horizontaler Lage benutzt.

Das Richtigstellen der Fäden respektive ihres Kreuzungspunktes heißt **das Zentrieren der Visierlinie oder des Rohres.**

Stellt man ein gut zentriertes Rohr auf einen scharf markierten Punkt ein und dreht man dasselbe um seine Achse, so wird es stets auf diesen Punkt gerichtet bleiben, das heißt der Punkt wird sich vom Fadenkreuzungspunkte nicht entfernen.

Ad *c*) Vorbemerkung: Das Rohr des in Rede stehenden Nivellierinstrumentes ist um seine Achse drehbar. Infolgedessen ist für eine Fixierung jener Rohrstellung Vorsorge getroffen, in welcher der horizontale Faden bei vertikal gestellter Vertikalachse genau horizontal ist. Das Rohr ist hierzu mit einem kleinen zur Rohrachse normal stehenden Zapfen versehen, welcher **Anschlagzapfen** genannt wird. Sobald dieser Zapfen an einen Stift, der am Träger angebracht ist und **Anschlagstift** genannt wird, anschlägt, ist der horizontale Faden bei vertikal stehender Vertikalachse horizontal. Die besprochene Fixiervorrichtung ist in der Fig. 188 auf Taf. 18 skizziert. z ist der Anschlagzapfen, s der Anschlagstift und v ein Vorsprung auf dem Träger T_1, in welchen der Anschlagstift eingeschraubt wird.

Die Prüfung der Fadenstellung wird genau so durchgeführt, wie dies für das Nivellierinstrument mit festem Fernrohr und fester Libelle besprochen wurde. Zeigt sich ein Fehler, das heißt ist bei vertikal gestellter Vertikalachse und vorhandenem Kontakt von Anschlagzapfen und Anschlagstift der horizontale Faden nicht horizontal, so korrigiert man die Fadenstellung mit dem Anschlagstifte, der entsprechend angezogen oder gelüftet wird. Sowohl bei der Type 1 als auch bei den Typen 2 und 3 sind je zwei Anschlagstifte vorhanden (der zweite am Träger T_2), um in jeder Fernrohrlage mit horizontalem Faden visieren zu können.

Ad *d*) Die Prüfung, ob die Visierlinie in normaler Fernrohrlage, bei vertikal stehender Vertikalachse und einspielender Libelle horizontal ist, wird — wenn man weiß, daß die Ringe r_1 und r_2 gleiche Halbmesser haben, aber nur dann — **aus einem Standpunkte** durchgeführt, und zwar in folgender Weise:

Man richtet das Fernrohr bei genau vertikal gestellter Vertikalachse und genau einspielender Libelle in normaler Fernrohrlage

auf eine 40 bis 50 Schritte entfernte Nivellierlatte und macht die Ablesung a. Dann legt man das Rohr verkehrt ein, dreht den Oberbau um 180°, bringt den allenfalls zum Vorscheine kommenden kleinen Libellenausschlag mit der Elevationsschraube weg, visiert wieder nach der Nivellierlatte und liest. Ergibt sich wieder a, so ist die horizontale Lage von $\nu\nu'$ bei einspielender Libelle erwiesen. Im Gegenfalle, das heißt, wenn man eine von a verschiedene Ablesung z. B. b, erhält, entspricht das arithmetische Mittel von a und b dem richtigen Horizonte. Das Rohr wird dann wieder normal eingelegt und mit der Elevationsschraube so gerichtet, daß die Visur durch $\frac{a+b}{2}$ geht. Dadurch ist die Visur horizontal geworden, aber der Markenstand hat sich geändert und die Libelle spielt nicht mehr ein. Der geänderte Markenstand ist nun als definitiv anzusehen und der Ausschlag der Libelle mit ihrer eigenen Rektifizierschraube wegzuschaffen.[1])

Weiß man, daß die Halbmesser der Ringe r_1 und r_2 ungleich sind, so ist die Prüfung d genau so vorzunehmen, als wären Träger, Rohr und Libelle miteinander fest verbunden, in welchem Falle bekanntlich zwei Standpunkte notwendig sind.

Ist man über die Halbmesser der Ringe im unklaren, so erscheint es am zweckmäßigsten, in folgender Weise vorzugehen:

Man stellt sich mit dem Instrumente im Mittelpunkte einer leicht fallenden Strecke AB von 80—100 Schritten Länge auf, führt die Prüfungen a, b, c durch und bestimmt zuletzt das Gefälle von AB, das ist $G_{A,B}$ durch „Nivellieren aus der Mitte" in bekannter Weise. Dann stellt man sich mit dem Apparate im höher gelegenen Punkte A derart auf, daß das Okular ungefähr über A zu liegen kommt und richtet die Vertikalachse mit Hilfe des provisorischen Markenstandes und der Nivellierlibelle genau vertikal. Hierauf richtet man die Visur in normaler und in verkehrter Fernrohrlage nach der in B stehenden Latte. Es können sich nun drei Fälle ergeben, und zwar: 1. die den zwei Visuren entsprechenden Ablesungen a und b sind gleich, und zwar gleich dem Werte $G_{A,B} + J$, wobei J die in

[1]) Um die Richtigkeit des angegebenen Verfahrens einzusehen, braucht man nur daran zu denken, daß die Visierlinie des Fernrohres in verkehrter Lage mit jener in normaler Lage bei gleich großen Ringhalbmessern vollkommen zusammenfällt.

bekannter Weise ermittelte Instrumentenhöhe bedeutet; 2. die Ablesungen a und b sind nicht gleich, aber a um x größer, b um x kleiner wie $G_{A,B} + J$; 3. die Ablesungen a und b sind verschieden, die unter 2. angeführte Beziehung existiert aber nicht.

Man kann nun schließen:

Im Falle 1 sind die Ringhalbmesser gleich, die Visierlinie bei einspielender Libelle horizontal und der provisorische Markenstand gleich dem definitiven.

Im Falle 2 sind die Ringhalbmesser ebenfalls gleich, die Visierlinie bei einspielender Libelle aber nicht horizontal.

In diesem Falle wird das Rohr normal eingelegt, die Visierlinie mit der Elevationsschraube auf $\frac{a+b}{2}$, das ist $G_{A,B} + J$ gerichtet, der neue Markenstand als definitiv bezeichnet und die Libelle mit ihrem Rektifizierschräubchen genau zum Einspielen gebracht. Von nun ab, das heißt sobald die Gleichheit der Ringhalbmesser erwiesen ist, braucht man behufs Prüfung des Instrumentes nur einen Standpunkt.

Im Falle 3 sind die Ringhalbmesser ungleich; man kann das Instrument durch Richten der Visierlinie auf die Lesung $G_{A,B} + J$ wohl gleich rektifizieren, muß aber sonst zwei Standpunkte verwenden.

Ad 2. **Nivellierinstrument mit umlegbarem Fernrohr und damit fest verbundener Libelle.**

Die Einrichtung ist im Wesen aus der Fig. 189 auf Taf. 18 zu ersehen.

Auch hier ist natürlich ein Steg S notwendig. Die Libelle ist entweder unten angebracht — wie in der vorliegenden Figur — oder auch oben.

Die Prüfung umfaßt vier Punkte, und zwar:

a) Prüfung des Markenstandes[1];

---

[1]) Der Markenstand ist wieder derjenige Stand der Elevationsschraube, bei welchem die Nullpunkttangente der Libelle normal ist zur Vertikalachse. Um hier und bei den folgenden Typen der Nivellierinstrumente zum Begriffe der Nullpunkttangente zu gelangen, geht man genau so vor, wie dies auf S. 139 besprochen wurde. Rohr, Libelle und Vertikalachse muß man sich jedoch in jener gegenseitigen Beziehung vorstellen, in welcher sie sich während der Nivellierarbeit selbst befinden müssen.

b) Prüfung, ob Visierlinie und Ringachse zusammenfallen;

c) Prüfung, ob bei vertikal stehender Vertikalachse und Fixierung der Rohrlage durch Anschlagzapfen und Anschlagstift der horizontale Faden wirklich horizontal ist, und zwar in normaler und verkehrter Fernrohrlage;

d) Prüfung ob die Visierlinie des normal eingelegten Fernrohres bei vertikal stehender Vertikalachse, horizontal gestelltem Horizontalfaden und einspielender Libelle horizontal ist.

Die Prüfungen *a*, *b* und *c* werden genau so durchgeführt wie bei der Type 1.[1]) Die Prüfung *d* wird auf zweifache Art vorgenommen — je nachdem die Ringhalbmesser des Fernrohres gleich sind oder nicht.

Die erste Methode basiert auf der Gleichheit der Ringhalbmesser und ist im Wesen von der Type 1 her schon bekannt. Man stellt die Vertikalachse mit Hilfe der Libelle und des provisorischen Markenstandes genau vertikal, pointiert in normaler Fernrohrlage und mit genau horizontal gestelltem Horizontalfaden eine 80 bis 100 Schritte entfernte Nivellierlatte zum Selbstablesen und liest *a*. Hierauf legt man Fernrohr und Libelle um, dreht den Oberbau um 180° und pointiert die Nivellierlatte zum zweitenmal.

Ist die zweite Ablesung (*b*) gleich der ersten, so war die Visierlinie in ihrer ersten Stellung, das heißt in normaler Fernrohrlage, bei einspielender Libelle und horizontal gestelltem Horizontalfaden, wirklich horizontal.

Ist dagegen *b* nicht $= a$, so entspricht das arithmetische Mittel *c* dem richtigen Horizonte. Man legt dann das Fernrohr normal ein, dreht es um die Ringachse bis der Anschlagzapfen den entsprechenden Anschlagstift berührt, richtet die Visur mit der Elevationsschraube auf *c*, notiert den neuen, nun definitiven Markenstand und bringt

[1]) Wenn das normal eingelegte Fernrohr bei der Prüfung *c* um seine Achse gedreht werden muß, dann wird die Libelle vielleicht nicht mehr genau einspielen. Offenbar wird dies dann der Fall sein, wenn sich Ringachse und Nullpunkttangente kreuzen. Der kleine Ausschlag ist nun mit der Elevationsschraube zu beseitigen. Dadurch wird der provisorische Markenstand eine kleine Änderung erfahren, die natürlich nur dann notiert zu werden braucht, wenn das Instrument noch in einer zweiten Station aufgestellt werden muß.

die Libelle mit dem vertikal wirkenden Rektifizierschräubchen zum Einspielen.

Weiß man, daß die Halbmesser der Ringe r_1 und r_2 ungleich sind, so besteht die Prüfung *d* nicht mehr in der Untersuchung, ob die Visierlinie des normal eingelegten Rohres bei vertikal stehender Vertikalachse, einspielender Libelle und horizontal gestelltem Horizontalfaden horizontal ist, sondern in der Untersuchung, ob die Nullpunkttangente der Libelle also T_0 parallel ist zur Visierlinie vv'.

Diese Untersuchung wird durch das sogenannte „Wiegen" der mit Fernrohr verbundenen Libelle vorgenommen. Ihr Wesen ergibt sich aus der folgenden auf die Fig. 190 auf Taf. 18 gestützten Erwägung:

vv' ist die Ringachse respektive Visierlinie des Fernrohres und liegt in der vertikal gedachten Zeichenebene.

T_0 ist die Nullpunkttangente der Libelle in horizontaler Lage respektive deren orthogonale Projektion auf die Zeichenebene.

Wenn T_0 und vv' zwei sich kreuzende Gerade sind, das linke Ende von T_0 also z. B. vor der Zeichenebene, das rechte dagegen hinter derselben liegt und man dreht T_0 um vv' nach vorn und rückwärts, so wird sich die Luftblase der Libelle offenbar nach rechts respektive links, das heißt nach zwei verschiedenen Seiten bewegen.

Ganz dasselbe wird stattfinden, wenn sich T_0 und vv' wohl schneiden, T_0 aber vor der Zeichenebene liegt, so daß die Ebene, welche man durch vv' und T_0 legen kann, eine schräge Lage im Raume hat.

Liegt aber T_0 in der — bekanntlich vertikal gedachten — Zeichenebene, so wird sich die Luftblase während der vorhin erwähnten Drehung immer nach rechts bewegen beziehungsweise nach jener Seite, auf welcher sich der Schnittpunkt von T_0 und vv' befindet.

Wenn T_0 und vv' parallel, mit Rücksicht auf die horizontale Lage von T_0 also auch horizontal sind, dann wird sich die Luftblase überhaupt nicht bewegen.

Man benutzt die angeführten Tatsachen, um nach erfolgter Horizontalstellung von T_0 die parallele Lage von T_0 und vv' zu prüfen und — wenn eine solche nicht festgestellt wird — um die zwei in Rede stehenden Geraden zunächst in eine vertikale Ebene zu bringen und dann parallel beziehungsweise horizontal zu stellen.

Hierzu verwendet man außer der Elevationsschraube und dem bekannten vertikal wirkenden Rektifizierschräubchen der Libelle zwei besondere Schräubchen an einem ihrer Enden, welche eine kleine Verstellung des Libellenrohres im horizontalen Sinne ermöglichen.

Das „Wiegen" der Libelle, welches also bei vorhandener Ungleichheit der Ringhalbmesser angewendet werden kann, ist — wie schließlich bemerkt werden muß — nur dann möglich, wenn der Anschlagzapfen temporär entfernt wird. Es ist dann auch zweckmäßiger zuerst die Prüfung *d* und dann die Prüfung *c* vorzunehmen.

Ist man über die Halbmesser der Ringe r_1 und r_2 im unklaren, so geht man genau so vor wie bei der Type 1. Ergibt sich, daß die Ringe ungleich sind, so kann man die Prüfung *d* und die allenfalls notwendige Berichtigung noch immer mit Hilfe einer einzigen Station vornehmen, was bei der Type 1 eben nicht der Fall ist. Allerdings fordert die Prüfung und Rektifikation mit Hilfe des Wiegens eine ganz besondere Aufmerksamkeit, Geduld und Geschicklichkeit, ist äußerst schwer genügend scharf auszuführen und kann daher der Verwendung von zwei Stationen gegenüber nicht besonders empfohlen werden.

Ad 3. **Nivellierinstrument mit umlegbarem Fernrohr und darauf umsetzbarer Libelle.**

Die Einrichtung dieses Instrumentes unterscheidet sich nur wenig von jener der Type 2. Die Libelle — früher mit dem Fernrohr fest verbunden — ist hier umsetzbar, das heißt man kann sie leicht losmachen, verkehrt aufsetzen und wieder festmachen. Ihre Träger sind zu diesem Behufe nach unten zu genau so geformt wie die Träger umlegbarer Fernrohre nach oben zu (Fig. 186 auf Taf. 18). Man bezeichnet eine solche Libelle als Reiterlibelle. Fig. 191 auf Taf. 18 ist eine schematische Skizze der in Rede stehenden Type mit Reiterlibelle, Fig. 192 auf Taf. 18 eine Skizze, aus welcher hervorgeht, in welcher Weise die auf dem Fernrohr sitzende Libelle mit dem Fernrohr temporär verbunden wird.

T_1 ist einer der Fernrohrträger, F das Fernrohr, L die Libelle, S eine Spange, C ihr Scharnier, σ ein Stift am Fernrohrträger, σ' das hierzu gehörige Loch in der Spange, s ein Stift am Träger der Libelle und s' der hierzu gehörige Ausschnitt in der Spange. Wird die Spange nach rechts gedreht und mit σ' auf σ geschoben,

so verbindet sie das Rohr mit dem Träger T_1 und das Ende der Libelle mit dem Rohr. Eine zweite ganz gleiche Spange ist auf dem Träger T_2 angebracht. Beide Spangen fixieren die Beziehung der Libelle zum Rohr, wenn die Libelle stets in gleicher Weise — man sagt „normal" — aufgesetzt wird, also z. B. derart, daß sich die horizontal wirkenden Rektifizierschräubchen stets beim Okular befinden. Bei vertikal gestellter Vertikalachse und einspielender Libelle ist dann auch die Beziehung des Rohres zum Horizont immer die gleiche.

Die Prüfung der Type 3 umfaßt:

a) Die Prüfung des Markenstandes;

b) die Prüfung, ob die Visierlinie zentriert ist;

c) die Prüfung, ob bei vertikal stehender Vertikalachse und Fixierung der Rohrlage durch Anschlagzapfen und Anschlagstift der horizontale Faden wirklich horizontal ist, und zwar in beiden Fernrohrlagen;

d) die Prüfung, ob die Visierlinie horizontal ist, wenn die Vertikalachse vertikal steht, die Libelle einspielt und Fernrohr und Libelle normal liegen.

Über die Prüfungen *a*), *b*) und *c*) ist mit Rücksicht auf die Type 2 nichts mehr zu sagen.

Die Prüfung *d*) wird ebenfalls genau so durchgeführt, wie dies bei der Type 2 besprochen wurde. Zu bemerken ist nur, daß die Fernrohrlage und die Lage der Libelle während der Prüfung stets „normal" sein müssen, sobald Fernrohr und Libelle zusammen in Verwendung treten. Dasselbe gilt auch, wenn mit dem geprüften Instrumente nivelliert wird.

Schlußbemerkung zu den Typen 2 und 3.

Sowohl bei der Type 2 als auch bei der Type 3 kann man die Prüfung *d*) — gleiche Ringhalbmesser vorausgesetzt — durch Umsetzen von Rohr und Libelle respektive der Libelle allein vornehmen. Der Vorgang ist im Wesen der Prüfung und Berichtigung einer Meßtischlibelle vollkommen gleich. Doch ist die Beurteilung des richtigen Libellenausschlages nach dem Umsetzen um 180° nicht leicht und die angedeutete Methode aus diesem Grunde nicht zu empfehlen.

Ad 4. **Nivellierinstrument mit drehbarem Fernrohr und damit verbundener Reversionslibelle.**

Vorbemerkungen.

Statt der gewöhnlichen Röhrenlibellen findet man in neuerer Zeit sehr häufig sogenannte Doppellibellen oder auch Reversionslibellen. Es sind das Libellen mit zwei Ausschnitten, einem oberen und einem unteren (Fig. 193, Taf. 18).

Solche Libellen haben zwei Nullpunkte und zwei Nullpunkttangenten, welche genau parallel sein müssen. Fig. 194 auf Taf. 18 dient zur Erläuterung des eben Gesagten, ist aber bloß eine schematische Zeichnung.

Die Einrichtung der Type 4, auf deren Behandlung nun eingegangen werden soll, ist im Wesen aus der Fig. 195 auf Taf. 19 zu ersehen. Die Reversionslibelle liegt hier links vom Fernrohr. Dasselbe bleibt stets in der normalen Lage und läßt sich um die Ringachse drehen. Nach einer Verdrehung um 180° kommt dann die Reversionslibelle auf die rechte Seite zu liegen. Zur Vertikalstellung der Vertikalachse ist auf der Alhidade eine Dosenlibelle angebracht, die schon vom Mechaniker zur Vertikalachse richtiggestellt wird, so daß die Notwendigkeit, einen Markenstand zu bestimmen, ganz wegfällt.

Die Prüfung des Apparates besteht mithin in der Untersuchung, ob die Visierlinie mit der Ringachse zusammenfällt, in der Prüfung der Anschlagstifte[1]) und in der Untersuchung, ob die Visierlinie bei vertikal stehender Vertikalachse, horizontal gestelltem Horizontalfaden und einspielender Libelle horizontal ist.

Über die ersten zwei Prüfungen ist nichts Besonderes zu sagen. Die dritte Prüfung dagegen wird in einer ganz eigentümlichen und äußerst einfachen Weise vorgenommen. Sie soll auf Grund der Fig. 196 auf Taf. 19 besprochen werden.

In derselben ist $\nu\nu'$ die in der vertikal gedachten Zeichenebene liegende Visierlinie und T_0 eine Gerade, welche als Ersatz der

---

[1]) Es gibt hier zwei Anschlagstifte am Träger T_1. Der eine kommt zur Verwendung, wenn die Reversionslibelle links vom Fernrohr liegt, der andere, wenn sie sich auf der rechten Seite des Fernrohres befindet.

zwei parallelen Nullpunkttangenten der Doppellibelle betrachtet werden kann in ihrer Projektion auf die Zeichenebene.

Vorgang: Man bringt die Libelle mit Hilfe der Elevationsschraube zum Einspielen, stellt also T_0 horizontal und pointiert mit der Visierlinie eine Nivellierlatte N. Es ergibt sich eine Ablesung a. Nun dreht man das Rohr um die Ringachse um 180°, so daß die Libelle, welche vorhin links lag, auf die rechte Seite des Fernrohres zu liegen kommt. Dadurch kommt die Nullpunkttangente T_0 in die Stellung (T_0). Wenn $\nu\nu'$, welches — in der Zeichnung — zu T_0 parallel, also horizontal sein soll, mit T_0 den Winkel α bildet, so wird (T_0) mit T_0 oder mit dem Horizont den Winkel 2α bilden, das heißt die Libelle wird in der gedrehten Stellung einen Ausschlag zeigen. Bewegt man nun die Elevationsschraube so lange, bis (T_0) horizontal wird, bis also der ganze Ausschlag verschwindet, so kommt $\nu\nu'$, welches vorhin unter Winkel α zu hoch gegangen ist, unter Winkel α zu tief zu liegen und liefert eine Ablesung b, die vom richtigen Horizont nach abwärts ebensoweit absteht wie a nach aufwärts. Das arithmetische Mittel von a und b, das ist c, entspricht somit dem richtigen Horizonte. Die Visur wird nun mit Hilfe der Elevationsschraube auf c gerichtet und der sich ergebende Libellenausschlag mit der Rektifizierschraube der Libelle weggeschafft. Jetzt — wo die Visierlinie, also auch die Ringachse, horizontal ist — wird die Reversionslibelle in beiden Stellungen, das heißt links und rechts vom Fernrohr, einspielen. Zu bemerken ist schließlich noch, daß die beschriebene Prüfungs- und Berichtigungsmethode eine Gleichheit der Ringhalbmesser nicht voraussetzt, weil das Rohr, wie bereits erwähnt wurde, nie aus den Lagern gehoben und umgelegt, sondern in denselben nur gedreht wird.

Die überaus einfache Art mit Hilfe des in Rede stehenden Nivellierinstrumentes einen Punkt des richtigen Horizontes zu bestimmen, führt naturgemäß zu der Idee mit dem ungeprüften Instrumente zu nivellieren. Man geht hierbei so vor wie bei der Prüfung, das heißt man bildet, um zur richtigen Lattenlesung zu gelangen, aus zwei falschen Lattenlesungen das arithmetische Mittel. Eine dieser Lesungen macht man, wenn die Libelle links, die andere, wenn sie rechts vom Rohre liegt, wobei sie jedesmal mit Hilfe der Elevationsschraube genau zum Einspielen gebracht wird.

Ad 5. **Nivellierinstrument mit durchschlagbarem Fernrohr und damit verbundener Reversionslibelle.**

Diese Type ist in Verbindung mit der Waldbussole in Fig. 197 auf Taf. 19 dargestellt. Da hier die Vertikalachse des Instrumentes mit Hilfe von zwei Kreuzlibellen vertikal gerichtet wird, so entfällt die Notwendigkeit der Bestimmung respektive Prüfung des Markenstandes. Endlich gibt es hier keine Ringe und daher auch keine Zentrierung des Rohres. So gestaltet sich denn die Prüfung des Apparates in folgender einfachen Weise:

a) Prüfung der Kreuzlibellen;

b) Prüfung, ob bei vertikal gestellter Vertikalachse der horizontale Hauptfaden horizontal ist und

c) Prüfung, ob die Visierlinie bei vertikal gestellter Vertikalachse und einspielender Reversionslibelle horizontal ist.

Die Prüfungen *a*) und *b*) sind bekannt.

Die Prüfung *c*) wird hier in folgender Art durchgeführt:

Man pointiert bei vertikal gestellter Vertikalachse und genau einspielender Libelle in normaler Fernrohrlage eine Nivellierlatte N und macht die Ablesung a. Dann wird das Rohr durchgeschlagen, der Oberbau um 180° gedreht, die Reversionslibelle mit Hilfe des zum Fernrohr gehörigen Mikrometerwerkes wieder genau zum Einspielen gebracht, die Nivellierlatte pointiert und b gelesen. Ist $b = a$, so kann man die Visierlinie und die parallelen Nullpunkttangenten der Libelle in der Projektion auf die zur Horizontalachse normal gedachte Zeichenebene als horizontale Gerade betrachten oder die Visierlinie als horizontal, wenn die Libelle einspielt und die Vertikalachse vertikal steht.

Im Gegenfalle ist $c = \frac{a + b}{2}$ die dem richtigen Horizont entsprechende Ablesung, auf die das Rohr in normaler Lage zu richten ist. Natürlich wird jetzt die Libelle nicht mehr einspielen und mit Hilfe ihrer Rektifizierschraube korrigiert werden müssen. Die Richtigkeit des Gesagten ergibt sich aus der Fig. 198 auf Taf. 19.

$\nu\nu'$ ist die Visierlinie in normaler Fernrohrlage bei einspielender Libelle gerichtet nach der Latte N (ν ist das Okular und ν' das Objektiv). $(\nu)(\nu')$ ist die Visierlinie des durchgeschlagenen

Fernrohres bei einspielender Libelle. Sie fällt mit $\nu\nu'$ zusammen, ist aber verkehrt gerichtet, das heißt (ν) ist das Okular und (ν') das Objektiv.

($\bar{\nu}$)($\bar{\nu}'$) ist die Visierlinie des durchgeschlagenen Rohres nach erfolgter Drehung des Oberbaues um 180° und bei einspielender Libelle. ($\bar{\nu}$) ist das Okular, ($\bar{\nu}'$) das Objektiv. Man sieht, daß die Visierlinien nach der Latte N immer den Winkel α mit dem Horizont bilden. Die normale Visur geht aber um α nach aufwärts, die verkehrte um α nach abwärts, woraus sofort folgt, daß das arithmetische Mittel der Ablesungen a und b dem richtigen Horizont entspricht.

Die Prüfung der eben besprochenen Type stellt sich als die einfachste aller Prüfungen dar und abstrahiert vollkommen von der in der Gleichheit der Ringhalbmesser gelegenen Subtilität, weshalb das Nivellierinstrument mit durchschlagbarem Rohr und damit verbundener Reversionslibelle sehr empfohlen werden kann.

Ad 6. **Nivellierinstrument mit durchschlagbarem Fernrohr und Reiterlibelle** (Fig. 199 auf Taf. 19).

Diese Type ist in der Regel ein Bestandteil des einfachen Theodoliten. Die Reiterlibelle sitzt auf zwei Ringen des Rohres auf und wird mit demselben in normaler und verkehrter Fernrohrlage in gleicher Weise verbunden (z. B. derart, daß die Horizontalschräubchen stets beim Okular liegen).

Sie muß zunächst durch „Wiegen" und Verwendung ihrer Rektifizierschräubchen derart gestellt werden, daß ihre Nullpunkttangente parallel ist zur Ringachse. Die Ringe sind nur wegen der Reiterlibelle da. Eine Zentrierung der Visierlinie gibt es hier, wie bei der Type 5, nicht.

Die Prüfung des Instrumentes gestaltet sich — sobald man dasselbe nur als Nivellierinstrument verwenden will — in folgender Weise:

a) Prüfung der Kreuzlibellen;

b) Prüfung, ob bei vertikal gestellter Vertikalachse der horizontale Hauptfaden wirklich horizontal ist;

c) Prüfung, ob die Visierlinie horizontal ist, wenn die Vertikalachse vertikal steht und die Libelle bei normaler Fernrohrlage einspielt.

Die Prüfungen *a*) und *b*) sind bekannt.

Die Prüfung *c*) wird hier in ähnlicher Weise durchgeführt wie bei der Type 5.

Man pointiert bei vertikal stehender Vertikalachse und genau einspielender Libelle in normaler Fernrohrlage eine Nivellierlatte N und macht die Ablesung *a*. Dann wird die Libelle abgehoben, das Rohr durchgeschlagen und die Libelle wie früher auf das verkehrte Rohr aufgesetzt, das heißt derart, daß sich die Horizontalschräubchen der Libelle wieder beim Okular befinden. Bringt man sie jetzt mit dem entsprechenden Mikrometerwerke am Träger des Theodoliten zum Einspielen, so hat die Ringachse dieselbe Lage wie früher, das heißt sie ist horizontal. Die Visierlinie der verkehrten Fernrohrlage endlich fällt mit jener der normalen zusammen. Man steht somit vor demselben Falle wie früher bei der Type 5, das heißt die Verwendung der umsetzbaren Reiterlibelle hat dieselbe Wirkung, wie die Verwendung der mit dem Rohr starr verbundenen Reversionslibelle. Der weitere Vorgang ist demzufolge auch gleich dem bei der Type 5 beobachteten. Man wird also den Oberbau um 180° drehen, die Reiterlibelle mit dem Mikrometerwerke am Träger genau zum Einspielen bringen, die Nivellierlatte zum zweitenmal pointieren und b lesen. Ist $b = a$, so kann man die Visierlinie als horizontal betrachten.

Im Gegenfalle ist wieder $c = \frac{a+b}{2}$ die dem Horizont der Horizontalachse entsprechende Ablesung, auf welche die Visur in normaler Fernrohrlage zu richten ist, jedoch so, daß man das Rohr in die normale Lage dreht, den Oberbau um 180° wendet, die richtig aufgesetzte Libelle mit dem Mikrometerwerke rechts genau zum Einspielen bringt und den Horizontalfaden durch Verschiebung des Diaphragmas auf $c = \frac{a+b}{2}$ stellt.

Schlußbemerkungen.

1. Die besprochenen Methoden, Nivellierinstrumente auf die horizontale Lage der Visierlinie zu prüfen, sind strenge, das heißt mathematisch genommen nicht ganz einwandfrei. Sie basieren zunächst auf gewissen instrumentalen Bedingungen, welche niemals vollkommen erfüllt erscheinen. So wird z. B. stets eine vollkommen geradlinige Verschiebung des Okularrohres vorausgesetzt, dann

sollen bei den Typen 1, 2, 3, 4 und 6 die Ringe genau kreisrund sein und die optischen Mittelpunkte der Objektivlinsen in den Ringachsen liegen. Bei der Type 5 soll die Visierlinie die Horizontalachse schneiden usw. Alles dies trifft — wie bereits erwähnt wurde — niemals vollkommen zu, gewöhnlich jedoch soweit, daß aus den Unvollkommenheiten keine wahrnehmbaren Folgen erwachsen.

Auch in den Methoden selbst liegen kleine Mängel, so in den Methoden für die Typen 1, 2 und 3 bei Voraussetzung gleicher Ringe und in der Methode für die Type 4. Die Ablesung $c = \frac{a+b}{2}$ entspricht nämlich dem Horizont des Schnittpunktes jener zwei Visierlinien, welche bei der Prüfung in Betracht kommen. Die Einstellung des Fernrohres auf diese Lesung erfolgt aber mit Rücksicht auf die Lage der Horizontalachse derart, daß die Visierlinie niemals scharf in diesen Horizont fallen kann. Doch ist auch dieser Fehler höchst unbedeutend und vermag die Verwendbarkeit der in Rede stehenden Methoden nicht wesentlich herabzumindern.

2. Einige der eben besprochenen Methoden, Visierlinien mit Libellen horizontal zu stellen, finden auch dann Anwendung, wenn es sich darum handelt, Theodolite mit Höhenkreisen für die Zwecke der Vertikalwinkelmessung nach der ersten und zweiten direkten Methode herzurichten.

Im ersten Falle wird die Horizontalstellung der Visierlinie bei genau vertikal gestellter Vertikalachse durchgeführt und die Indexlinie der zwei Nonien mit der Linie 0, 0 des Höhenkreises zur Koinzidenz gebracht.[1])

Ist ein Noniuskreuz und eine Noniuskreuzlibelle vorhanden, so wird die Visierlinie horizontal gerichtet, die Noniuskreuzlibelle durch Drehung des Noniuskreuzes zum Einspielen gebracht und die Indexlinie der zwei Nonien so gestellt wie früher.

Mißt man die Vertikalwinkel mit einem Apparate der ersten Art, so muß die Vertikalachse im Sinne der Winkelebene genau vertikal gerichtet werden; verwendet man dagegen einen Theodoliten

[1]) Es ist hier am zweckmäßigsten, den Höhenkreis durch einen Durchmesser 0, 0 in zwei Halbkreise zu zerlegen und die Teilungen dieser Halbkreise von den beiden Nullpunkten an bis 90° zu nummerieren (Fig. 200, Taf. 19). Der Höhenkreisdurchmesser 0, 0 muß bei horizontaler Lage des Rohres annähernd horizontal sein.

mit Noniuskreuz, so braucht man die Vertikalachse im Sinne der Winkelebene nicht so genau vertikal zu richten, sondern nur darauf zu sehen, daß die Noniuskreuzlibelle genau einspielt.

In jedem der zwei Fälle dient also die Nivellierlibelle nur einmal zur Horizontalstellung der Visierlinie und wird dann — für die Vertikalwinkelmessung wenigstens — außer Aktion gesetzt.

Etwas anders verhält es sich, wenn der Theodolit zur Bestimmung von Vertikalwinkeln nach der zweiten direkten Methode hergerichtet werden soll. Hier wird die Visierlinie mit der vorhandenen Nivellierlibelle nach einer der bekannten Methoden horizontal gerichtet und die Nivellierlibelle mit ihrer Rektifikationsschraube zum Einspielen gebracht.

Bei der Vertikalwinkelmessung selbst muß dann die Nivellierlibelle in der Winkelebene mit Hilfe des Mikrometerwerkes am Träger zum Einspielen gebracht werden. Die Vertikalachse braucht auch hier — im Sinne der Winkelebene wenigstens — nicht genau vertikal zu stehen. Die Numerierung der Kreisteilung soll von 0 bis 360° laufen und jener Strich der Teilung mit Null bezeichnet werden, der bei horizontaler Lage des Fernrohres oben liegt.

Die Pendelinstrumente.

Das wichtigste rührt von Bohse her. Seine Konstruktion ist aus der Fig. 201 auf Taf. 19 ersichtlich und kann als typisch gelten.

S ist ein Stab, ähnlich einem Kettenstab, jedoch länger. *R* ist ein Messingrahmen, der sich mittels des Hakens *H* auf den Stab *S* aufhängen läßt und unten mit einem Gewichte *G* versehen ist, um immer gleich und möglichst ruhig zu hängen. *A* ist ein rechteckiger schmaler Ausschnitt im linken Teil des Rahmens. Er dient als Führung für ein Gleitstück *G'*, welches links vom Rahmen umgeklappt und darunter in horizontaler Projektion dargestellt ist. Dieses Gleitstück läßt sich in vertikalem Sinne beliebig verschieben und sperren. Es ist mit einem Schauloch (Okular) versehen und außerdem mit zwei gleichen Nonien, welche denselben Nullstrich haben und in entgegengesetzten Richtungen beziffert sind.

Sie gehören zu zwei gleichen Teilungen auf dem linken Rahmenstück, die auch einen gemeinsamen Nullstrich haben und entgegengesetzt beziffert sind.

Auf dem rechten Rahmenteil ist normal zur Ebene des Rahmens *R* ein ganz kleiner Rahmen ϱ angebracht. Er erscheint rechts von der Fig. 201 in der Seitenansicht dargestellt und enthält den horizontalen Objektivfaden *F*.

Schauloch und Faden *F* bestimmen eine Visierebene, welche horizontal ist, sobald der Nullstrich der zwei Nonien am Gleitstück mit dem Nullstriche der Teilungen am Rahmen koinzidiert. Man kann dann das Instrument als Nivellierinstrument verwenden — allerdings nur für minder feine Nivellements. Eine weit größere Verwendung findet der Apparat zum Abstecken von Polygonzügen, die eine bestimmte Steigung oder ein bestimmtes Gefälle haben sollen.

Der Wert des kleinsten Teiles der Teilung auf dem linken Rahmenstücke ist nämlich $^1/_{100}\,a$, das heißt $^1/_{100}$ von der Entfernung des Schauloches bis zum Faden *F*. Wenn man nun das Gleitstück so weit senkt, daß dessen Nullstrich z. B. mit dem Strich 3 unter dem Nullstriche des Rahmens koinzidiert, so hat die Visierebene eine Steigung von $3^0/_0$. Wenn man das Gleitstück hebt, bis dessen Nullstrich mit dem Strich 5 oberhalb 0 der Rahmenteilung stimmt, so hat die Visierebene ein $5^0/_0$iges Gefälle usw.

Will man nun auf eine Kuppe mit einer $3^0/_0$igen Steigung hinaufkommen, so stellt man das Gleitstück in der zuerst erwähnten Art ein, setzt *S* annähernd vertikal in die Erde, mißt die Visierhöhe, das heißt den Abstand des Schauloches vom Boden ab, stellt eine Nivellierlatte mit Zielscheibe auf diese Höhe ein und dirigiert den mit dieser Latte ausgerüsteten Figuranten derart, daß die Visierebene das Zentrum seiner Zielscheibe passiert. Die Verbindungsgerade des Fußpunktes von *S* mit dem Fußpunkte der Nivellierlatte hat eine $3^0/_0$ige Steigung. Man stellt nun *S* im Fußpunkte der Nivellierlatte auf und dirigiert den Figuranten auf den zweiten Punkt usw. Die Instrumentenhöhe und die gleich große Zielhöhe sind — vorausgesetzt, daß *S* und die Nivellierlatte annähernd vertikal gehalten werden — konstante Größen.

Einfluß der Refraktion des Lichtes auf die Lattenlesungen.

Der Höhenunterschied der Terrainpunkte *A* und *B* (Fig. 202 auf Taf. 19) ist strenge genommen, das heißt mit Rücksicht auf die annähernd sphärische Grundgestalt der Erde die Strecke $H = BC - J$.

Der durch das Instrument respektive dessen Visierlinie gedachte, zur Grundgestalt der Erde parallele Kreisbogen heißt der **wahre Horizont des Instrumentes.**

Nachdem sich das Licht nach diesem Bogen nicht fortpflanzt, so erhält man in der Ablesung auf der Nivellierlatte niemals BC.

Die Tangente an den wahren Horizont durch das Instrument, also die gerade Fortsetzung der Visierlinie, heißt der **scheinbare Horizont des Instrumentes.** Würde sich das Licht nach dieser Tangente fortpflanzen, so bekäme man das zu große Lattenstück BD. Dies ist aber auch nicht der Fall.

Infolge der Refraktion des Lichtes gelangt vielmehr ein Lichtstrahl ins Rohr, der von einem zwischen C und D gelegenen Lattenpunkte E ausgeht, weshalb die richtige Lattenlesung um $CE = \delta$ zu groß erscheint. Die Größe δ hängt nun von der Horizontaldistanz Δ der Punkte A und B ab und wird diese Abhängigkeit durch die folgende kleine Tabelle illustriert:

Δ^m	δ^m	Δ^m	δ^m
60	0·0002	220	0·0033
80	0·0004	240	0·0039
100	0·0007	260	0·0046
120	0·0010	280	0·0053
140	0·0014	300	0·0061
160	0·0017	350	0·0084
180	0·0022	400	0·0109
200	0·0027	450	0·0138

Man sieht also, daß bei kleineren Abständen der Latten vom Instrumente die an den Lattenlesungen wegen der Refraktion des Lichtes anzubringenden Korrekturen praktisch bedeutungslos sind.

Nivellitische Hauptaufgaben.

Die Durchführung von Nivellements erfolgt hauptsächlich aus zwei Gründen, und zwar:

1. Um den Höhenunterschied von zwei Terrainpunkten zu bestimmen, und

2. um Terrainprofile, das heißt Schnitte von Vertikalebenen oder vertikalen Zylinderflächen mit dem Terrain konstruieren zu können.

Im Falle 1 soll das Nivellement kurzweg ein Gefällsnivellement, im Falle 2 ein Profilnivellement genannt werden.

Das Wesen des Gefällsnivellements ist aus der Fig. 203 auf Taf. 19 zu ersehen.

Um den Höhenunterschied der Punkte A und B (Fig. 203) zu bestimmen, konstatiert man zunächst durch „Nivellieren aus der Mitte" den Höhenunterschied der Punkte A und a, dann jenen der Punkte a und b usw. und schließlich den der Punkte f und B. Diese Höhenunterschiede sind teilweise Gefälle, teilweise Steigungen und die algebraische Summe derselben offenbar der Höhenunterschied von A und B, also H. Nachdem Steigungen als positive und Gefälle als negative Höhenunterschiede betrachtet werden, so wird man stets von der Lattenlesung rückwärts die Lattenlesung vorwärts zu subtrahieren haben.

Der Weg, den man geht, ist beim Gefällsnivellement durch die Punkte A und B nicht fixiert, sondern ganz beliebig, doch wählt man einen kurzen und mit Rücksicht auf die Sicherheit der Instrument- und Lattenaufstellungen recht harten.

Das Wesen des Profilnivellements ist aus der Fig. 204 auf Taf. 19 ersichtlich.

Der schattierte Polygonzug $A, 1, 2, 3, \ldots . B$ ist der Schnitt des Terrains mit einer durch A und B gelegten Vertikalebene. Um ihn konstruieren zu können, müssen die horizontalen Entfernungen der ausgepflockten Brechungspunkte, also a, b, c usw. und ihre Höhenunterschiede bestimmt werden. Über die Bestimmung von a, b, c usw. ist nichts Besonderes zu sagen. Behufs Bestimmung der Höhendifferenzen stellt man das Nivellierinstrument in oder außerhalb der Vertikalebene durch A und B derart auf, daß man eine möglichst große Zahl von aufeinander folgenden Lattenaufstellungen von einer Station aus pointieren kann, z. B. in I. Die Differenzen von je zwei benachbarten Lattenhöhen sind die Höhenunterschiede der entsprechenden Brechungspunkte.

Die Latte in 7 wird von I aus nicht mehr getroffen, sie steht zu tief. Da muß die Station gewechselt, das heißt das Instrument in einem anderen Punkte aufgestellt werden. Von diesem muß sich die Latte in 6 pointieren lassen und dann die folgenden Latten. Somit wird die Latte in 6 zweimal anvisiert. Man nennt 6 einen „Übersetzungspunkt". Die Visuren nach 6 und die ihnen ent-

sprechenden Ablesungen müssen mit besonderer Sorgfalt ausgeführt werden, weil sich eventuelle Fehler in ihnen fortpflanzen, das heißt auf alle folgenden Punkte übertragen, was von den übrigen Visuren und Ablesungen nicht behauptet werden kann.

Zylindrische Profile sind Schnitte des Terrains mit vertikalen Zylinderflächen. Die horizontalen Projektionen dieser Zylinderflächen sind gewöhnlich horizontale Projektionen von Straßen- und Wegachsen. Zylindrische Profile werden stets in die Zeichenebene ausgebreitet oder entwickelt und sehen dann genau so aus wie ebene Profile.

Fig. 205 auf Taf. 19 stellt eine Straßenachse in horizontaler Projektion oder deren „Situation" und das hierzu gehörige Profil vor. Um das letztere zeichnen zu können, müssen die Kurventeile 1, 2 — 2, 3 — 3, 4 usw. in der Situation gestreckt, das heißt in wahrer Länge bestimmt und nacheinander auf eine Gerade xy aufgetragen werden. Auf diese Art ergeben sich die Punkte 1′, 2′, 3′ usw. In denselben werden nun Normale zu xy errichtet, darauf die Höhen der Punkte 1, 2, 3 usw. aufgetragen und die sich ergebenden Punkte miteinander geradlinig verbunden. Der auf diese Art entstehende Polygonzug ist das zylindrische Profil der Straßenachse (kurzweg das „Längsprofil der Straße").

Zur Konstruktion eines zylindrischen Profiles braucht man also die horizontale Projektion desselben, die horizontalen Projektionen der Brechungspunkte und deren Höhenunterschiede. Die Ermittlung der letzteren wird genau so durchgeführt wie für ein ebenes Profil. Hier speziell wurde angenommen, daß nur zwei Aufstellungspunkte des Nivellierinstrumentes notwendig sind, nämlich *I* und *II*. 4 ist der Übersetzungspunkt.

Das vorhin erwähnte Strecken oder Entwickeln eines Kurventeiles z. B. des Stückes 1, 2 erfolgt, indem man eine ganz kleine Zirkelöffnung von 1 aus auf das Kurvenstück so oft als möglich aufträgt, auf die Gerade xy von 1′ aus ebenso oft überträgt, den Rest, welcher sich in der Situation ergeben hat und der natürlich kleiner ist wie die Zirkelöffnung, abnimmt und auf xy entsprechend pikiert.

Im vorhergehenden wurde angenommen, daß die Straßenachse oder Trasse graphisch vorliegt, was aber nicht immer der Fall ist; man muß dann die erwähnte Linie durch Zerlegung in kurze, annähernd gerade Teile direkt vom Terrain abnehmen.

Außer den zwei besprochenen sehr wichtigen nivellitischen Aufgaben treten noch viele andere minder wichtige an den Geometer heran. Er wird sie leicht bewältigen, wenn er sich ihr Wesen und den Zweck des Nivellierens klar vor Augen hält. Sie sollen daher nicht besonders behandelt werden.

Ad 4. Die barometrische Höhenunterschiedbestimmung.

1. Die barometrische Höhenformel.

Je höher ein Punkt über dem Meeresniveau gelegen ist, desto kürzer ist die über ihm befindliche Luftsäule, welche durch ihr Gewicht in dem betreffenden Niveau einen gewissen Druck ausübt, der daher von der Höhe der Luftsäule abhängig ist. Diese Tatsache kann man dazu benutzen, um aus den an zwei verschieden hoch gelegenen Punkten beobachteten Drucken den Höhenunterschied derselben zu berechnen. In der Praxis ist dies der bequemste, wenn auch nicht genaueste Weg, den Höhenunterschied zu ermitteln. Im nachfolgenden sollen die einfachsten Methoden und Mittel besprochen werden, welche bei diesen Aufgaben Anwendung finden können, ohne die erreichbare Genauigkeit irgendwie zu schädigen.

Eine sehr einfache Beziehung zwischen den in zwei verschiedenen Höhen herrschenden Drucken und ihrem Höhenunterschiede bei ruhender Atmosphäre erhält man durch folgende Betrachtungen. Sei das Gewicht der auf dem Stücke des Meeresniveaus $AB = 1^{m^2}$ (Taf. 20, Fig. 206) aufruhenden Luftsäule Q, so ist in den höheren Niveaus CD und EF das Gewicht der drückenden Luftsäulen kleiner und sei mit Q_1 beziehungsweise Q_2 bezeichnet. Es ist leicht einzusehen, daß das Gewicht der Luftsäule zwischen EF und CD, das q sein möge, dargestellt werden kann durch

$$q = Q_1 - Q_2.$$

Ist nun der Höhenunterschied H nicht größer als 400^m, so kann man annehmen, daß sich das spezifische Gewicht der Luftsäule proportional mit der Höhe ändert. Bezeichnet man das spezifische Gewicht, welches der Mitte der Luftsäule zukommt, mit $\sigma_{p,t}^{h,\varphi}$ (p, t, h, φ sind Indizes, deren Bedeutung aus dem Folgenden ersichtlich ist), so ist in einer gewissen Entfernung x nach oben

$$\sigma' = \sigma_{p,t}^{h,\varphi} - kx$$

während in derselben Distanz nach unten

$$\sigma'' = \sigma^{h,\varphi}_{p,t} + kx$$

sein muß, wenn mit k die Änderung des spezifischen Gewichtes für die Einheit der Entfernung bezeichnet wird.

Denkt man sich die Luftsäule in so dünne Schichten, $2n$ an der Zahl, geteilt, daß in jeder derselben das spezifische Gewicht als konstant betrachtet werden kann, und sei die Dicke jeder dieser Schichten Δh, so ist das Gewicht der aufeinander folgenden Schichten in der oberen Hälfte der Luftsäule

$$\sigma'_1 \Delta h = \sigma^{h,\varphi}_{p,t} \Delta h - kx_1 \Delta h$$
$$\sigma'_2 \Delta h = \sigma^{h,\varphi}_{p,t} \Delta h - kx_2 \Delta h$$
$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$
$$\sigma'_n \Delta h = \sigma^{h,\varphi}_{p,t} \Delta h - kx_n \Delta h$$

und ihre Summe stellt das Gewicht der oberen Hälfte der Luftsäule q' dar, das demnach gleich ist

$$q' = (\sigma'_1 + \sigma'_2 + \ldots + \sigma'_n) \Delta h = \sigma^{h,\varphi}_{p,t} n \Delta h - k(x_1 + x_2 + \ldots + x_n) \Delta h.$$

Für die untere Hälfte findet man in derselben Weise

$$q'' = (\sigma''_1 + \sigma''_2 + \ldots + \sigma''_n) \Delta h = \sigma^{h,\varphi}_{p,t} n \Delta h + k(x_1 + x_2 + \ldots + x_n) \Delta h.$$

Die Summe der beiden ist nun das Gewicht q, also

$$q = q' + q'' = \sigma^{h,\varphi}_{p,t}\, 2n\, \Delta h = \sigma^{h,\varphi}_{p,t} H,$$

weil $2n\Delta h = H$ ist. Bei der angenommenen Änderung des spezifischen Gewichtes mit der Höhe hätte man übrigens diese Gleichung ohne weiteres hinschreiben können.

Mit Rücksicht auf die für q früher aufgestellte Gleichung hat man daher

$$q = Q_1 - Q_2 = H\sigma^{h,\varphi}_{p,t} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (1)$$

Weil aber der Druck, den eine Luftsäule auf die Unterlage ausübt, im allgemeinen ihrem Gewichte gleich ist, so muß, wenn mit p_1 der Druck am unteren, mit p_2 der am oberen Punkte bezeichnet wird,

$$p_1 = Q_1$$
$$p_2 = Q_2 \text{ also}$$
$$p_1 - p_2 = Q_1 - Q_2 \text{ sein.}$$

Nun ist nach (1) $H\sigma_{h,t}^{h,\varphi} = Q_1 - Q_2$, somit ergibt sich

$$H\sigma_{p,t}^{h,\varphi} = p_1 - p_2, \text{ woraus folgt}$$

$$H = (p_1 - p_2) : \sigma_{p,t}^{h,\varphi} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (2)$$

Wie man aus dieser Gleichung ersieht, läuft die Aufgabe darauf hinaus, das Gewicht der zwischen den beiden Punkten befindlichen Luftsäule $q = p_1 - p_2$, welches der Differenz der Drucke im unteren und oberen Niveau gleich ist, und das spezifische Gewicht in ihrer Mitte $\sigma_{p,t}^{h,\varphi}$ zu bestimmen.

Das spezifische Gewicht $\sigma_{p,t}^{h,\varphi}$ hängt vom Drucke, von der Temperatur, Luftfeuchtigkeit und Schwerkraftbeschleunigung ab. Die Abhängigkeit vom Drucke ist durch den Index p, jene von der Temperatur durch den Index t veranschaulicht, und um anzudeuten, daß sich σ mit der Schwerkraftbeschleunigung, die verschieden ist in verschiedenen Höhen und Breiten, ändert, sind die Indizes h und φ beigesetzt. Die diesbezügliche Relation erhält man auf folgende Weise.

Das Gewicht π einer gegebenen Gasmasse an einem bestimmten Punkte ist:

$$\pi = V_{p,t}\, \sigma_{p,t}^{h,\varphi} = V_{p_0,o}\, \sigma_{p_0,o}^{h,\varphi} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (3)$$

wobei $V_{p,t}$ das Volumen dieses Gases bei dem Drucke p und der Temperatur t vorstellt, für welche das spezifische Gewicht $\sigma_{p,t}^{h,\varphi}$ sein soll, während $V_{p_0,o}$ und $\sigma_{p_0,o}^{h,\varphi}$ dem Drucke p_0 und der Temperatur $t = 0°$ entsprechen.

Aus (3) folgt

$$\sigma_{p,t}^{h,\varphi} = \frac{V_{p_0,o}}{V_{p,t}}\, \sigma_{p_0,o}^{h,\varphi} = \frac{V_{p_0,o}}{V_{p,t}}\, \frac{V_{p,o}}{V_{p,o}}\, \sigma_{p_0,o}^{h,\varphi} = \frac{V_{p_0,o}}{V_{p,o}}\, \frac{V_{p,o}}{V_{p,t}}\, \sigma_{p_0,o}^{h,\varphi} \quad . (4)$$

Nach dem Mariotteschen Gesetze verhalten sich bei derselben Temperatur die Volumina umgekehrt wie die Drucke, so daß

$$\frac{V_{p_0,o}}{V_{p,o}} = \frac{p}{p_0} \text{ ist.}$$

Bei demselben Drucke und verschiedenen Temperaturen ist ferner

$$V_{p,t} = V_{p,o}\,(1 + \alpha t) \text{ oder}$$

$$\frac{V_{p,o}}{V_{p,t}} = \frac{1}{1 + \alpha t} \quad \text{(Gay-Lussacsches Gesetz)}$$

wenn mit α der Ausdehnungskoeffizient des Gases bezeichnet wird.

Nach Einsetzung dieser Werte in (4) erhält man

$$\sigma_{p,t}^{h,\varphi} = \frac{\sigma_{p_0,o}^{h,\varphi}}{1+at}\,\frac{p}{p_0}. \quad \ldots \ldots \ldots \quad (5)$$

Will man diese Gleichung auf die atmosphärische Luft anwenden, so ist zu beachten, daß sie ein Gemenge aus trockener Luft und Wasserdampf ist, dessen Druck e sein möge. Dann ist der Druck der trockenen Luft $p-e$ und das spezifische Gewicht derselben nach (5)

$$[\sigma_{p-e,t}^{h,\varphi}] = \frac{[\sigma_{p_0,o}^{h,\varphi}]}{1+at}\,\frac{p-e}{p_0}. \quad \ldots \ldots \ldots \quad (6)$$

Hier sind die Zeichen für das spezifische Gewicht in eckige Klammern gesetzt, um dadurch anzudeuten, daß sie sich auf trockene Luft beziehen, während die Zeichen ohne Klammern für das Gemenge gelten sollen.

Das spezifische Gewicht des Wasserdampfes $s_{e,t}^{h,\varphi}$ ist bei demselben Druck und bei derselben Temperatur kleiner als jenes der trockenen Luft $[\sigma_{e,t}^{h,\varphi}]$, und zwar ist

$$s_{e,t}^{h,\varphi} = 0{\cdot}623\,[\sigma_{e,t}^{h,\varphi}], \text{ und da nach (6)} \quad \ldots \ldots \quad (7)$$

$$[\sigma_{e,t}^{h,\varphi}] = \frac{[\sigma_{p_0,o}^{h,\varphi}]}{1+at}\,\frac{e}{p_0},$$

$$\text{so wird } s_{e,t}^{h,\varphi} = 0{\cdot}623\,\frac{[\sigma_{p_0,o}^{h,\varphi}]}{1+at}\,\frac{e}{p_0}. \quad \ldots \ldots \ldots \quad (8)$$

Das spezifische Gewicht der atmosphärischen Luft (des Gemenges) wird erhalten, indem man (6) und (8) addiert, wodurch sich ergibt

$$\sigma_{p,t}^{h,\varphi} = [\sigma_{p-e,t}^{h,\varphi}] + s_{e,t}^{h,\varphi} = \frac{[\sigma_{p_0,o}^{h,\varphi}]}{1+at}\left(\frac{p}{p_0} - \frac{e}{p_0} + 0{\cdot}623\,\frac{e}{p_0}\right), \text{ oder}$$

$$\sigma_{p,t}^{h,\varphi} = \frac{[\sigma_{p_0,o}^{h,\varphi}]}{1+at}\,\frac{p-0{\cdot}377\,e}{p_0} = \frac{[\sigma_{p_0,o}^{h,\varphi}]}{1+at}\,\frac{p}{p_0}\left(1 - 0{\cdot}377\,\frac{e}{p}\right). \quad (9)$$

Das Gewicht eines Körpers hängt von der Beschleunigung der Schwerkraft ab. Wenn die letztere in der Höhe h und Breite φ mit g_h^{φ}, am Meeresniveau in $\varphi = 45^{\circ}$ mit g_0^{45} bezeichnet wird, und

wenn δ die Dichte der trockenen Luft bei dem Drucke p_0 und der Temperatur $t = 0°$ vorstellt, so ist

$$[\sigma_{p_0, o}^{h, \varphi}] = \delta g_h^{\varphi}$$
$$[\sigma_{p_0, o}^{o, 45}] = \delta g_o^{45}.$$

Durch Division der beiden Gleichungen erhält man

$$\frac{[\sigma_{p_0, o}^{h, \varphi}]}{[\sigma_{p_0, o}^{o, 45}]} = \frac{g_h^{\varphi}}{g_o^{45}} = \frac{g_h^{\varphi}}{g_o^{45}} \frac{g_o^{\varphi}}{g_o^{\varphi}} = \frac{g_h^{\varphi}}{g_o^{\varphi}} \frac{g_o^{\varphi}}{g_o^{45}} \ldots \ldots (10)$$

Um einen Ausdruck für das Verhältnis $g_h^{\varphi} : g_o^{\varphi}$ zu finden, hat man zu berücksichtigen, daß das Gewicht eines Körpers in der Höhe h über dem Meeresniveau gleich ist

$$m g_h^{\varphi} = f \frac{Mm}{(R + h)^2},$$

wenn R den Radius der Erde, M ihre Maße, m die Maße des Körpers und f einen Proportionalitätsfaktor vorstellt. Ebenso ist für $h = o$

$$m g_o^{\varphi} = f \frac{Mm}{R^2}.$$

Wird die obere dieser beiden Gleichungen durch die untere dividiert, so folgt

$$\frac{g_h^{\varphi}}{g_o^{\varphi}} = \frac{R^2}{(R + h)^2} = \frac{1}{\left(1 + \frac{h}{R}\right)^2} = \frac{1}{1 + 2 \frac{h}{R}} = 1 - 2 \frac{h}{R}, \; (11)$$

da h gegen R klein ist und man deshalb schon die zweite Potenz von $h : R$ vernachlässigen kann.

Nun ist noch der Wert von $g_o^{\varphi} : g_o^{45}$ zu suchen. Infolge der bei der Erdrotation auftretenden Fliehkraft und wegen der Abplattung der Erde wächst die Schwerkraftbeschleunigung vom Äquator gegen die Pole. Aus den in verschiedenen Breiten gemessenen Werten derselben hat Baily die Formel abgeleitet

$$g_o^{\varphi} = 9{\cdot}7806 + 0{\cdot}05145 \sin 2\varphi, \text{ oder da}$$

$$\sin 2\varphi = \frac{1 - \cos 2\varphi}{2}$$

$$g_o^\varphi = 9{\cdot}7806 + \frac{0{\cdot}05145}{2} - \frac{0{\cdot}05145}{2} \cos 2\varphi$$

$$g_o^\varphi = 9{\cdot}8063 - 0{\cdot}02572 \cos 2\varphi$$

$$g_o^\varphi = 9{\cdot}8063 \left(1 - \frac{0{\cdot}02572}{9{\cdot}8063} \cos 2\varphi\right)$$

$$g_o^\varphi = 9{\cdot}8063\,(1 - 0{\cdot}0026 \cos 2\varphi).$$

Da für $\varphi = 45°$ $\cos 2\varphi = 0$ und somit $g_o^{45} = 9{\cdot}8063$ **wird**, so kann man in der vorstehenden Gleichung statt 9·8063 den Wert g_o^{45} einsetzen und findet

$$g_o^\varphi = g_o^{45}\,(1 - 0{\cdot}0026 \cos 2\varphi), \text{ mithin}$$

$$\frac{g_o^\varphi}{g_o^{45}} = 1 - 0{\cdot}0026 \cos 2\varphi. \quad \ldots\ldots \quad (12)$$

Nach Einsetzung der Werte (11) und (12) in (10) erhält man

$$[\sigma_{p_o,o}^{h,\varphi}] = [\sigma_{p_o,o}^{o,45}]\,(1 - 0{\cdot}0026 \cos 2\varphi)\left(1 - 2\,\frac{h}{R}\right),$$

und wenn man diesen Wert in (9) einführt, wird schließlich

$$\sigma_{p,t}^{h,\varphi} = \frac{[\sigma_{p_o,o}^{o,45}]}{1 + at}\,\frac{p}{p_o}\left(1 - 0{\cdot}377\,\frac{e}{p}\right)(1 - 0{\cdot}0026 \cos 2\varphi\left(1 - 2\,\frac{h}{R}\right). \quad (13)$$

Dadurch erscheint das spezifische Gewicht des Luftgemenges, das unter dem Drucke p steht, die Temperatur t besitzt und der Wirkung der Schwere in einer beliebigen Höhe h und Breite φ ausgesetzt ist, ausgedrückt durch das spezifische Gewicht bei dem bestimmten Drucke $p = p_o$, der Temperatur $t = 0°$ und der Schwere am Meeresniveau in $\varphi = 45°$.

Setzt man für $\sigma_{p,t}^{h,\varphi}$ den Wert aus (13) in Gleichung (2) ein, so erhält man

$$H = \frac{p_o}{[\sigma_{p_o,o}^{o,45}]}\,\frac{(1 + at)}{\left(1 - 0{\cdot}377\frac{e}{p}\right)(1 - 0{\cdot}0026 \cos 2\varphi)\left(1 - 2\frac{h}{R}\right)}\,\frac{p_1 - p_2}{p}.$$

Da aber

$$\frac{1}{1 - 0{\cdot}377\,\frac{e}{p}} = 1 + 0{\cdot}377\,\frac{e}{p}$$

$$\frac{1}{1 - 0{\cdot}0026 \cos 2\varphi} = 1 + 0{\cdot}0026 \cos 2\varphi$$

$$\frac{1}{1 - 2\frac{h}{R}} = 1 + 2\frac{h}{R}$$

ist, wenn man nur die ersten Potenzen der kleinen Größen $0{\cdot}377 \frac{e}{p}$ $0{\cdot}0026 \cos 2\varphi$ und $2\frac{h}{R}$ berücksichtigt, so wird

$$H = \frac{p_0}{\left[\sigma^{0,45}_{p_0, o}\right]}(1 + at)\left(1 + 0{\cdot}377\frac{e}{p}\right)(1 + 0{\cdot}0026 \cos 2\varphi)\left(1 + 2\frac{h}{R}\right)\frac{p_1 - p_2}{p}.$$

In dieser Formel besitzen die Größen $t, p, \frac{e}{p}$ und h Werte, welche der Mitte der Luftsäule entsprechen. Ist der Voraussetzung gemäß der Höhenunterschied H nicht groß, so kann angenommen werden, daß sich die Größen $t, p, \frac{e}{p}$ proportional mit der Höhe ändern und es lassen sich dann die der Mitte der Luftsäule entsprechenden Werte derselben leicht berechnen.

So ist z. B.

$$t_2 = t_1 - nH, \text{ woraus folgt } nH = t_1 - t_2.$$

Für $\frac{H}{2}$ (die Mitte) ist daher

$$t = t_1 - n\frac{H}{2} = t_1 - \frac{t_1 - t_2}{2} = \frac{t_1 + t_2}{2}.$$

In gleicher Weise wird erhalten

$$p = \frac{p_1 + p_2}{2}$$

$$\frac{e}{p} = \frac{1}{2}\left(\frac{e_1}{p_1} + \frac{e_2}{p_2}\right).$$

Ferner ist

$$h = \frac{h_1 + h_2}{2} = \frac{h_1 + h_1 + H}{2} = \frac{2h_1 + H}{2}.$$

Mit Rücksicht hierauf erhält man für H den Ausdruck

$$H = \frac{p_o}{\left[\sigma^{o,45}_{p_o,o}\right]} \left[1 + a \frac{t_1 + t_2}{2}\right] \left[1 + 0{\cdot}377 \frac{1}{2} \left(\frac{e_1}{p_1} + \frac{e_2}{p_2}\right)\right] \times$$
$$\times (1 + 0{\cdot}0026 \cos 2\varphi) \left(1 + \frac{2h_1 + H}{R}\right) \frac{p_1 - p_2}{(p_1 + p_2) : 2}.$$

Als Normaldruck p_o wird jener Druck gewählt, den eine Quecksilbersäule von der Höhe $0{\cdot}76^m$ bei der Temperatur von 0° am Meeresniveau in der Breite von 45° auf die Fläche von 1^{m^2} ausübt. Das Gewicht dieser Quecksilbersäule, das dem Drucke p_o gleich ist, beträgt nun

$$p_o = v \,.\, S = 1 \,.\, 0{\cdot}76 \,.\, 13596^{kg} = 10333^{kg},$$

weil 1^{m^3} Quecksilber unter den angegebenen Bedingungen 13596^{kg} wiegt. Bei diesem Drucke p_o besitzt 1^{m^3} trockener Luft am Meeresniveau in der Breite von 45° das Gewicht

$$\left[\sigma^{o,45}_{p_o,o}\right] = 1{\cdot}293^{kg}, \text{ so daß}$$

$$\frac{p_o}{\left[\sigma^{o,45}_{p_o,o}\right]} = \frac{10333}{1{\cdot}293} = 7991.^{1)}$$

Weiter ist

$$\frac{2}{R} = \frac{2}{6371000} = 0{\cdot}000000314.$$

Nach Einsetzung dieser Werte in (14) wird

$$H = 7991 \left(1 + 0{\cdot}00367 \frac{t_1 + t_2}{2}\right) \left[1 + 0{\cdot}377 \frac{1}{2} \left(\frac{e_1}{p_1} + \frac{e_2}{p_2}\right)\right] \times$$
$$\times (1 + 0{\cdot}0026 \cos 2\varphi) \left[1 + 0{\cdot}000000314 \left(h_1 + \frac{H}{2}\right)\right] \frac{p_1 - p_2}{(p_1 + p_2) : 2}. \quad (15)$$

Der Höhenunterschied H wird hieraus in Metern erhalten, weil

---

[1]) Würde die Atmosphäre in allen ihren Schichten dasselbe spezifische Gewicht $\left[\sigma^{o,45}_{p_o,o}\right]$ besitzen, so wäre der Druck auf 1^{m^2} im Meeresniveau

$$p_o = H \left[\sigma^{o,45}_{p_o,o}\right],$$

wenn mit H die Höhe dieser homogenen Atmosphäre bezeichnet wird.

Hieraus folgt

$$H = \frac{p_o}{\left[\sigma^{o,45}_{p_o,o}\right]} = 7991^m.$$

Da die Schwere mit der Höhe abnimmt, muß diese Höhe in Wirklichkeit etwas größer sein.

bei der Bestimmung der Konstanten 7991 das Metermaß verwendet wurde.

Hätte man am oberen und unteren Punkte den Druck, die Temperatur und Feuchtigkeit gleichzeitig beobachtet, so könnte man nach Formel (15) den Höhenunterschied H (bis zu 400^m) berechnen, ohne größere Ungenauigkeit befürchten zu müssen. Eine solche Formel heißt barometrische Höhenformel.

Formel (15) läßt sich erheblich vereinfachen, wenn man sich mit einer näherungsweisen Berücksichtigung des Wasserdampfes begnügt, was in der Praxis in den meisten Fällen hinreicht. Beachtet man nämlich, daß der Dampfdruck eine Funktion der Temperatur ist, indem er mit steigender Temperatur wächst und mit fallender Temperatur abnimmt, so kann man setzen

$$0{\cdot}377 \frac{1}{2}\left(\frac{e_1}{p_1}+\frac{e_2}{p_2}\right)=a+\gamma t.$$

Den die Feuchtigkeit enthaltenden Ausdruck kann man nun mit dem Faktor $1+\alpha t$ der Formel vereinigen, indem man ihr Produkt bildet

$$\begin{aligned}(1+\alpha t)\left[1+0{\cdot}377\frac{1}{2}\left(\frac{e_1}{p_1}+\frac{e_2}{p_2}\right)\right] &= (1+\alpha t)(1+a+\gamma t)\\ &= 1+a+(\alpha+\gamma)t+a\alpha t+\alpha\gamma t^2\end{aligned}$$

Da aber die Glieder $a\alpha t$ und $\alpha\gamma t^2$ gegen die vorangehenden sehr klein sind, wird

$$(1+\alpha t)\left[1+0{\cdot}377\frac{1}{2}\left(\frac{e_1}{p_1}+\frac{e_2}{p_2}\right)\right]=(1+a)\left[1+\frac{\alpha+\gamma}{1+a}\,t\right].$$

Die Konstanten a und γ wurden von Hann aus bekannten und zusammengehörigen Werten von $e_1:p_1$, $e_2:p_2$ und t_1, t_2 bestimmt; er fand

$$a=0{\cdot}00154,\ \gamma=0{\cdot}00034.$$

Daher ist

$$1+a=1{\cdot}00154,\ \frac{\alpha+\gamma}{1+a}=0{\cdot}0040.$$

Multipliziert man die Konstante der Höhenformel mit dem Werte des Faktors $1+a$, so erhält man als neue Konstante

$$7991\,.\,1{\cdot}00154=8003$$

und (15) geht über in

$$H = 8003\left(1 + 0{\cdot}004\,\frac{t_1 + t_2}{2}\right)(1 + 0{\cdot}0026\,\cos 2\varphi)\times$$
$$\times\left[1 + 0{\cdot}000000314\left(h_1 + \frac{H}{2}\right)\right]\frac{p_1 - p_2}{(p_1 + p_2):2}\ldots (16$$

Eine weitere Vereinfachung läßt sich dadurch erzielen, daß man die beiden Faktoren

$$1 + 0{\cdot}0026\,\cos 2\varphi \text{ und } 1 + 0{\cdot}314\,.\,10^{-6}\left(h_1 + \frac{H}{2}\right)$$

der Einheit gleich setzt, was in unseren Breiten, wo sich 2φ wenig von 90° unterscheidet, und bei nicht zu großen Höhen h_1 (bis etwa 1200 ^{m}) zulässig ist. Dann gelangt man zu der einfachsten, zuerst von Babinet abgeleiteten, barometrischen Höhenformel, die daher auch die Babinetsche genannt wird

$$H = \frac{8003}{(p_1 + p_2):2}\left(1 + 0{\cdot}004\,\frac{t_1 + t_2}{2}\right)(p_1 - p_2).\quad .\,(17)$$

Die in dieser Formel vorkommenden Drucke p_1, p_2 müssen in absolutem oder in einem streng vergleichbaren relativen Maße ausgedrückt werden. Das letztere geschieht dann, wenn man die Drucke mit Aneroiden mißt oder die den Drucken entsprechenden Temperaturen der Dämpfe des siedenden, chemisch reinen Wassers beobachtet. Als absolutes Maß gilt aber immer das Gewicht einer Quecksilbersäule bei 0° und bei der Schwere, die im Meeresniveau unter 45° wirksam ist, welches ebenso groß ist wie das Gewicht der auf dem betreffenden Niveau aufruhenden Luftsäule.

Wenn man die Höhe der Quecksilbersäule, welche dem an einem bestimmten Punkte herrschenden Drucke durch ihr Gewicht das Gleichgewicht hält und die man als Barometerstand bezeichnet, an einem Quecksilberbarometer beobachtet und sie auf die Temperatur von 0° reduziert hat,[1]) so kann aus derselben kein absolutes Maß des Druckes abgeleitet werden, weil das Gewicht einer und derselben Quecksilbersäule von der Größe der Schwerkraft abhängt und daher in verschiedenen Breiten oder bei ungleichen Höhen bei gleichen Drucken andere Werte zeigen wird. Um vergleichbare Werte zu erhalten, muß jede

---

[1]) Nach den Ausführungen auf S. 193.

solche Quecksilbersäule auf die Schwere im Meeresniveau unter 45° Breite bezogen werden. Dies kann in folgender Weise geschehen.

Sei die in einer beliebigen Höhe h und Breite φ beobachtete Höhe der Quecksilbersäule $b^{h,\varphi}$, das spezifische Gewicht des Quecksilbers bei 0° an diesem Punkte $S_o^{h,\varphi}$, und ebenso $b^{o,45}$, $S_o^{o,45}$ diejenigen Werte der genannten Größen, die der Schwere im Meeresniveau unter 45° entsprechen, so ist leicht einzusehen, daß ein gewisser Druck p auf 1 m^2 gleich sein muß

$$p = b^{h,\varphi} S_o^{h,\varphi} = b^{o,45} S_o^{o,45} \text{ woraus folgt,}$$

$$b^{o,45} = \frac{S_o^{h,\varphi}}{S_o^{o,45}} b^{h,\varphi} = \frac{g_h^{\varphi}}{g_o^{45}} b^{h,\varphi}.$$

Nun wurde auf Seite 167 und 168 gezeigt, daß

$$\frac{g_h^{\varphi}}{g_o^{45}} = (1 - 0{\cdot}0026 \cos 2\varphi)\left(1 - 2\frac{h}{R}\right) \text{ ist.}$$

Wird dieser Wert in die vorstehende Gleichung eingesetzt, so ergibt sich der auf die Schwere im Meeresniveau in der Breite von 45° reduzierte Barometerstand.

$$b^{o,45} = b^{h,\varphi}(1 - 0{\cdot}0026 \cos 2\varphi)(1 - 0{\cdot}000000314\, h), \text{ oder}$$

$$b^{o,45} = b^{h,\varphi} - 0{\cdot}0026 \cos 2\varphi \,.\, b^{h,\varphi} - 0{\cdot}000000314\, h b^{h,\varphi}. \quad (18)$$

Diese Formel kann man auch schreiben:

$$b^{o,45} = b^{h,\varphi} - 0{\cdot}26 \cos 2\varphi \,.\, \frac{b^{h,\varphi}}{100} - 0{\cdot}314 \frac{h}{1000} \frac{b^{h,\varphi}}{1000}. \quad (18\text{a})$$

Setzt man

$$c_\varphi = 0{\cdot}26 \cos 2\varphi \frac{b^{h,\varphi}}{100} = F \frac{b^{h,\varphi}}{100}$$

$$c_h = 0{\cdot}314 \frac{h}{1000} \frac{b^{h,\varphi}}{1000} = F' \frac{b^{h,\varphi}}{1000}$$

so stellt c_φ und c_h die Korrektion wegen der Änderung der Schwere mit der Breite beziehungsweise mit der Höhe dar. Diese Korrektionen lassen sich sehr bequem ermitteln, wenn man die Werte der Faktoren F und F' in Tafeln bringt, wie es die folgenden sind.

Tafel I. Korrektion des Barometerstandes wegen Änderung der Schwere mit der Breite

$$c_\varphi = 0{\cdot}26 \cos 2\varphi \frac{b^{h,\varphi}}{100} = F \frac{b^{h,\varphi}}{100}.$$

Die Werte des Faktors F sind für $\varphi < 45°$ positiv, hingegen für $\varphi > 45°$ negativ.

φ	0°	1°	2°	3°	4°	5°	6°	7°	8°	9°
	Werte von F									
0°	0·2600	0·2598	0·2594	0·2586	0·2575	0·2560	0·2543	0·2523	0·2499	0·2473
10°	0·2443	0·2411	0·2375	0·2337	0·2296	0·2252	0·2205	0·2155	0·2103	0·2049
20°	0·1992	0·1932	0·1870	0·1806	0·1740	0·1671	0·1601	0·1528	0·1454	0·1378
30°	0·1300	0·1221	0·1140	0·1057	0·0974	0·0889	0·0803	0·0717	0·0629	0·0541
40°	0·0451	0·0362	0·0272	0·0181	0·0091	0·0000	0·0091	0·0181	0·0272	0·0362
50°	0·0451	0·0541	0·0629	0·0717	0·0803	0·0889	0·0974	0·1057	0·1140	0·1221
60°	0·1300	0·1378	0·1454	0·1528	0·1601	0·1671	0·1740	0·1806	0·1870	0·1932
70°	0·1992	0·2049	0·2103	0·2155	0·2205	0·2252	0·2296	0·2337	0·2375	0·2411
80°	0·2443	0·2473	0·2499	0·2523	0·2543	0·2560	0·2575	0·2586	0·2594	0·2598

Tafel II. Korrektion des Barometerstandes wegen Änderung der Schwere mit der Höhe

$$c_h = 0{\cdot}314 \frac{h}{1000} \frac{b^{h,\varphi}}{1000} = F' \frac{b^{h,\varphi}}{1000}.$$

$h =$	0	100	200	300	400	500	600	700	800	900
$F' =$	0·0000	0·031	0·063	0·094	0·126	0·157	0·188	0·220	0·251	0·283
$h =$	1000	1100	1200	1300	1400	1500	1600	1700	1800	1900
$F' =$	0·314	0·345	0·377	0·408	0·440	0·471	0·502	0·534	0·565	0·597

Es sei z. B.

$$b^{h,\varphi} = 740{\cdot}3,\ \varphi = 48°\,15',\ h = 246{\cdot}7^m.$$

Aus Tafel I erhält man für $\varphi = 48°$ . . . . $F = -\,0{\cdot}0272$
Differenz für 1°: 0·0090, daher für 15′ . . . . . . $-\,22$
so daß für $\varphi = 48°\,15'$ . . . . $F = -\,0{\cdot}0294$
und

$$c_\varphi = -\,0{\cdot}0294\,.\,7{\cdot}403 = -\,0{\cdot}21^{mm}.$$

Tafel II gibt für	. . . . $h = 200^m$	$F' = 0\cdot063$
	„	40	13
	„	7	2
Daher . . .	für . . . . $h = 246\cdot7$	$F' = 0\cdot078$

und die Korrektion $c_h = 0\cdot078 \,.\, 0\cdot7403 = 0\cdot06^{mm}$.

Der auf die Schwere im Meeresniveau in 45° reduzierte Barometerstand wäre daher

$$b^{o,45} = 740\cdot3 + 0\cdot21 - 0\cdot06 = 740\cdot45.$$

Hat man die an einem Quecksilberbarometer abgelesenen Barometerstände in der hier angegebenen Weise reduziert, so können sie statt der absoluten Drucke in die Höhenformel eingesetzt werden. Da nämlich

$$p_1 = b_1^{o,45}\, S_o^{o,45}$$

$$p_2 = b_2^{o,45}\, S_o^{o,45}$$

$$p_1 - p_2 = (b_1^{o,45} - b_2^{o,45})\, S_o^{o,45}$$

$$p_1 + p_2 = (b_1^{o,45} + b_2^{o,45})\, S_o^{o,45}, \text{ somit}$$

$$\frac{p_1 - p_2}{p_1 + p_2} = \frac{b_1^{o,45} - b_2^{o,45}}{b_1^{o,45} + b_2^{o,45}}.$$

Mit Rücksicht hierauf kann Formel (17) geschrieben werden

$$H = \frac{8003}{(b_1^{o,45} + b_2^{o,45}) : 2}\,[1 + 0\cdot002\,(t_1 + t_2)]\,(b_1^{o,45} - b_2^{o,45}). \quad (19)$$

Es sei hier nochmals betont, daß die besprochene Reduktion der Barometerstände auf die Schwere im Meeresniveau unter 45° nur dann auszuführen ist, wenn der Luftdruck mittels eines Quecksilberbarometers gemessen wurde. Bei Aneroiden, bei denen die Elastizität der Dose und Feder dem Luftdrucke das Gleichgewicht hält, die Schwerkraft auf die Angaben eines solchen Instrumentes also keinen Einfluß haben kann, darf eine solche Reduktion der abgelesenen Barometerstände nicht vorgenommen werden.

Um die Berechnung des Höhenunterschiedes bequem auszuführen, kann man Formel (19) noch etwas umgestalten, wenn man setzt

$$H_o = \frac{8003}{(b_1^{o,45} + b_2^{o,45}) : 2} (b_1^{o,45} - b_2^{o,45}) = A (b_1^{o,45} - b_2^{o,45}).$$

Dann wird

$$H = H_o + 0{\cdot}002 (t_1 + t_2) H_o$$

$$H = H_o + 2 \frac{H_o}{1000} (t_1 + t_2). \quad \ldots \ldots \quad (20)$$

Der Höhenunterschied H_o wird am einfachsten erhalten, wenn man den Wert des vor der Druckdifferenz stehenden Koeffizienten A für verschiedene Werte von $(b_1^{o,45} + b_2^{o,45}) : 2$ in einer Tafel zusammenstellt, wie es hier geschehen ist.

Tafel III. Barometrische Höhenstufen.

$\frac{b_1^{o,45} + b_2^{o,45}}{2}$ =	760	750	740	730	720	710	700	690	680
A =	10·53	10·67	10·82	10·97	11·12	11·27	11·43	11·60	11·77
$\frac{b_1^{o,45} + b_2^{o,45}}{2}$ =	670	660	650	640	630	620	610	600	590
A =	11·94	12·13	12·31	12·51	12·70	12·91	13·12	13·34	13·57

Die Größe A wird die barometrische Höhenstufe genannt, denn sie gibt an, um wieviel Meter man steigen müßte, damit der Barometerstand um 1^{mm} kleiner werde, wenn die Luftsäule die Temperatur von 0° hätte.

Wie einfach die Berechnung des Höhenunterschiedes nach (20) ist, ersieht man aus folgendem Beispiele.

Es sei

$$b_2^{o,45} = 747{\cdot}15^{mm} \qquad t_2 = 10{\cdot}2° \, C$$

$$b_1^{o,45} = 748{\cdot}95 \qquad t_1 = 10{\cdot}2$$

$$b_1^{o,45} - b_2^{o,45} = 1{\cdot}8 \qquad t_1 + t_2 = 20{\cdot}4$$

$$\frac{b_1^{o,45} + b_2^{o,45}}{2} = 748{\cdot}05.$$

Aus Tafel III ergibt sich für $(b_1^{o,45} + b_2^{o,45}) : 2 = 748{\cdot}0^{mm}$ $A = 10{\cdot}70$, so daß

$$H_o = 10{\cdot}70 \times 1{\cdot}8 = 19{\cdot}26^{m}$$

$$2 \frac{H_o}{1000} 20{\cdot}4 = 0{\cdot}0385 \times 20{\cdot}4 = 0{\cdot}78$$

$$H = 20{\cdot}0 \; ^{m}.$$

Eine direkte Messung dieses Höhenunterschiedes ergab 19·9^m.

Bei Temperaturen unter — 7° hat man in der Formel (20) statt des Ausdehnungskoeffizienten 0·004 jenen der trockenen Luft 0·00367 zu setzen, da die Luft bei tiefen Temperaturen nur geringe Menge von Wasserdampf enthält.[1]) Statt (20) hat man dann

$$H = H_o + 1{\cdot}83 \frac{H_o}{1000}(t_1 + t_2) \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (20\,a)$$

Ist die mittlere Temperatur der Luftsäule $(t_1 + t_2) : 2$ höher als 20°, so sollte man behufs größerer Genauigkeit die Feuchtigkeit messen und den Höhenunterschied nach der Formel

$$H = \frac{7991}{(b_1^{0,45} + b_2^{0,45}) : 2}\left(1 + 0{\cdot}00367\frac{t_1 + t_2}{2}\right)\left[1 + 0{\cdot}377\frac{1}{2}\left(\frac{e_1}{b_1^{0,45}} + \frac{e_2}{b_2^{0,45}}\right)\right] \times$$
$$\times (b_1^{0,45} - b_2^{0,45}) \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (20\,b)$$

berechnen, da die auf Seite 171 angeführten, von **Hann** berechneten Konstanten a und γ aus Temperaturen von — 4° bis 22° abgeleitet worden sind und ihre Verwendung über diese Grenzen streng genommen nicht statthaft ist. Bei den hier in Betracht kommenden Höhenunterschieden kann in (20b)

$$\frac{1}{2}\left(\frac{e_1}{b_1^{0,45}} + \frac{e_2}{b_2^{0,45}}\right) = \frac{e_1 + e_2}{b_1^{0,45} + b_2^{0,45}}$$

gesetzt werden, denn es ist streng

$$\frac{1}{2}\left(\frac{e_1}{b_1^{0,45}} + \frac{e_2}{b_2^{0,45}}\right) = \frac{e_1 + e_2}{b_1^{0,45} + b_2^{0,45}} - \frac{b_1^{0,45} - b_2^{0,45}}{2\,(b_1^{0,45} + b_2^{0,45})}\left(\frac{e_1}{b_1^{0,45}} - \frac{e_2}{b_2^{0,45}}\right),$$

Das Korrektionsglied der rechten Seite bleibt für Werte von $b_1^{0,45} - b_2^{0,45}$ bis zu 40^{mm} stets sehr klein und kann somit vernachlässigt werden.

Wie im nächsten Abschnitte nachgewiesen wird, kann der Fehler in der Feuchtigkeit bei geringen Höhenunterschieden recht bedeutend sein, ohne einen größeren Fehler in H zu bewirken, so daß die Berechnung von H auch bei höheren Temperaturen nach Formel (20) erfolgen kann.

---

[1]) Bei — 7° ist im Maximum $e = 2{\cdot}8^{mm}$.

Obwohl die Formeln (20), (20a), (20b), selbst bei vollkommen richtigen Werten der darin vorkommenden Größen nur für Höhenunterschiede bis etwa 400^m verwendbar sind, wie im nächsten Abschnitte nachgewiesen wird, so gestatten sie dennoch auch die Berechnung großer Höhenunterschiede, wenn man letztere in mehrere kleinere abteilt, jeden dieser kleinen Höhenunterschiede nach den vorstehenden einfachen Formeln berechnet und ihre Summe bildet. Es lassen sich demnach alle Aufgaben der barometrischen Höhenmessung auf die Messung eines geringen Höhenunterschiedes zurückführen. Diese Art der Bestimmung eines größeren Höhenunterschiedes ist die einzig richtige, wenn man ihn aus vereinzelten, oben und unten gleichzeitig ausgeführten Beobachtungen möglichst richtig erhalten will.[1])

Es ist einleuchtend, daß die durch Beobachtung erhaltenen Werte des Barometerstandes, der Lufttemperatur und Feuchtigkeit mit größeren oder kleineren Fehlern behaftet sein werden, woraus sich die Notwendigkeit ergibt, sich darüber Klarheit zu verschaffen, welche Unrichtigkeit dadurch in dem berechneten Höhenunterschiede H verursacht werden kann.

2. Die Fehler des berechneten Höhenunterschiedes.

a) Fehler in H infolge einer Unrichtigkeit des Luftdruckes. Sind die Barometerstände b_1 und b_2 (der Einfachheit wegen sind die anderen Indizes weggelassen worden) um die Beträge Δb_1 beziehungsweise Δb_2 fehlerhaft, so liefert Gleichung (20) einen unrichtigen Wert des Höhennterschiedes, wenn man die fehlerhaften b_1 und b_2 einsetzt. Es ist dies

$$H' = K(1 + a't)\,\frac{b_1 - b_2}{b_1 + b_2},\ (16006 = K,\ 0{\cdot}004 = a' \text{ gesetzt}),$$

während der richtige Wert wäre:

$$H = K(1 + a't)\,\frac{b_1 - b_2 + \Delta b_1 - \Delta b_2}{b_1 + b_2 + \Delta b_1 + \Delta b_2}.$$

Der Fehler ΔH ist die Differenz der beiden Werte

[1]) Die Begründung hiefür ist zu finden in: Liznar, Die barometrische Höhenmessung.

$$\Delta H = H - H' = K(1 + \alpha' t)\left[\frac{b_1 - b_2 + \Delta b_1 - \Delta b_2}{b_1 + b_2 + \Delta b_1 + \Delta b_2} - \frac{b_1 - b_2}{b_1 + b_2}\right]$$

$$\Delta H = 2K(1 + \alpha' t)\frac{b_2 \Delta b_1 - b_1 \Delta b_2}{(b_1 + b_2 + \Delta b_1 + \Delta b_2)(b_1 + b_2)}.$$

Dividiert man Zähler und Nenner durch $b_1 b_2$, so erhält man

$$\Delta H = 2K(1 + \alpha' t)\left(\frac{\Delta b_1}{b_1} - \frac{\Delta b_2}{b_2}\right) : \left(\frac{1}{b_1} + \frac{1}{b_2} + \frac{\Delta b_1}{b_1 b_2} + \frac{\Delta b_2}{b_1 b_2}\right)(b_1 + b_2).$$

Die Größen $\Delta b_1 : b_1 b_2$ und $\Delta b_2 : b_1 b_2$ sind sehr klein, können daher ohneweiters gegen die anderen vernachlässigt werden, und der Divisor lautet dann

$$\left(\frac{1}{b_1} + \frac{1}{b_2}\right)(b_1 + b_2) = 2 + \frac{b_1^2 + b_2^2}{b_1 b_2}.$$

Wenn die Werte b_1 und b_2 nicht sehr verschieden sind, was bei der Berechnung des H nach (20) vorausgesetzt worden ist und man setzt $b_2 = b_1 - \beta$.

So wird

$$\frac{b_1^2 + b_2^2}{b_1 b_2} = \frac{b_1^2 + b_1^2 - 2\beta b_1 + \beta^2}{b_1^2 - \beta b_1} = \frac{2(b_1^2 - \beta b_1) + \beta^2}{b_1^2 - \beta b} \text{ oder}$$

$$\frac{b_1^2 + b_2^2}{b_1 b_2} = 2 + \frac{\beta^2}{b_1^2 - \beta b_1}.$$

Nun ist $\beta^2 : (b_1^2 - \beta b_1)$ eine verhältnismäßig kleine Größe[1]), so daß

$$\frac{b_1^2 + b_2^2}{b_1 b_2} = 2$$

gesetzt werden kann. Daher erhält man für den Nenner

$$\left(\frac{1}{b_1} + \frac{1}{b_1}\right)(b_1 + b_2) = 4.$$

Wird dieser Wert in die Gleichung für ΔH eingesetzt, so ist

$$\Delta H = \frac{K}{2}(1 + \alpha' t)\left(\frac{\Delta b_1}{b_1} - \frac{\Delta b_2}{b_2}\right),$$

[1]) Wäre z. B. $b_1 = 740^{mm}$, $\beta = 40^{mm}$, so ergibt sich $\beta^2 : (b_1^2 - \beta b_1) = 0{\cdot}0031$.

$$\text{oder } \Delta H = 8003\,(1 + \alpha' t)\left(\frac{\Delta b_1}{b_1} - \frac{\Delta b_2}{b_2}\right). \quad . \; . \; . \; (21)$$

Ist also b_1 um den Betrag Δb_1 fehlerhaft, so ist

$$\Delta H_1 = \frac{8003}{b_1}\,\Delta b_1,$$

bei einem Fehler des b_2 um Δb_2 ergibt sich

$$\Delta H_2 = \frac{8003}{b_2}\,\Delta b_2.$$

Der Fehler von H ist demnach nicht nur von dem Fehler des Barometerstandes, sondern auch von der Größe des letzteren abhängig. Er ist gleich der barometrischen Höhenstufe multipliziert mit dem Fehler Δb. Hieraus folgt, daß derselbe Fehler Δb bei verschiedenen Drucken einen ungleich großen Fehler ΔH bewirken muß.

Wäre z. B. $\Delta b_1 = \Delta b_2 = 2^{mm}$, $b_1 = 720^{mm}$, $b_2 = 680^{mm}$, so folgt

$$\Delta H_1 = 11\,.\,12\,.\,2 = 22\,.\,24^{m}$$
$$\Delta H_2 = 11\,.\,77\,.\,2 = 23\,.\,54$$

woraus zu ersehen ist, daß sich die Fehler nicht aufheben, da ΔH_2 um $1{\cdot}3^{m}$ größer ist als ΔH_1. Nur wenn $\Delta b_1 = \Delta b_2$ einige wenige Zehntel Millimeter beträgt und b_2 nur um etwa 40^{mm} kleiner als b_1 ist, wird $\Delta H_1 - \Delta H_2$ ungefähr $0{\cdot}1^{m}$ betragen.

Was den Fehler Δb anbelangt, so kann er entweder ein Beobachtungsfehler sein oder der Differenz des zur Luftdruckmessung verwendeten Instrumentes gegen ein Normalbarometer entsprechen. Im ersteren Falle ist der Fehler bei sorgfältiger Beobachtung kaum $0{\cdot}1^{mm}$, im letzteren kann er auch bedeutend größere Werte annehmen.

Aus den vorstehenden Darlegungen folgt die wichtige Regel, daß die Korrektion des Instrumentes, dessen man sich zur Messung des Luftdruckes bedient, gegen ein Normalbarometer (gegen den wahren Druck) bis auf wenige Zehntel Millimeter bekannt sein muß, wenn man größere Fehler in H vermeiden will.

Da der Beobachtungsfehler einer einzelnen Luftdruckmessung leicht $0{\cdot}1^{mm}$ erreichen kann, was einem Fehler

$$\Delta H = \frac{8003}{b}\, 0{\cdot}1$$

entspricht, welcher Ausdruck

für $b = 760^{mm}$ der Wert $1{\cdot}05^{m}$
„ $b = 600$ „ „ $1{\cdot}33$

annimmt, so muß man in einem solchen Falle, wenn der Fehler oben unten nicht zufällig im selben Sinne gemacht worden ist, auf einen Fehler ΔH von 2^{m} gefaßt sein. Will man daher den Fehler herabdrücken, so genügt eine einzelne Messung des Druckes, auch wenn sie noch so sorgfältig ausgeführt wurde, im allgemeinen nicht, man muß sie vielmehr öfter wiederholen.

b) Fehler in H infolge einer unrichtigen Lufttemperatur. Ist in (20) die mittlere Temperatur $(t_1 + t_2) : 2$ um den Betrag Δt fehlerhaft, so erhält man einen unrichtigen Höhenunterschied

$$H' = H_0 + 4\, \frac{H_0}{1000}\, \frac{t_1 + t_2}{2}$$

während der richtige

$$H' = H_0 + 4\, \frac{H_0}{1000} \left(\frac{t_1 + t_2}{2} + \Delta t \right) \text{ wäre.}$$

Durch Subtraktion dieser Gleichungen ergibt sich der Fehler

$$\Delta H = H - H' = 0{\cdot}4\, \frac{H_0}{100}\, \Delta t \quad \ldots\ldots (22)$$

das heißt für jeden Grad beträgt der Fehler in H $0{\cdot}04\,\%$ des Höhenunterschiedes.

Wäre z. B. $H_0 = 200^{m}$, $\Delta t = 0{\cdot}5^{\circ}$, so wird

$$\Delta H = 0{\cdot}4 \times 2 \times 0{\cdot}5 = 0{\cdot}4^{m}.$$

Soll der Fehler ΔH nur $0{\cdot}1^{m}$ betragen, so müßte

$$0{\cdot}1 = 0{\cdot}4\, \frac{H_0}{100}\, \Delta t$$

sein, woraus folgt

$$\Delta t = \frac{25}{H_0} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (23)$$

Für $H_0 = 200^m$ ergibt sich hieraus

$$\Delta t = 0{\cdot}12°.$$

Bei kleinen Höhenunterschieden kann Δt, wie aus (23) zu ersehen ist, größere Beträge erreichen. So kann für $H = 40^m$ $\Delta t = 0{\cdot}6°$ sein, um $\Delta H = 0{\cdot}1^m$ zu erhalten.'

Die Bestimmung der wahren mittleren Temperatur der Luftsäule, deren Höhe gemessen werden soll, ist mit gewissen Schwierigkeiten verbunden, insbesondere in dem Falle, wenn ein größerer Höhenunterschied zu bestimmen ist, weil sich die Temperatur nicht immer proportional mit der Höhe ändert. Wenn aber nur kleinere Höhenunterschiede gemessen werden, wie es bei Ableitung der Formel (20) vorausgesetzt wurde, dann kann man diese Proportionalität eher vorauszusetzen; jedenfalls ist der Fehler in diesem Falle viel kleiner.

c) Fehler in H infolge eines fehlerhaften Dampfdruckes. Setzt man in (15) für e_1 und e_2 Werte ein, die um Δe_1 beziehungsweise Δe_2 fehlerhaft sind, so wird sich ein unrichtiger Wert H' ergeben. Der wahre wäre

$$H = H' + 0{\cdot}377 \frac{1}{2}\left(\frac{\Delta e_1}{b_1} + \frac{\Delta e_2}{b_2}\right) H'.$$

Somit ist der Fehler

$$\Delta H = H - H' = 0{\cdot}189 \left(\frac{\Delta e_1}{b_1} + \frac{\Delta e_2}{b_2}\right) H' \quad \ldots \quad (24)$$

Der Fehler ΔH wächst demnach bei gleichem Werte von Δe mit zunehmendem Höhenunterschiede und mit abnehmendem Drucke.

Man kann leicht den Fehler Δe finden, der bei einem bestimmten Drucke und gegebenen Höhenunterschiede einen Fehler $\Delta H = 0{\cdot}1^m$ verursacht. Denn es muß dann

$$0{\cdot}1 = 0{\cdot}189 \frac{\Delta e}{b} H'$$

sein. Daher

$$\Delta e = 0{\cdot}53 \frac{b}{H'} \quad \ldots \quad (25)$$

Man findet z. B. für $b = 720^{mm}$, $H' = 300^m$ den zulässigen Fehler $\Delta e = 1{\cdot}4^{mm}$.

In manchen Lehrbüchern der **Geodäsie** wird die näherungsweise Berücksichtigung des Wasserdampfes nicht in der früher angegebenen Weise durchgeführt, es wird vielmehr ein gewisser mittlerer Druck des Wasserdampfes in Rechnung gestellt. Da aber dieser mittlere Druck von dem bei einer vorgenommenen Messung herrschenden um 8 und mehr Millimeter verschieden sein kann, so kann der dadurch bedingte Fehler in H die erreichbare Genauigkeit weit überschreiten, wenn H etwas größer ist (300—400^m).

d) **Fehler in H infolge der Nichtberücksichtigung der Schwereänderung mit der Breite und Höhe.** Um Formel (16) zu vereinfachen, wurden die beiden Faktoren, welche die Schwerekorrektion enthalten, der Einheit gleichgesetzt und es soll nun gezeigt werden, welcher Fehler dadurch in H entstehen kann. Bezeichnet man das Produkt aller Faktoren in (16) mit H, jenen Wert aber, der nach Vernachlässigung der Breitenkorrektion resultiert mit H', so ist

$$H = H' + 0{\cdot}0026 \cos 2\varphi \,.\, H', \text{ somit}$$

$$\Delta H = H - H' = 0{\cdot}0026 \cos 2\varphi \, H' \text{ oder}$$

$$\Delta H = 0{\cdot}26 \cos 2\varphi \frac{H'}{100} = F \frac{H'}{100} \quad \ldots\ldots \quad (26)$$

Da die Werte des Faktors F in Taf. I für alle Breiten zusammengestellt sind, ist die Berechnung von ΔH leicht durchzuführen.

Soll der Fehler ΔH nicht mehr als $0{\cdot}1^m$ betragen, so müßte

$$0{\cdot}1 = 0{\cdot}26 \cos 2\varphi \frac{H'}{100} \text{ sein,}$$

$$\text{woraus folgt } \cos 2\varphi = \frac{38{\cdot}5}{H'} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (27)$$

Wenn man Höhenunterschiede bestimmt, die nicht größer als 200^m sind, so kann die vorstehende Korrektion ΔH in der Breite $\varphi = 39°$ bis $\varphi = 51°$ ganz vernachlässigt werden, weil dann der Fehler in den äußersten Fällen kaum $0{\cdot}1^m$ erreicht. Es erscheint hierdurch die früher gemachte Behauptung, daß man diese Korrektion bei kleinen Werten von H in unseren Breiten (Österreich-Ungarn) vernachlässigen könne, gerechtfertigt.

Ganz ähnlich ergibt sich aus (16) der Fehler wegen Vernachlässigung der Schwerkraftänderung mit der Höhe:

$$\Delta H = \frac{2h_1 + H}{R} H = \frac{2}{R}\left(h_1 + \frac{H}{2}\right) H$$

oder weil $\frac{2}{R} = 0{\cdot}000000314$ ist,

$$\Delta H = 0{\cdot}314 \frac{H}{1000} \frac{h_1 + H:2}{1000} = F' \frac{h_1 + H:2}{1000} \quad . \; . \; . \; (28)$$

Da die Werte des Faktors F' aus Taf. II entnommen werden können, so ist ΔH leicht zu berechnen.

War z. B. $h_1 = 1200\,^m$, $H = 200\,^m$, so ist

$$\Delta H = 0{\cdot}063 \,.\, 1{\cdot}3 = 0{\cdot}08\,^m.$$

Wenn man also Höhenunterschiede, die nicht größer als 400 ^{m} sind, in tieferen Lagen als 1000 ^{m} bestimmt, beträgt die Korrektion kaum 0·1 ^{m}.

e) Fehler in H, wenn der Höhenunterschied größer als 400 ^{m} ist. Durch eine strengere Betrachtung erhält man für den Höhenunterschied H den Ausdruck [1])

$$H = 18428\,(1 + a't)\log\frac{b_1}{b_2} = C\,(1 + a't)\log\frac{b_1}{b_2}$$

und gelangt hieraus zu der früher abgeleiteten einfachen Formel (20) dadurch, daß man den Logarithmus in eine Reihe entwickelt. Bezeichnet man den natürlichen Logarithmus mit log_n und den Modul des Briggschen Logarithmensystems mit M, so ist bekanntlich

$$\log\frac{b_1}{b_2} = M \log_n \frac{b_1}{b_2},\ (M = 0{\cdot}43429) \text{ und da}$$

$$\log_n \frac{b_1}{b_2} = 2\left[\frac{b_1 - b_2}{b_1 + b_2} + \frac{1}{3}\left(\frac{b_1 - b_2}{b_1 + b_2}\right)^3 + \frac{1}{5}\left(\frac{b_1 - b_2}{b_1 + b_2}\right)^5 + \ldots\right], \text{ daher}$$

$$\log\frac{b_1}{b_2} = 2 \times 0{\cdot}43429\left[\frac{b_1 - b_2}{b_1 + b_2} + \frac{1}{3}\left(\frac{b_1 - b_1}{b_1 + b_2}\right)^3 + \frac{1}{5}\left(\frac{b_1 - b_2}{b_1 + b_2}\right)^5 + \ldots\right]$$

Nach Einsetzung dieses Wertes in die vorstehende Gleichung für H wird

$$H = 8003\,(1 + a't)\left[\frac{b_1 - b_2}{\frac{b_1 + b_2}{2}} + \frac{1}{12}\left(\frac{b_1 - b_2}{\frac{b_1 + b_2}{2}}\right)^3 + \ldots\right] \text{ oder}$$

---

[1]) Liznar: Barometrische Höhenmessung.

$$H=8003\,(1+\alpha' t)\,\frac{b_1-b_2}{(b_1+b_2):2}+\frac{1}{12}\,8003(1+\alpha' t)\left[\frac{b_1-b_2}{(b_1+b_2):2}\right]^3+\ldots$$

Der erste Teil der rechten Seite ist nun die früher abgeleitete Formel (20), welche demnach nur ein Näherungswert H' ist, so daß

$$H=H'+\frac{1}{12}\,8003\,(1+\alpha' t)\left[\frac{b_1-b_2}{(b_1+b_2):2}\right]^3+$$
$$+\frac{1}{80}\,8003\,(1+\alpha' t)\left[\frac{b_1-b_2}{(b_1+b_2):2}\right]^5+\ldots$$

Der Fehler der dadurch begangen wird, daß man sich mit dem Werte H' begnügt, beträgt somit

$$\Delta H=H-H'=\frac{1}{12}\,8003\,(1+\alpha' t)\left[\frac{b_1-b_2}{(b_1+b_2):2}\right]^3+$$
$$+\frac{1}{80}\,8003(1+\alpha' t)\left[\frac{b_1-b_2}{(b_1+b_1):2}\right]^5+\ldots$$

Da nun

$$H'=8003\,(1+\alpha' t)\,\frac{b_1-b_2}{(b_1+b_2):2},\ \text{so folgt}$$
$$\frac{b_1-b_2}{(b_1+b_2):2}=\frac{H'}{8003\,(1+\alpha' t)}.$$

Setzt man diesen Wert in ΔH ein, so wird

$$\Delta H=\frac{1}{12}\,\frac{1000^3}{8003^2}\,\frac{1}{(1+\alpha' t)^2}\left(\frac{H'}{1000}\right)^3+\frac{1}{80}\,\frac{1000^5}{8003^4}\,\frac{1}{(1+\alpha' t)^4}\left(\frac{H'}{1000}\right)^5+\ldots$$

$$\text{oder } \Delta H=\frac{1\cdot 3}{(1+\alpha' t)^2}\left(\frac{H'}{1000}\right)^3+\frac{0\cdot 003}{(1+\alpha' t)^4}\left(\frac{H'}{1000}\right)^5+\ldots \quad (29)$$

Will man erfahren, bei welchem Höhenunterschiede H' der Fehler $\Delta H=0.1$ ᵐ wird, braucht man nur zu setzen

$$0\cdot 1=\frac{1\cdot 3}{(1+\alpha' t)^2}\left(\frac{H'}{1000}\right)^3,\ \text{woraus sich ergibt}$$

$$H'=1000\sqrt[3]{\frac{1}{13}}\sqrt[3]{(1+\alpha' t)^2}=425\sqrt[3]{(1+\alpha' t)^2}.$$

Werden also Höhenunterschiede, die nicht größer als 400 ᵐ sind, nach der einfachen Formel (20) berechnet, so wird der Fehler,

der durch Vernachlässigung der höheren Glieder der logarithmischen Reihe entsteht, kaum den Betrag von 0·1 ᵐ erreichen. Bei großen Höhenunterschieden kann er jedoch recht bedeutend werden, wie folgendes Beispiel lehrt.

Aus mehrjährigen Beobachtungen am Sonnblick und in Klagenfurt hat sich ergeben

für Klagenfurt	$b_1 = 723{\cdot}05^{mm}$	$t_1 = 8{\cdot}05^\circ$
„ Sonnblick	$b_2 = 519{\cdot}58$	$t_2 = -6{\cdot}17$
	$b_1 - b_2 = 203{\cdot}47$	$t_1 + t_2 = 1{\cdot}88$
	$\frac{b_1 + b_2}{2} = 621{\cdot}31$	$\frac{\varphi_1 + \varphi_2}{2} = 46^\circ 50'$.

Mit diesen Daten findet man nach (20)

$$H'_o = \frac{8003}{621{\cdot}31} 203{\cdot}47 = 2621{\cdot}2^{m}$$

$$H' = 2621{\cdot}2 + 2 \times 2{\cdot}621 \times 1{\cdot}88$$

$$H' = 2621{\cdot}2 + 9{\cdot}9 = 2631{\cdot}1^{m}.$$

Nach (29) ist nun

der erste Teil des Fehlers ΔH

$$\Delta H' = 1{\cdot}3 \quad \times 2{\cdot}631^3 : (1 + 0{\cdot}004 \times 0{\cdot}94)^2 = 23{\cdot}5^{m},$$

der zweite $\Delta H'' = 0{\cdot}003 \times 2{\cdot}631^5 : (1 + 0{\cdot}004 \times 0{\cdot}94)^4 = 0{\cdot}4^{m}$

daher wird $\quad H = H' + \Delta H' + \Delta H'' = 2655{\cdot}0^{m}.$

Formel (20) gibt somit den Höhenunterschied um $23{\cdot}9^{m}$ zu klein.

An den Höhenunterschied H müssen noch die Korrektionen wegen der Schwere nach (26) und (28) angebracht werden, und zwar

$$\Delta H''' = 0{\cdot}26 \cos 46^\circ 50' \times 26{\cdot}55 = -0{\cdot}4^{m}$$

$$\Delta H'''' = 0{\cdot}314 \times 2{\cdot}655 \times 1{\cdot}776 = 1{\cdot}5^{m},$$

so daß schließlich $H = 2656{\cdot}1^{m}$ wird.

Bei Anwendung der ausführlichen barometrischen Höhenformel, in welcher die Luftfeuchtigkeit eine strengere Berücksichtigung gefunden hat, ergab sich $H = 2656{\cdot}9^{m}$ (Liznar: Barometrische Höhenmessung).

3. Die Bestimmung des Luftdruckes, der Lufttemperatur und Luftfeuchtigkeit.

a) Messung des Luftdruckes. Der Luftdruck wird bekanntlich mit Instrumenten gemessen, welche Barometer heißen. Man unterscheidet Quecksilber- und Metallbarometer, die letzteren heißen auch Aneroide oder Holosteric. Die Quecksilberbarometer werden nach ihrer Konstruktion in Heber- und Gefäßbarometer eingeteilt. Hat bei den letzteren das Quecksilbergefäß einen beweglichen Boden, so heißen sie Fortinbarometer; ist der Boden des Gefäßes hingegen unbeweglich, so nennt man sie Gefäßbarometer mit fixem Boden oder Stationsbarometer. Schließlich sei noch einer Form des Quecksilberbarometers Erwähnung getan, die eine Kombination des Heber- und Fortinbarometers darstellt, es ist dies das Normal- oder Kontrollbarometer Wild-Fuess.

Mit allen hier genannten Instrumenten mißt man die Höhe der Quecksilbersäule, welche durch ihr Gewicht dem Luftdrucke das Gleichgewicht hält (den Barometerstand). Man kann den Luftdruck aber auch dadurch ermitteln, daß man die Temperatur der Dämpfe des siedenden, chemisch-reinen Wassers beobachtet. Das zu diesen Messungen erforderliche Instrument heißt Thermobarometer oder Thermohypsometer.

α) Das Heberbarometer (Taf. 20, Fig. 207) besteht gewöhnlich aus einem U-förmig gebogenen Glasrohre, dessen längerer Schenkel oben geschlossen und an einer Holzleiste befestigt ist, die längs der beiden Schenkel des Glasrohres geschlitzt ist und einen Millimetermaßstab aus Messing trägt. Bei den kleineren Instrumenten dieser Art ist das Glasrohr in der Holzleiste eingelassen, die dann durch eine Messingleiste geschlossen erscheint, auf der die Teilung angebracht ist. Der Raum über dem Quecksilber im geschlossenen Schenkel ist luftleer (Toricellische Leere). Dieser Schenkel besitzt an einer gewissen Stelle eine Verengung (Buntensche Spitze), welche das Aufsteigen der in das Rohr etwa eingedrungenen Luft in den luftleeren Raum verhüten soll. Solche kleinere Heberbarometer, deren Barometerrohr einen Durchmesser von 6—7^{mm} besitzt, sind leicht und können daher bequem transportiert werden; sie heißen daher auch Reiseheberbarometer oder Gay-Lussacsche Reisebarometer kurzweg.

An jedem Barometer ist ein Thermometer befestigt, das die Temperatur des Quecksilbers im Barometerrohre und der Messingskala angeben soll.

Um die Höhe der vom Luftdrucke getragenen Quecksilbersäule, den Barometerstand, zu erhalten, werden kleine Schlitten, die längs der zum Barometerrohre parallelen Ausschnitte beweglich sind und Nonien tragen, mit ihrer unteren Fläche auf die Kuppen der Quecksilbersäule in beiden Schenkeln eingestellt und die Nonien abgelesen, deren Differenz die gesuchte Höhe der Quecksilbersäule liefert. Auf diese Einstellung der Nonienschlitten auf die Quecksilberkuppen muß die größte Sorgfalt verwendet werden, weil hievon die Genauigkeit des abgelesenen Barometerstandes abhängt. Man muß hierbei darauf achten, daß das Barometer vertikal hänge und daß das Auge genau in der Horizontalebene des unteren Schlittenrandes gehalten werde, um ihn mit dem obersten Punkte der Kuppe zur Berührung zu bringen; dann sieht man rechts und links je ein lichtes Dreieck (den lichten Hintergrund), das oben vom Rande des Schlittens, an der Seite von der Innenwand des Glasrohres (Barometerrohres) und unten von der Quecksilberkuppe begrenzt ist. War das Auge bei der Einstellung in der richtigen Lage (in der Horizontalebene), dann wird jede Verschiebung desselben nach oben oder unten die lichten Dreiecke verkleinern. Hätte man aber das Auge zu hoch gehalten, so würde eine Abwärtsbewegung desselben statt der beiden lichten Dreiecke einen lichten Meniskus erscheinen lassen und man müßte den Nonius tiefer stellen, um die richtige Einstellung zu erhalten. Daraus läßt sich erkennen, daß bei zu hoher Lage des Auges während der Einstellung der Barometerstand zu groß erhalten werden muß. Umgekehrt ergibt sich ein zu kleiner Wert desselben, wenn das Auge zu tief war. Bei einiger Übung wird es nicht schwer fallen, die richtige Lage des Auges zu finden.

Bevor man mit der Einstellung auf die Quecksilberkuppen beginnt, muß die Temperatur des am Barometer angebrachten Thermometers abgelesen werden, weil sonst durch die bei der Einstellung notwendige Annäherung des Körpers die Angaben des Thermometers erhöht würden und man bei einer späteren Ablesung desselben zu hohe Temperaturen erhalten würde, die nicht mehr jener des Quecksilbers im Barometer und der Teilung entsprächen. Dies gilt für alle Barometer ohne Ausnahme.

β) Bei den Fortinschen Barometern (Taf. 20, Fig. 208) taucht ein mit Quecksilber gefülltes, oben geschlossenes Glasrohr (Barometerrohr) in ein Gefäß, dessen oberer Teil aus Glas besteht, durch welches man die spiegelnde Oberfläche des Quecksilbers im Gefäße und eine Elfenbein- oder Stahlspitze sehen kann. Der untere Teil dieses Glasgefäßes wird von einem Messingzylinder umschlossen, in dessen unteres Ende eine Kapsel eingeschraubt ist, durch die eine Schraube hindurchgeht. Das obere, abgerundete Ende der letzteren drückt auf eine kleine Holzscheibe, welche am Boden eines Ledersackes angebracht ist, der das Glasgefäß des Barometers abschließt.

Das Barometerrohr ist seiner ganzen Länge nach von einem Messingrohre umschlossen, welches in seiner oberen Hälfte zwei gegenüberliegende Schlitze besitzt, um den Stand der Quecksilberkuppe beobachten zu können, und welches das zur Messung der Quecksilber- und Skalentemperatur dienende Thermometer trägt. Längs des einen Schlitzes ist eine Millimeterteilung angebracht, an der ein Nonius auf- und abwärts bewegt werden kann.

Die Einstellvorrichtung besteht aus zwei das Messingrohr umfassenden kurzen Zylindern, die durch ein Schraubengewinde miteinander verbunden sind. An dem oberen Zylinder ist der Nonius befestigt, der in dem Längsschlitze des Messingrohres auf und ab bewegt werden kann. Der untere, um eine Hülse drehbare und rändrierte Zylinder kann mit der letzteren durch eine Klemmschraube fixiert werden. Ist die Klemmschraube gelüftet, so läßt sich die ganze Einstellvorrichtung auf- und abwärts schieben, ist sie aber angezogen, dann kann nur der obere Zylinder mit dem Nonius durch Drehen des rändrierten Teiles frei bewegt werden.

Der Barometerstand wird erhalten, indem man zuerst die unten befindliche Spitze genau mit der Quecksilberoberfläche in Berührung bringt, dann den unteren Rand des Nonius auf die Quecksilberkuppe einstellt und den Stand des Nonius an der Teilung abliest. Die Einstellung wird auch bei diesen Barometern dadurch vorgenommen, daß man die Ebene des unteren Noniusrandes mit der Quecksilberkuppe in Berührung bringt. Da hier der eine Teil des unteren Randes hinter der Quecksilberkuppe liegt, wird man bei einer zu hohen oder zu tiefen Lage des Auges bei der Einstellung auf die Kuppe immer eine zu hohe Ablesung er-

halten, denn wenn das Auge zu hoch war, so geschah die Einstellung auf den vorderen Noniusrand und man wird beim Abwärtsbewegen des Auges statt der beiden lichten Dreiecke einen lichten Meniskus sehen; dieselbe Erscheinung tritt auf, wenn das Auge zu tief gehalten wurde, wobei man auf den rückwärtigen Noniusrand eingestellt hat. Man erhält also in beiden Fällen einen zu hohen Barometerstand.

Soll die Spitze auf die Quecksilberoberfläche im Gefäße scharf eingestellt werden, so ist es am besten, sie zunächst etwas tiefer zu stellen, indem man durch die im Boden des Gefäßes angebrachte Schraube die Quecksilberoberfläche hebt, bis sich eine Vertiefung in derselben bemerkbar macht. Hierauf dreht man langsam die Schraube zurück, um die Vertiefung zum Verschwinden zu bringen, was sich sehr scharf beobachten läßt, wenn die Oberfläche des Quecksilbers nur halbwegs rein ist.

Da die Spitze mit dem Nullpunkte der Teilung zusammenfallen soll, so gibt die Noniusablesung die Höhe der vom Luftdrucke getragenen Quecksilbersäule, d. h. den gesuchten Barometerstand.

γ) Das Stationsbarometer (Taf. 20, Fig. 209) unterscheidet sich von dem Fortinschen dadurch, daß das Gefäß keinen beweglichen Boden besitzt. Das Gefäß ist ein zylindrisches Glasgefäß, das oben durch eine Holzscheibe geschlossen ist, durch welche das Barometerrohr hindurchgeht und in das im Gefäße befindliche Quecksilber taucht. Das Glasgefäß ist von einem Messingzylinder umschlossen, in welchem eine Bodenplatte eingeschraubt ist. Zwischen der letzteren und dem Gefäßboden ist eine Korkplatte eingelegt, die das Glasgefäß nach oben drückt. Das Barometerrohr steckt in einem Messingrohr, das an das untere zylindrische Messinggefäß angeschraubt ist und wie beim Fortinbarometer zwei gegenüberliegende Längsschlitze hat, wovon der eine am Rande eine Millimeterteilung trägt.

An diesem Instrumente befindet sich nur die, beim Fortinschen Barometer beschriebene, obere Einstellvorrichtung, so daß man nur auf die Quecksilberkuppe einzustellen und den Nonius abzulesen hat, um den Barometerstand zu erhalten. Wegen dieser Einfachheit der Einstellung ist das Instrument an den meisten meteorologischen Stationen in Österreich eingeführt und heißt deshalb Stationsbarometer oder auch Kappellersches Stationsbarometer, weil

diese Instrumente von dem Wiener Mechaniker L. J. Kappeller in Österreich zuerst hergestellt worden sind.

Es darf jedoch nicht übersehen werden, daß die in der angegebenen Weise erhaltene Lesung nicht immer den Barometerstand darstellt, weil dieser die Höhe der vom Luftdrucke getragenen Quecksilbersäule vorstellt, welche man erhielte, wenn man jedesmal den Nullpunkt der Teilung in die Oberfläche des Quecksilbers im Gefäße verlegen könnte, wie es beim Fortinschen Barometer tatsächlich geschieht. Beim Stationsbarometer liest man aber immer die Entfernung der Kuppe von dem fixen Nullpunkte ab, daher erhält man nur in dem Falle den richtigen Barometerstand, wenn ein solcher Druck herrscht, daß die Oberfläche des Quecksilbers mit dem Nullpunkte der Teilung zusammenfällt. Ist der Druck z. B. kleiner, so muß die Quecksilbersäule im Barometerrohre sinken, während die Quecksilberoberfläche im Gefäße über den Nullpunkt steigt, was zur Folge hat, daß man einen zu hohen Barometerstand erhält. Das Umgekehrte tritt ein, wenn der Luftdruck steigt. Es muß demnach an die Lesung eine gewisse Korrektion angebracht werden, um die richtigen Barometerstände zu erhalten.

Um diese Korrektion abzuleiten, werde angenommen, daß der Nullpunkt der Teilung mit der Quecksilberoberfläche zusammenfalle, wenn die Lesung b_n ist. Bei einer beliebigen Lesung b ist das Volumen des Quecksilbers im Barometerrohre von b bis b_n ausgedrückt durch

$$v = r^2 \pi (b - b_n)$$

wenn r den inneren Radius des Barometerrohres vorstellt.

Dieses Volumen entspricht einem gleich großen Volumen im Gefäße, das z. B. beim Steigen des Luftdruckes aus ihm in das Barometerrohr gehoben wurde.

Sei R der innere Radius des Gefäßes und ϱ der äußere des eintauchenden Barometerrohres, so muß

$$v = (R^2 - \varrho^2)\, \pi x$$

sein, wenn mit x die Senkung (bei tieferem Druck als b_n die Hebung) der Quecksilberoberfläche gegen den Nullpunkt der Teilung bezeichnet wird.

Folglich hat man

$$x(R^2 - \varrho^2)\pi = r^2\pi(b - b_n)$$

$$x = \frac{r^2}{R^2 - \varrho^2}(b - b_n) = c(b - b_n). \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (30)$$

Sind die Halbmesser r, R, ϱ und die Lesung b_n bekannt, so läßt sich die Korrektion x, die an die Lesung b anzubringen ist, um den richtigen Barometerstand $b + x$ zu erhalten, leicht berechnen.

Die beiden Größen b_n und c werden vom Verfertiger des Barometers am Boden oder an der Mantelfläche des Messinggefäßes eingraviert. b_n wird die neutrale Lesung genannt.

δ) Das Normal- und Kontrollbarometer Wild-Fuess ist eine Kombination des Heber- und Gefäßbarometers, man kann es daher als ein Gefäßheberbarometer bezeichnen. Bei demselben ist der untere, gebogene Teil des Heberbarometers durch ein Gefäß ersetzt, das im Boden eine bewegliche Schraube trägt, wie das Fortinsche Barometer, durch welche das Quecksilber in den beiden Schenkeln des Barometers gehoben oder gesenkt werden kann. Der offene Schenkel ist mit einer fixen Einstellvorrichtung versehen, der geschlossene trägt hingegen, wie bei den anderen Barometern, den beweglichen Nonius.

Obwohl dieses Instrument gegenüber den anderen Barometern manche Vorzüge besitzt, hat es doch keine große Verbreitung als Beobachtungsinstrument gefunden, weil es bei der Handhabung insbesondere bei der Aufstellung große Vorsicht erfordert und sein Preis verhältnismäßig hoch ist.

Reduktion des Barometerstandes auf 0°. Die an einem Barometer an einem bestimmten Orte zu verschiedenen Zeiten abgelesenen Barometerstände wären nur dann untereinander vergleichbar, wenn das Instrument immer dieselbe Temperatur hätte. Da jede Temperaturänderung desselben eine Änderung der Höhe der Quecksilbersäule und der Länge des Maßstabes bewirkt, so müssen alle Barometerstände, um sie vergleichbar zu machen, auf dieselbe Temperatur bezogen oder, wie man gewöhnlich sagt, reduziert werden. Es wäre ganz gleichgültig, auf welche Temperatur die Reduktion erfolgt; man ist aber übereingekommen, die Barometerstände auf die Temperatur von 0° zu reduzieren, weil bei den neueren Barometern die Maßstäbe bei 0° richtig sind.

Für die Heber- und Fortin-Barometer, bei welchen man den Barometerstand durch Ablesung unmittelbar erhält, ist die Korrektion leicht zu ermitteln.

Bei der Temperatur $t°$ ist die Höhe der Quecksilbersäule

$$b_t = b_o (1 + qt)$$

und die Länge des Maßstabes

$$l_t = l_o (1 + mt),$$

wenn mit q und m der Ausdehnungnkoeffizient des Quecksilbers beziehungsweise des Messings bezeichnet wird.[1])

Da die Höhe b_t mit der Länge l_t gemessen wird, so müssen beide gleich sein, so daß

$$b_o (1 + qt) = l_o (1 + mt)$$

wird, woraus folgt

$$b_o = \frac{1 + mt}{1 + qt}\, l_o = \left[1 - \frac{q - m}{1 + qt} t\right] l_o \text{ oder}$$

$$b_o = l_o - \frac{q - m}{1 + qt}\, l_o t = l_o - \Delta l_o. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (31)$$

Die an die Lesung anzubringende Korrektion Δl_o ist negativ, wenn $t > 0°$ ist, bei Temperaturen unter 0° ist sie positiv.

Die Korrektion

$$\Delta l_o = \frac{q - m}{1 + mt}\, l_o t$$

läßt sich in eine Tabelle bringen, in der t das eine und l_o das andere Argument bildet, und aus der Δl_o bequem entnommen werden kann. Solche Tabellen oder Tafeln findet man in vielen Werken abgedruckt, so insbesondere auch in der von der Direktion der k. k. Zentralanstalt für Meteorologie und Geodynamik herausgegebenen: Anleitung zur Ausführung meteorologischer Beobachtungen an Stationen II. und III. Ordnung, die auch noch andere wichtige Tafeln und Zahlenangaben enthält.

Bedeutend komplizierter ist die Ableitung der Temperaturkorrektion für die Stationsbarometer, da bei diesen auch die

[1]) Der kubische Ausdehnungskoeffizient des Quecksilbers zwischen 0°—30 ist $q = 0{\cdot}00018153$, der lineare des Messings $m = 0{\cdot}00001916$.

Ausdehnung des Glasgefäßes und jene des im Gefäße befindlichen Quecksilbers berücksichtigt werden muß.

Bezeichnet man mit b'_o den aus der direkten Ablesung durch Reduktion auf 0° erhaltenen Barometerstand, so ist nach Jelinek

$$b'_o = \left[1 - \frac{q - m}{1 + mt}\, t\right] l_o - e\,(q - 3\gamma)\, t, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (32)$$

worin e die Höhe des Quecksilbers im Gefäße vom Boden desselben bis zum Nullpunkte der Teilung vorstellt (bei den in Österreich üblichen Stationsbarometern 66^{mm}) und γ den Ausdehnungskoeffizienten des Glases bedeutet, während die übrigen Größen die schon früher angegebene Bedeutung haben.

Mit Rücksicht auf die Änderung des Niveaus des Quecksilbers im Gefäße, von der bereits früher die Rede war, ist dann

$$b_o = b'_o + c\,(b'_o - b_n).$$

Diese scheinbar umständliche Reduktion auf 0° läßt sich ebenso bequem ausführen, wie bei den Heber- und Fortin-Barometern, wenn man sich hiebei einer Reduktionstafel bedient, die für jedes Instrument besonders berechnet werden muß. Obwohl die Berechnung einer solchen sehr einfach ist, muß hier von der Beschreibung des einzuhaltenden Vorganges abgesehen werden, es sei nur bemerkt, daß man die Reduktionstafel auf Verlangen vom Lieferanten des Barometers erhalten kann.

Reduktion der Barometerstände auf die Schwere im Meeresniveau in der Breite von 45°. Die auf 0° reduzierten Barometerstände, welche an verschiedenen Orten mittels Quecksilberbarometern erhalten worden sind, müssen, wenn sie vergleichbar sein sollen, noch eine Korrektion wegen der Verschiedenheit der Schwere an diesen Orten erfahren, wie es bereits bei der Ableitung der barometrischen Höhenformel auf S. 173 ausführlich besprochen worden ist.

Korrektion gegen ein Normalbarometer. Wenn die Barometer noch so sorgfältig gearbeitet sind, so liefern sie doch in den seltensten Fällen den wahren Barometerstand, sie müssen daher immer mit einem Normalbarometer oder mit einem zweiten Barometer, das einen richtigen Barometerstand angibt, verglichen werden, um jene Korrektion zu vermitteln, welche an ihre Angaben ange-

bracht werden muß, damit man den wahren Barometerstand erhalte. Da diese Korrektion im Laufe der Zeit Änderungen erleiden kann, ist es notwendig, die Vergleichungen von Zeit zu Zeit zu wiederholen. Beachtet man ferner, daß die Differenz gegen ein Normalbarometer zum Teile auch von der Unrichtigkeit der Barometerteilung abhängen kann, so sollten die Vergleichungen mit dem Normalbarometer bei recht verschiedenen Drucken ausgeführt werden, oder man müßte die Fehler der Teilung bestimmen und bei jeder Lesung in Rechnung bringen. Obwohl die Teilungsfehler bei den meisten Teilungen nur gering sein dürften, sollte man sich dessen doch vergewissern.

Prüfung des Vakuums im Barometerrohre. Bei einem guten Barometer muß der Raum über dem Quecksilber im Barometerrohre vollkommen luftleer sein, weil sonst die darin, wenn auch in geringer Menge, vorhandene Luft bei verschieden hohen Drucken einen ungleichen Raum einnimmt und sowohl dadurch als auch infolge einer Temperaturänderung ihre Spannung ändert, daher den Barometerstand in verschiedenem Maße beeinflußt. Ob das Barometer wirklich luftleer ist, kann man leicht prüfen, wenn man das Barometer langsam aus der vertikalen Lage neigt, bis das Rohr ganz mit Quecksilber gefüllt ist. Ist im Barometerrohre keine Luft vorhanden, so wird man hierbei beim Anschlagen der Quecksilbersäule an das Rohrende einen reinen, metallischen Klang hören; beim Vorhandensein von Luft wird der Anschlag dumpf oder ganz unhörbar, weil sich in diesem Falle über der Quecksilbersäule ein schwächerer oder stärkerer Luftpolster befindet, das Quecksilber daher nicht direkt an das Glas anschlagen kann. Barometer, welche Luft enthalten, sind für genauere Luftdruckmessungen ungeeignet und müssen zur Reparatur übergeben werden.

Aufstellung der Barometer. Will man aus den Ablesungen an einem Barometer den richtigen Barometerstand erhalten, so muß man dafür sorgen, daß das Thermometer desselben die Temperatur des Quecksilbers und der Teilung wirklich angibt, weil man sonst bei der Reduktion der Barometerstände auf 0° unrichtige Temperaturkorrektionen anbringt. Aus diesem Grunde soll ein Barometer in einem Raume aufgehängt werden, in welchem sich die Temperatur nur sehr langsam ändert (im Winter nicht geheizt wird). Geheizte Räume sind zur Unterbringung eines Barometers nur dann geeignet,

wenn ihre Temperatur nahezu konstant erhalten werden kann. Wird dieser wichtige Umstand nicht beachtet, so können sich die auf 0° reduzierten Barometerstände um einige Zehntel Millimeter falsch ergeben. In einem Raume, wo z. B. die Temperatur rasch steigt (infolge des Heizens), wird das am Barometer angebrachte Thermometer rascher die Temperatur der Umgebung annehmen als die große Quecksilbermasse im Barometerrohre und man wird in einem solchen Falle eine zu große Temperaturkorrektion anbringen. Umgekehrt wird die Korrektion bei rasch fallender Temperatur zu klein ausfallen, so daß der Barometerstand in beiden Fällen unrichtig sein muß.

Die Barometer müssen vertikal hängen. Sie tragen am oberen Ende einen Ring, mittels dessen sie an einem Haken aufgehängt werden. Es ist am zweckmäßigsten, diesen Haken nicht direkt in die Mauer einzuschlagen, sondern an einer Holzleiste anzubringen, die in der Nähe eines Fensters (am besten auf der Nordseite) vertikal angebracht wird. Damit das Gefäßbarometer bei der Einstellung keine vertikalen Schwingungen ausführen könne, welche die Einstellung erschweren würden, ist an der Holzleiste, etwas über dem Barometergefäße, ein Messingring befestigt, der mit seiner Ebene senkrecht gegen die Leiste gestellt ist und durch welchen drei Stellschrauben diametral hindurchgehen. Um das oben hängende Barometer durch den Ring bringen zu können, ist er an der Seite soweit ausgeschnitten, daß das Barometerrohr hindurchgeht. Das freihängende Barometer wird eine vertikale Lage annehmen, welche durch leichtes Anziehen der Stellschrauben im Halteringe soweit fixiert werden kann, daß sich zwar das Barometer um seine vertikale Achse drehen läßt, aber keine Schwingungen vollführen kann.

Um ein Eindringen der Luft in die Toricellische Leere zu verhüten, muß beim Aufhängen oder Abnehmen des Barometers behufs etwaigen Transportes, die größte Sorgfalt verwendet werden. Will man das Barometer entfernen, so hat dies in folgender Weise zu geschehen. Man bringt es durch langsames Neigen in eine solche schiefe Lage, daß das Barometerrohr ganz mit Quecksilber gefüllt ist, hebt das Gefäß noch höher, entfernt nun den Aufhängering vom Haken und stellt das Instrument senkrecht mit dem Gefäße nach oben gekehrt. In dieser umgekehrten Lage kann es ohne Gefahr transportiert werden.

Beim Fortinbarometer ist jedoch noch eine kleine Vorsicht zu gebrauchen, die darin besteht, daß man in der geneigten Lage, in der das Barometerrohr ganz mit Quecksilber gefüllt ist, die Bodenschraube soweit hebt, daß das Gefäß nahezu mit Quecksilber gefüllt ist und dann erst die weitere Neigung und Vertikalstellung vornimmt.

Das Heberbarometer muß während der Zeit der Nichtbenutzung in einer schiefen Lage fixiert werden, damit die Quecksilbersäule im offenen Schenkel tief unter jene Stelle komme, an der gewöhnlich die Einstellung erfolgt. Tut man es nicht, so wird das Glasrohr des offenen Schenkels an dieser Stelle im Laufe der Zeit mit einer Quecksilberoxydschichte überzogen, wodurch die Einstellung auf die untere Kuppe sehr erschwert, ja ganz unmöglich wird. Ist aber das Barometer während der Nichtbenützung in einer geneigten Lage, so tritt diese Beschmutzung an einer viel tieferen Stelle des Rohres ein, während jene Stelle, an der die Einstellung vorgenommen wird, stets rein bleibt. Eine weitere Folge der Verunreinigung des Barometerrohres an der Einstellungsstelle ist die, daß sich im offenen Schenkel die Kapillardepression stark ändert, weshalb die Korrektion gegen das Normalbarometer einen andern Wert annehmen muß.

Die Oberfläche des Quecksilbers im Gefäße eines Fortinbarometers wird nach einiger Zeit durch Oxydation ebenfalls schmutzig, wodurch eine sichere Einstellung der Spitze erschwert, ja ganz unmöglich wird. Es muß daher das Quecksilber im Gefäße von Zeit zu Zeit gereinigt werden. Die hierbei auszuführenden Manipulationen sind zwar nicht schwierig, erfordern aber die größte Sorgfalt, um ein Eindringen der Luft in die Toricellische Leere zu verhüten, wodurch die Angaben des Instrumentes unrichtig werden. Um sich zu vergewissern, daß der Zustand des Barometers unverändert geblieben ist, muß man es vor und nach der Reinigung des Quecksilbers mit einem zweiten Barometer vergleichen.

Da ein gut gearbeitetes Fortinbarometer recht genaue Werte des Barometerstandes liefert, suchte man den vorerwähnten Übelstand, der Beschmutzung der Quecksilberoberfläche und der dadurch bedingten Reinigung des Quecksilbers, durch eine entsprechende Abänderung in der Konstruktion zu vermeiden. So besitzt die k. k. Zentralanstalt für Meteorologie und Geodynamik in Wien seit mehr als 20 Jahren ein großes Fortin-Barometer, bei

welchem das Quecksilber nie gereinigt werden mußte.[1]) Seit einem Jahre befindet sich ein ebensolches Barometer auch an der Lehrkanzel für Meteorologie und Klimatologie der k. k. Hochschule für Bodenkultur. Für gewöhnliche Messungen ist ein solches Instrument jedoch nicht geeignet, wenn man auch davon absieht, daß es nahezu viermal soviel kostet als ein gewöhnliches Fortin-Barometer. In neuester Zeit hat Liznar beim Mechaniker Josef Angermayer in Wien ein Fortinbarometer ausführen lassen, das nicht größer ist und auch nicht mehr kostet als die sonst üblichen, obgleich auch bei ihm die Reinigung des Quecksilbers wegfällt.

δ) Die Metallbarometer oder Aneroide bestehen, wie es schon ihr Name andeutet, ganz aus Metall. Ihrer Konstruktion nach kann man sie in zwei Gruppen teilen. Zur ersten gehören die sogenannten Zeigeraneroide, bei welchen sich ein Zeiger über einer Teilung bewegt, und man den Barometerstand aus dem Stande des Zeigers ableiten kann. Die zweite Gruppe bilden die Indexaneroide, zu denen als besondere Gattung auch die Schraubenaneroide gehören. Bei den Instrumenten der zweiten Gruppe wird die Stellung eines Index auf einer Skala abgelesen, nachdem bei den Schraubenaneroiden zuerst der Jndex mittels einer feinen Mikrometerschraube eingestellt worden ist. Da die Zeigeraneroide einen genäherten Wert des Barometerstandes unmittelbar liefern, sind sie in der Handhabung viel bequemer, und da außerdem auch ihr Preis niedriger ist als jener der anderen Aneroide, haben sie eine viel größere Verbreitung gefunden als die anderen. Speziell bei uns kommt bei der barometrischen Höhenmessung das Zeigeraneroid von Naudet in Paris fast ausschließlich zur Verwendung, daher nur seine Einrichtung im nachfolgenden beschrieben werden soll.[2])

Zeigeraneroid von Naudet. Dieses Aneroid besteht aus einem runden Messinggehäuse, das oben mit einem Glasdeckel geschlossen ist, unter dem man die auf einem Kreisring aufgetragene Teilung mit dem darüber spielenden Zeiger und im Innern zum Teile den Mechanismus sieht. Der letztere ist in folgender Weise aufgebaut: Auf dem Boden des Gehäuses ist eine kreisförmige

---

[1]) Eine Beschreibung dieses Instrumentes ist leider nicht erschienen.

[2]) Die Beschreibung anderer Konstruktionen findet man in vielen größeren Lehrbüchern der Geodäsie, so insbesondere auch in Hartner-Doležal: Lehrbuch der niederen Geodäsie.

Messingplatte $ABCD$ (Taf. 20, Fig. 210) mittels der Stahlschrauben S_1, S_2, S_3 befestigt, auf welcher der wesentlichste Bestandteil des Instrumentes, eine luftverdünnte, flache zylindrische Dose EEE, festgeschraubt ist, deren oberer und unterer Boden gewellt und biegsam, die Seitenwand hingegen starr und unbiegsam ist. Damit sie durch den auf den Bodenflächen lastenden Luftdruck nicht zusammengedrückt werden könne, trägt der obere Boden derselben ein zylindrisches Säulchen, dessen oberer Teil durch eine breite, starke Stahlfeder F hindurchgeht und mittels der Schraube G mit ihr fest verbunden ist. Die Feder ist gebogen und eingeklemmt in breite Backen KK, die um eine Achse in den Lagern H und J (Fig. 210) drehbar sind. Die Backen tragen auf der einen Seite einen Hebelarm KLM mit dem vertikalen Zylinder M, in dem von unten ein Schraubengewinde eingeschnitten ist, in welches eine durch den Boden des Gehäuses und die Grundplatte hindurchgehende starke Schraube N eingreift (Fig. 213), so daß durch Anziehen oder Nachlassen dieser Schraube der Hebel KLM und mit ihm auch die Feder F nach abwärts oder aufwärts bewegt werden kann.

Mit der Feder F ist der Hebelarm PQ (Fig. 210 und 211) verbunden, dessen Ende Q bei jeder Druckänderung eine auf- beziehungsweise abwärts gerichtete Bewegung ausführt. Da nämlich die gewellten Bodenflächen der Dose sich entweder nähern, wenn der Druck wächst, oder sich entfernen, wenn er abnimmt, und zwischen dem Drucke und der Spannkraft der Dosenböden und der Feder F immer Gleichgewicht herrschen muß, so wird bei stärkerem Drucke die Feder nach abwärts, bei schwächerem nach aufwärts bewegt. Durch den Hebelarm PQ werden demnach die sehr kleinen Bewegungen der Bodenflächen der Dose schon etwas vergrößert. Um die Vergrößerung noch stärker zu machen und die Bewegung gleichzeitig auf den Zeiger ZZ' zu übertragen, geht von Q herab ein Arm (Stahllamelle) zu einem prismatischen Stück R (Fig. 214), das ein Scharnier trägt, in welches der von Q herabhängende Arm eingreift, so daß er sowohl in Q als auch unten in R drehbar ist.

Dieses prismatische Stück ist sammt der Messingfeder i (Fig. 214) aus einem Stücke hergestellt und letztere durch eine Stahlschraube mit der horizontalen Achse g (Fig. 212) verbunden. Die Achse g ist in den Backen T und T' (Fig. 212) beweglich und trägt einen

Winkelhebel $hh''h'$ (Fig. 213), auf dessen breitem Teile $h'h''$ das früher besprochene prismatische Stück R aufruht und durch die beiden Stellschräubchen s_1 und s_2 verstellt werden kann. So läßt sich z. B. durch s_1 das untere Scharnier des von Q herabhängenden Armes der Achse g nähern oder von ihr entfernen. Die Achse g trägt ferner ein kugelförmiges Gewicht W (Fig. 212), durch welches der Hebelarm $h'h''$ immer gegen das Schräubchen s_2 gedrückt wird.

In den Hebelarm hh'' (Fig. 213) ist ein Messingstäbchen pn eingeschraubt, das oben ein Schanier besitzt. In diesem ist ein dünnes Stahlstäbchen drehbar, dessen Fortsetzung ein feines Kettchen (Fig. 111 a) bildet, das um die Welle q (Fig. 212) umgewickelt und an ihr befestigt ist. Zum Tragen der Welle q ist auf einem Messingsäulchen e (Fig. 212) eine horizontale Platte d angebracht, die das untere Lager der Welle bildet und die zwei Säulchen aa', bb' mit dem auf diesen aufruhenden Querstück ab, als oberes Lager besagter Welle, trägt. Auf der Welle q ist der Zeiger ZZ' aufgesetzt. Da der Zeiger durch das um die Welle q gewickelte Kettchen nur nach rechts gedreht werden kann, so ist, um eine Rückbewegung möglich zu machen, die Welle q noch mit einer Spiralfeder verbunden, deren anderes Ende durch das Säulchen aa' hindurchgeht.

Die Skala des Instrumentes ist auf einem Kreisringe aufgetragen und, da jeder Skalenteil nahezu einem Millimeter Quecksilberhöhe entspricht, von 10 zu 10 Teilstrichen beziffert, z. B. mit 61, 62 . . . 78, was als 610, 620 . . . 780 zu lesen ist.

Um die Temperatur des Aneroides anzugeben, ist der die Skala tragende Kreisring zur Aufnahme eines Thermometers an einer Stelle durchbrochen.

Sollen die Angaben des Aneroides richtig sein, so muß es vor allem vor raschen Temperaturänderungen geschützt werden, weil man sonst an dem Thermometer Temperaturen ablesen würde, welche von jenen der Metallbestandteile des Instrumentes bedeutend verschieden sein könnten. Aus diesem Grunde soll das Aneroid stets in einem Futterale, das mit einem Umhängriemen versehen ist, getragen werden, und man soll es nur zur Vornahme der Ablesung, die möglichst rasch auszuführen ist, soweit herausnehmen, als dies unumgänglich notwendig ist. Während des Tragens muß das Futteral gegen direkte Bestrahlung geschützt sein.

Ferner ist darauf zu achten, daß das Instrument, insbesondere

beim Transporte, keine stärkeren Erschütterungen erleidet, weil dadurch leicht eine Verstellung des Zeigers eintritt, und die vor und darnach erhaltenen Ablesungen nicht vergleichbar sind. Der Träger des Instrumentes darf daher weder laufen noch springen und hat den Tragriemen so kurz zu machen, daß das Futteral hoch genug hänge, um das Instrument nicht bei jedem Schritte vom Körper zu schleudern.

Bei der Ablesung muß das Aneroid horizontal (mit der Skalenebene) und in jener Höhe gehalten werden, in welcher man den Luftdruck zu bestimmen hat. Man notiert zuerst den Stand des Thermometers und nachdem man leicht auf den Glasdeckel des Instrumentes geklopft hat, um etwaige Reibungswiderstände im Mechanismus zu überwinden, wird die Stellung des Zeigers abgelesen. Da bei den größeren Instrumenten die einzelnen Skalenteile halbiert sind, ist das Abschätzen von Zehnteln sehr erleichtert.

Es gibt Aneroide, welche nach Angabe des Verfertigers gegen Temperatureinflüsse kompensiert sind, das heißt ihre Angaben sollen von der Temperatur des Instrumentes ganz unabhängig sein, weshalb sie auch keine Thermometer besitzen. Da dies aber fast nie ganz zutrifft, muß auch bei diesen eine Bestimmung des Temperatureinflusses vorgenommen werden, wenn man den Luftdruck mit der nötigen Genauigkeit erhalten soll. Wie dies zu geschehen hat, wird man aus dem Nachfolgenden ersehen.

Reduktionsformel für das Aneroid. Um den einer beliebigen Skalenlesung entsprechenden Barometerstand zu ermitteln, müssen für jedes Instrument gewisse Konstanten bekannt sein, die in der Formel, welche die Beziehung zwischen dem Barometerstande und der Aneroidlesung darstellt, vorkommen. Diese Formel, Reduktionsformel des Aneroides (häufig auch Aneroidgleichung) genannt, ergibt sich durch folgende Betrachtungen:

Angenommen, das Instrument besitze die Temperatur von 0°, und man habe die Lesung A_0 gemacht, so ist der auf 0° und auf die Schwere im Meeresniveau unter 45° Breite reduzierte Barometerstand

$$b = \mu A_0 + a' \quad \ldots\ldots\ldots (33)$$

wenn μ den Wert eines Skalenteils und a' jene Größe bezeichnet, welche man als Korrektion an μA_0 anbringen muß, um b zu erhalten.

Da das Aneroid ganz aus Metall besteht, wird jede Temperaturerhöhung, die es erfährt, eine Ausdehnung, jede Temperaturerniedrigung eine Zusammenziehung der einzelnen Teile desselben und der in der Dose eingeschlossenen Luft zur Folge haben, die sich dadurch äußert, daß die Lesung bei gleichbleibendem Drucke einen anderen Wert annimmt. Ändert sich die Lesung A_0 bei einer Temperaturänderung des Instrumentes von 1° um den Betrag β', so muß bei einer Änderung von $\tau°$ die Lesung A_0 um $\beta'\tau$ verschieden ausfallen, so daß

$$A = A_0 + \beta'\tau, \text{ woraus folgt}$$
$$A_0 = A - \beta'\tau.$$

Setzt man diesen Wert in (33) ein, so wird

$$b = \mu(A - \beta'\tau) + a' = \mu A - \mu\beta'\tau + a'. \quad . \quad . \quad . \quad (34)$$

Der Wert μ ist größer oder kleiner als die Einheit, so daß man in (34)

$$\mu = 1 + \omega$$

setzen kann; dann ergibt sich

$$b = (1 + \omega) A - \mu\beta'\tau + a'.$$

Addiert man rechts ωN_0 und subtrahiert gleichzeitig diesen Betrag, so wird

$$b = A + a' - \mu\beta'\tau + \omega A - \omega N_0 + \omega N_0 \text{ oder}$$
$$b = A + (a' + \omega N_0) - \mu\beta'\tau + \omega(A - N_0).$$

Ist nun $\quad a' + \omega N_0 = a, \quad -\mu\beta' = \beta,$

so hat man schließlich

$$b = A + a + \beta\tau + \omega(A - N_0). \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (35)$$

Dies ist die **Reduktionsformel**, in welcher b den früher definierten Barometerstand, A die Lesung, τ die Temperatur des Instrumentes, a die **Standkorrektion**, β den **Temperaturkoeffizienten** und ω jene Größe vorstellt, um welche sich der Wert eines Skalenteiles μ von der Einheit unterscheidet. Die Standkorrektion a ist jene Größe, die an die Lesung N_0 angebracht werden müßte, um den Barometerstand b zu erhalten, wenn die Temperatur des Aneroides $\tau = 0°$ wäre, denn setzt man in (35)

$$A = N_0,\ \tau = 0^\circ$$

so wird
$$b = N_0 + a.$$

Es wäre möglich, daß β und ω nicht konstant sind, sondern abhängen von τ und der Lesung A. Seien ihre Werte β_0 und ω_0, wenn $A = N_0$ und $\tau = 0^\circ$ ist, so kann man sie darstellen durch

$$\beta = \beta_0 + \beta_1 \tau + \beta_2 (A - N_0)$$
$$\omega = \omega_0 + \omega_1 (A - N_0) + \omega_2 \tau.$$

Nach Einsetzung dieser Werte in (35) wird

$$b = A + a + [\beta_0 + \beta_1 \tau + \beta_2 (A - N_0)]\tau + [\omega_0 + \omega_1 (A - N_0) + \omega_2 \tau](A - N_0)$$
$$b = A + a + \beta_0 \tau + \beta_1 \tau^2 + \omega_0 (A - N_0) + \omega_1 (A - N_0)^2 + \gamma\tau (A - N_0) \quad (36)$$

wobei $\gamma = \beta_2 + \omega_2$ ist.

Bei den meisten Aneroiden sind aber die Konstanten β_1, ω_1 und γ sehr kleine Größen oder nahezu Null, so daß Formel (35) zur Berechnung des Barometerstandes meist genügt.[1])

Will man also aus den Aneroidablesungen den Barometerstand ableiten, so müssen für jedes Instrument die Größen a, β, ω bekannt sein. Um sie zu bestimmen, könnte man dem Aneroide nacheinander recht verschiedene Temperaturen erteilen und auf dasselbe gleichzeitig verschiedene Drucke, die an einem Quecksilberbarometer abgelesen werden können, einwirken lassen, wodurch man eine Reihe von Gleichungen erhielte

$$\left.\begin{array}{l} b_1 = A_1 + a + \beta\tau_1 + \omega\,(A_1 - N_0) \\ b_2 = A_2 + a + \beta\tau_2 + \omega\,(A_2 - N_0) \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots \\ b_k = A_k + a + \beta\tau_k + \omega\,(A_k - N_0) \end{array}\right\} \dots\dots (37)$$

aus welchen die Unbekannten a, β, ω nach der Methode der kleinsten Quadrate berechnet werden können. Diese Art der Bestimmung der genannten Größen erfordert entweder eigene Behelfe, welche nicht jedermann zur Verfügung stehen, oder Bergbesteigungen, bei welchen das Aneroid und ein Quecksilberbarometer transportiert werden müssen, was für beide gefährlich werden kann. Es soll daher der

[1]) Diese Reduktionsformeln gelten selbstverständlich für alle Aneroide ohne Rücksicht auf ihre Konstruktion.

einfachste Weg beschrieben werden, den jeder einschlagen kann, und der doch zu hinreichend genauen Werten von a, β, ω führt.

Setzt man das Aneroid nacheinander recht verschiedenen Temperaturen aus (etwa 0°—30°), was im Winter leicht zu bewerkstelligen ist, indem man es einmal in einem geheizten Raume und dann im Freien in derselben Höhe (am Fenster etwa) auflegt, so erhält man eine Reihe von Gleichungen

$$\left.\begin{array}{l} b_1 = A_1 + a + \beta\tau_1 + \omega(A_1 - N_0) \\ b_2 = A_2 + a + \beta\tau_2 + \omega(A_2 - N_0) \\ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\ b_m = A_m + a + \beta\tau_m + \omega(A_m - N_0). \end{array}\right\} \quad \ldots (38)$$

Ordnet man diese Gleichungen so an, daß je eine mit einem hohen Werte von τ mit einer mit niederem τ abwechselt, und subtrahiert je zwei auf einander folgende, dann fällt a aus, und man hat z. B.

$$\left.\begin{array}{l} b_1 - b_2 = A_1 - A_2 + \beta(\tau_1 - \tau_2) + \omega(A_1 - A_2) \\ b_3 - b_2 = A_3 - A_2 + \beta(\tau_3 - \tau_2) + \omega(A_3 - A_2) \\ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \end{array}\right\} . \quad (39)$$

Wird nun zunächst angenommen, daß ω sehr klein ist, was bei den Zeigeraneroiden meist zutrifft, und werden demzufolge die Glieder mit ω vernachlässigt, so wird

$$\left.\begin{array}{l} b_1 - b_2 = A_1 - A_2 + \beta(\tau_1 - \tau_2) \\ b_3 - b_2 = A_3 - A_2 + \beta(\tau_3 - \tau_2) \\ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \end{array}\right\} \quad \ldots (40)$$

Durch Addition dieser Gleichungen ergibt sich eine neue Gleichung, aus der β berechnet werden kann.

So wurde z. B. für das Aneroid: Naudet Nr. 58.090 erhalten.

$$\left.\begin{array}{l} 749{\cdot}18 = 757{\cdot}6 + a + 20{\cdot}2\beta \\ 748{\cdot}91 = 755{\cdot}8 + a + \ \ 5{\cdot}5\beta \\ 748{\cdot}62 = 757{\cdot}4 + a + 23{\cdot}4\beta \\ 747{\cdot}90 = 755{\cdot}0 + a + \ \ 6{\cdot}7\beta \\ 747{\cdot}67 = 756{\cdot}5 + a + 23{\cdot}5\beta \\ 747{\cdot}95 = 754{\cdot}3 + a - \ \ 0.6\beta \\ 747{\cdot}38 = 756{\cdot}5 + a + 25{\cdot}8\beta \end{array}\right\} \quad \ldots (38a)$$

woraus sich entsprechend (40) ergibt

$$\left.\begin{aligned} 0{\cdot}27 &= 1{\cdot}8 + 14{\cdot}7\beta \\ -0{\cdot}29 &= 1{\cdot}6 + 17{\cdot}9\beta \\ 0{\cdot}72 &= 2{\cdot}4 + 16{\cdot}7\beta \\ -0{\cdot}23 &= 1{\cdot}5 + 16{\cdot}8\beta \\ -0{\cdot}28 &= 2{\cdot}2 + 24{\cdot}1\beta \\ -0{\cdot}57 &= 2{\cdot}2 + 26{\cdot}4\beta \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots (40\,a)$$

$$\text{Summe:}\quad -0{\cdot}38 = 11{\cdot}7 + 116{\cdot}6\beta \quad \text{und hieraus}$$

$$\beta = -0{\cdot}1036.$$

Mit Rücksicht darauf, daß man bei dieser Berechnung die Glieder mit ω vernachlässigt hat, ist das so erhaltene β nur ein Näherungswert, der verbessert werden kann, sobald ω wenigstens näherungsweise bekannt ist.

Um ω zu bestimmen, wird das Aneroid bei recht verschiedenen Luftdrucken mit einem guten Quecksilberbarometer verglichen, wobei man dafür sorgt, daß bei allen diesen Vergleichungen die Temperatur des Aneroides wenig verschieden ist. Auf diese Weise erhält man bei höheren Drucken

$$\left.\begin{aligned} b'_1 &= A'_1 + a + \beta\tau'_1 + \omega\,(A'_1 - N_0) \\ b'_2 &= A'_2 + a + \beta\tau'_2 + \omega\,(A'_2 - N_0) \\ &\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ &\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ b'_k &= A'_k + a + \beta\tau'_k + \omega\,(A'_k - N_0). \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots (41)$$

Die Summe dieser Gleichungen:

$$\Sigma b' = \Sigma A' + ka + \beta\Sigma\tau' + \omega\,(\Sigma A' - kN_0)$$

durch ihre Anzahl k dividiert gibt

$$b' = A' + a + \beta\tau' + \omega\,(A' - N_0).$$

In derselben Weise ergibt sich bei tieferen Drucken

$$b'' = A'' + a + \beta\tau'' + \omega\,(A'' - N_0), \text{ somit}$$

$$b' - b'' = A' - A'' + \beta\,(\tau' - \tau'') + \omega\,(A' - A'')$$

und hieraus

$$\omega = \frac{b' - b'' - [(A' + \beta\tau') - (A'' + \beta\tau'')]}{A' - A''}.$$

Da der Wert von β näherungsweise bekannt ist, so läßt sich nach dieser Formel ein Näherungswert von ω berechnen.

So ergab sich z. B. für das genannte Aneroid: **Naudet** Nr. 58.090

	b'	τ'	A'
	749·58	20·2	757·6
	749·31	5·5	755·8
	749·02	23·4	757·4
	756·24	14·5	763·6
	756·00	13·3	763·2
Mittel:	752·03	15·38	759·52

$$\beta\tau' = -1{\cdot}59$$
$$A' + \beta\tau' = 757{\cdot}93.$$

Beim tieferen Drucke war:

	b''	τ''	A''
	727·80	11·9	735·7
	727·80	12·1	735·7
	734·95	11·6	742·6
	734·90	12·7	742·7
	736·03	13·1	743·9
Mittel:	732·30	12·48	740·12

$$\beta\tau'' = -1{\cdot}29$$
$$A'' + \beta\tau'' = 738{\cdot}83.$$

Zur Berechnung von ω hat man daher

$$b' = 752{\cdot}03 \qquad A' + \beta\tau' = 757{\cdot}93 \qquad A' = 759{\cdot}52$$
$$b'' = 732{\cdot}30 \qquad A'' + \beta\tau'' = 738{\cdot}83 \qquad A'' = 740{\cdot}12$$
$$b' - b'' = 19{\cdot}73 \quad (A' + \beta\tau') - (A'' + \beta\tau'') = 19{\cdot}10 \quad A' - A'' = 19{\cdot}40$$

$$\text{somit } \omega = \frac{19{\cdot}73 - 19{\cdot}10}{19{\cdot}40} = \frac{0{\cdot}63}{19{\cdot}40} = 0{\cdot}0325.$$

Jetzt ist man in der Lage, β aus den Gleichungen (39) zu berechnen, indem man ihre Summe bildet. Für das angeführte Beispiel wird diese Summe

$$-0{\cdot}38 = 11{\cdot}7 + 116{\cdot}6\beta + 0{\cdot}0325 \times 11{\cdot}7$$
$$116{\cdot}6\beta = -0{\cdot}38 - 11{\cdot}7 - 0{\cdot}38 = -12{\cdot}46$$
$$\beta = -\frac{12{\cdot}46}{116{\cdot}6} = -0{\cdot}1069.$$

Man sieht, daß dieser korrigierte Wert von β etwas größer ist, als der zuerst erhaltene Näherungswert. Nun kann man wieder einen genaueren Wert von ω ermitteln, da jetzt $\beta\tau'$ und $\beta\tau''$ andere Werte annehmen. Es wird

$$b' = 752{\cdot}03 \qquad A' + \beta\tau' = 757{\cdot}88 \qquad A' = 759{\cdot}52$$
$$b'' = 732{\cdot}30 \qquad A'' + \beta\tau'' = 738{\cdot}79 \qquad A'' = 740{\cdot}12$$
$$b' - b'' = 19{\cdot}73 \quad (A' + \beta\tau') - (A'' + \beta\tau'') = 19{\cdot}09 \quad A' - A'' = 19{\cdot}40.$$

$$\omega = \frac{19{\cdot}73 - 19{\cdot}09}{19{\cdot}40} = \frac{0{\cdot}64}{19{\cdot}40} = 0{\cdot}0330.$$

Dieser Wert unterscheidet sich von dem früher berechneten Näherungswerte nur um 0·0005. Würde man mit diesem neuen Werte noch einmal β rechnen, so fände man den zuletzt erhaltenen Wert, so daß die Reduktionsformel für das Aneroid lautet

Naudet Nr. 58.090

$$b = A + a - 0{\cdot}1069\,\tau + 0{\cdot}033\,(A - N_0).$$

Setzt man $N_0 = 760$, dann stellt a die Standkorrektion für diese Lesung bei $\tau = 0°$ dar und man hat

$$b = A + a - 0{\cdot}1069\,\tau + 0{\cdot}033\,(A - 760) \text{ oder}$$
$$b = A + a - 0{\cdot}1069\,\tau - 0{\cdot}033\,(760 - A).$$

In den angeführten Beispielen sind die Daten von nur wenigen Vergleichungen zur Berechnung von β und ω verwendet worden, da es sich bloß um die Erläuterung der Methode gehandelt hat. Um möglichst genaue Werte dieser Größen zu erhalten, wird man selbstverständlich viel mehr Vergleichungen ausführen müssen.

Bei der vorstehenden Ableitung der Reduktionsformel wurde angenommen, daß der Temperuturkoeffizient β für alle Temperaturen konstant sei. Nun ist es ganz gut möglich, daß er sich bei manchen Instrumenten mit der Temperatur ändert, wie es bei Ableitung der Formel (36) vorausgesetzt worden ist.

Macht man mehrere Vergleichungen des Aneroides mit einem Quecksilberbarometer bei recht verschiedenen Temperaturen und wenig verschiedenen Drucken, so hat man ebensoviele Gleichungen von der Form (36), die auch geschrieben werden können

$$
\begin{aligned}
a + \beta\tau_1 + \beta_1\tau_1^2 &= b_1 - A_1 - \omega(A_1 - N_o) = u_1 \\
a + \beta\tau_2 + \beta_1\tau_2^2 &= b_2 - A_2 - \omega(A_2 - N_o) = u_2 \\
&\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\
&\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\
a + \beta\tau_m + \beta_1\tau_m^2 &= b_m - A_m - \omega(A_m - N_o) = u_m.
\end{aligned}
$$

Die Größen $u_1, u_2 \ldots u_m$ lassen sich berechnen, sobald ein Näherungswert von ω bekannt ist, da die Glieder mit ω_1 und γ vernachlässigt werden können.

Trägt man nun die τ als Abszissen und die zugehörigen u als Ordinaten in ein rechtwinkeliges Koordinatensystem ein und verbindet die Endpunkte der Ordinaten durch eine Kurve, so wird man leicht ersehen, ob es eine Gerade ist oder eine Kurve zweiten Grades. Im ersteren Falle ist $\beta_1 = 0$, und die Reduktionsformel ist durch Gleichung (35) gegeben, im anderen Falle müßte Formel (36) beibehalten werden. Obwohl bei den meisten Aneroiden $\beta_1 = 0$ ist, wird man gut tun, die beschriebene graphische Darstellung immer auszuführen, weil man hieraus gleichzeitig ersehen kann, ob gewisse Punkte nicht zu weit von der Geraden abstehen, die dann Vergleichungen entsprechen, welche bei der Berechnung des β unberücksichtigt bleiben müssen. Kleine Abweichungen der eingetragenen Punkte werden wegen der unvermeidlichen Beobachtungsfehler selbstverständlich immer vorkommen; man wird daher durch alle Punkte eine Gerade ziehen, der sich die einzelnen Punkte möglichst symmetrisch anschmiegen (graphische Ausgleichung). Die so erhaltene Kurve (Gerade) wird häufig als Temperaturkurve des Aneroides bezeichnet.

Ganz ähnlich lassen sich auch die Teilungskorrektionen graphisch darstellen, wenn man Vergleichungen des Aneroides bei recht verschiedenen Drucken ausgeführt hat. Denn es ist entsprechend (36)

$$
\begin{aligned}
a + \omega(A_1 - N_o) + \omega_1(A_1 - N_o)^2 &= b_1 - A_1 - \beta\tau_1 = v \\
a + \omega(A_2 - N_o) + \omega_1(A_2 - N_o)^2 &= b_2 - A_2 - \beta\tau_2 = v_2 \\
&\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\
&\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\
a + \omega(A_k - N_o) + \omega_1(A_k - N_o)^2 &= b_k - A_k - \beta\tau_k = v_k.
\end{aligned}
$$

Trägt man die Werte $A - N_o$, wobei man für N_o einen beliebigen Wert (etwa 760) annehmen kann als Abszissen und die zu-

gehörigen v als Ordinaten auf, so gibt die Verbindungslinie der Endpunkte die Teilungskurve des Aneroides.

Die früher besprochene Methode zur Bestimmung des ω setzt voraus, daß hoher und tiefer Druck in kürzerer Zeit, in der eine Änderung der Standkorrektion a nicht zu befürchten ist, aufeinanderfolgen, was aber selten der Fall ist, man also öfter lange warten muß, bis eine solche Bestimmung möglich wird. Es dürfte daher angezeigt sein, eine andere einfache Methode anzuführen, die zwar nicht so bequem ist, wie die vorhin angegebene, jedoch auch einen ganz guten Wert des ω liefert. Die Anwendung derselben ist freilich an die Bedingung geknüpft, daß man einen Höhenunterschied H genau kennt (durch ein Nivellement etwa) und der Temperaturkoeffizient näherungsweise bestimmt worden ist.

Mißt man am oberen und unteren Punkte den Luftdruck mit dem Aneroide, dessen ω ermittelt werden soll, beobachtet die inzwischen eingetretene Druckänderung an einem Quecksilberbarometer oder an einem zweiten Aneroide, um den der oberen Beobachtung entsprechenden Druck am unteren Punkte ableiten zu können, und die Lufttemperatur an beiden Punkten, indem man ebenfalls die Änderung derselben in der Zwischenzeit in Rechnung setzt, so folgt aus der Gleichung

$$H = \frac{16006}{b_1 + b_2}\left(1 + 0{\cdot}004\,\frac{t_1 + t_2}{2}\right)(b_1 - b_2),$$

$$b_2\left[C\left(1 + 0{\cdot}004\,\frac{t_1 + t_2}{2}\right) + H\right] = b_1\left[C\left(1 + 0{\cdot}004\,\frac{t_1 + t_1}{2}\right) - H\right]$$

$$b_2 = \frac{C\,(1 + 0{\cdot}004\,t) - H}{C\,(1 + 0{\cdot}004\,t) + H}\,b_1 = m_1 b_1 \quad \ldots \ldots (43)$$

worin der Abkürzung wegen $C = 16006$ und $(t_1 + t_2) : 2 = t$ gesetzt worden ist.

Diese Relation muß zwischen dem Drucke oben und unten bestehen, wobei der Koeffizient m_1 aus dem bekannten H und den gleichzeitig beobachteten Temperaturen t_1 und t_2 zu berechnen ist.

Wird der Druck mit einem Aneroide beobachtet, so hat man

$$b_2 = A_2 + a + \beta\tau_2 + \omega\,(A_2 - N_0)$$
$$b_1 = A_1 + a + \beta\tau_1 + \omega\,(A_1 - N_0).$$

Durch Einsetzung dieser Werte in (43) wird

$$\omega [(A_2 - N_o) - m_1 (A_1 - N_o)] = m_1 (A_1 + a + \beta \tau_1) - (A_2 + a + \beta \tau_2)$$

daher

$$\omega = \frac{m_1 (A_1 + a + \beta \tau_1) - (A_2 + a + \beta \tau_2)}{(A_2 - N_o) - m_1 (A_1 - N_o)} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (44)$$

Als Beispiel mögen folgende Beobachtungen dienen, die am 28. Oktober 1906 mit dem Aneroide: **Naudet** Nr. 58.090 ausgeführt worden sind.

Ort	Zeit	τ	A	Δb	$\beta\tau$	A'	$A' + \beta\tau$
Grenzstein in Sievering	$9^h\,52^m$ a.	8·6°	747·45	— 0·7	— 0·92	746·75	745·83
	10 1	8·4	47·45	— 0·7	— 0·90	46·75	45·85
	3 48 p.	8·6	45·2	1·4	— 0·92	46·6	45·68
Hermannskogel	11 40 a.	8·5	724·55	0·0	— 0·91	724·55	723·64
	11 51	8·0	24·35	0·2	— 0·86	24.55	23·69
	2 18 p.	12·2	23·8	1·1	— 1·30	24·9	23·20
	2 28	11·2	23·8	1·1	— 1·20	24·9	23·70

Unter Δb stehen die Druckunterschiede zur Zeit der betreffenden Beobachtung gegen den um $11^h\,40^m$ a. m. beobachteten Druck, und unter A' die wegen dieser Druckänderung korrigierten Lesungen. Bei der Berechnung der Temperaturkorrektion $\beta\tau$ wurde der richtige Wert $\beta = -0{\cdot}1069$ verwendet.

Das Mittel der Vormittagsbeobachtungen mit dem am Nachmittag erhaltenen Werte zu einem Mittel vereinigt gibt

$$\text{Mittel in Sievering} \quad . \quad . \quad . \quad A_1' + \beta\tau_1 = 745{\cdot}76$$
$$\text{„ am Hermannskogel} \quad A_2' + \beta\tau_2 = 723{\cdot}66.$$

Bei dem Höhenunterschiede dieser beiden Punkte: $H = 255{\cdot}9^m$ und der mittleren Temperatur $t = (t_1 + t_2) : 2 = 4{\cdot}6°$ ist

$$m_1 = 0{\cdot}969092.$$

Um die Standkorrektion a für einen bestimmten Wert N_o zu finden, hat man mehrere Vergleichungen des Aneroides mit einem Quecksilberbarometer auszuführen, wodurch man die Gleichungen erhält

$$b' = A' + a + \beta\tau' + \omega(A' - N_o)$$
$$b'' = A'' + a + \beta\tau'' + \omega(A'' - N_o)$$
$$b''' = A''' + a + \beta\tau''' + \omega(A''' - N_o)$$
. . . .

Ihre Summe ist: $\Sigma b' = \Sigma A' + \Sigma a + \beta\Sigma\tau' + \omega(\Sigma A' - \Sigma N_o)$.

Dividiert man diese Summe durch die Anzahl n der Gleichungen, setzt

$\frac{\Sigma b'}{n} = b_m$, $\frac{\Sigma A'}{n} = A_m$, $\frac{\Sigma\tau'}{n} = \tau_m$, und beachtet, daß

$\frac{\Sigma a}{n} = a$, $\frac{\Sigma N_o}{n} = N_o$ sein muß, so wird

$$b_m = A_m + a + \beta\tau_m + \omega(A_m - N_o).$$

Setzt man nun $N_o = A_m$, dann folgt

$$b_m = A_m + a + \beta\tau_m \text{ und hieraus}$$
$$a = b_m - A_m - \beta\tau_m$$

als Standkorrektion für die Lesung $A_m = N_o$.

So ergibt sich aus den auf Seite 215 mitgeteilten Vergleichungen

$b_m = 739{\cdot}61$, $A_m = 747{\cdot}26$, $\tau_m = 12{\cdot}7°$, und da $\beta = -0{\cdot}1069$

ist, wird $a = 739{\cdot}61 - 747{\cdot}26 + 1{\cdot}36 = -6{\cdot}29$
bei $N_o = A_m = 747{\cdot}26$.

Daher ist
$$A'_1 + a + \beta\tau_1 = 739{\cdot}47$$
$$m_1(A'_1 + a + \beta\tau_1) = 716{\cdot}61$$
$$A'_2 + a + \beta\tau_2 = 717{\cdot}37$$
$m_1(A'_1 + a + \beta\tau_1) - (A'_2 + a + \beta\tau_2) = -0{\cdot}76$ als Zähler.

Ferner
$$A_1 = 746{\cdot}32 \qquad A_2 = 724{\cdot}05$$
$$N_o = 747{\cdot}26 \qquad N_o = 747{\cdot}26$$
$$A_1 - N_o = -0{\cdot}94 \qquad A_2 - N_o = -23{\cdot}21$$
$$m_1(A_1 - N_o) = -0{\cdot}91$$
$(A_2 - N_o) - m_1(A_1 - N_o) = -22{\cdot}30$ als Nenner.

Mithin findet man
$$\omega = \frac{0{\cdot}76}{22{\cdot}30} = 0{\cdot}034,$$

welcher Wert von dem früheren, aus direkten Vergleichungen mit einem Quecksilberbarometer erhaltenen, nur um 0·001 abweicht.

Selbstverständlich wird man sich nicht mit einer solchen Bestimmung des ω begnügen, sondern mehrere ausführen, um einen möglichst genauen Wert zu erhalten.

Bei der vorstehenden Berechnung des ω hätten eigentlich die Korrektionen Δb erst nach ihrer Umwandlung in Skalenteile an die Aneroidlesungen angebracht werden sollen, was aber nicht möglich war, da ω als unbekannt vorausgesetzt wurde. Da jetzt der Wert desselben annäherungsweise bekannt ist, lassen sich die erwähnten Korrektionen genauer anbringen und man findet dann

$$\omega = 0{\cdot}0336$$ [1])

Man darf sich jedoch nicht einbilden, daß dieser Wert in Wirklichkeit genauer sein müsse als der vorige, da die infolge der Kleinheit der Änderungen Δb, in Skalenteilen ausgedrückten Korrektionen ΔA sich von den Δb nur um Beträge unterscheiden, welche innerhalb der Genauigkeitsgrenze der Δb liegen, denn die letztere beträgt ungefähr $\pm$ 0·1^{mm}.

Der nach den hier beschriebenen einfachen Methoden ermittelte Wert von ω genügt vollkommen, so lange nur kleinere Höhenunterschiede zu bestimmen sind, wie es ja vorausgesetzt worden ist. Hat man aber einen größeren Höhenunterschied (etwa von 1000^{m}) zu bestimmen, so muß dies nach dem früher Gesagten dadurch geschehen, daß man ihn in mehrere kleinere abteilt, diese einzeln berechnet und ihre Summe bildet. Hierbei wird, bei einem nicht ganz richtigen ω, in den größeren Höhen der Barometerstand an dem unteren und oberen Punkte etwas fehlerhaft sein, was zur Folge hat, daß die barometrische Höhenstufe und mit ihr auch der berechnete Höhenunterschied, ebenfalls mit einem kleinen Fehler behaftet sein werden. Dieser Fehler des Höhenunterschiedes dürfte jedoch kaum die erlaubte Grenze überschreiten.

---

[1]) Aus den Vergleichungen mit einem Fortinbarometer am 23., 24., 29. und 30. Jänner 1907 bei einem Druckunterschiede von nahezu 35^{mm} ergab sich nach Formel (42) der Wert $\omega = 0{\cdot}0337$, welcher mit dem oben angegebenen zufällig genau übereinstimmt.

Während die Größen β und ω für lange Zeit als konstant betrachtet werden können, unterliegt die Standkorrektion a im Laufe der Zeit größeren oder kleineren Änderungen, daher es ganz ungerechtfertigt wäre, sie als Konstante zu bezeichnen. Ihre Größe muß vor und nach jeder Höhenmessung durch Vergleichung des Aneroides mit einem guten Queeksilberbarometer, das richtige Barometerstände liefert, bestimmt werden, wobei man nicht unterlassen darf, den am Quecksilberbarometer abgelesenen Barometerstand, in der früher ausführlich besprochenen Weise, auf die Schwere im Meeresniveau in der Breite von 45° zu reduzieren. Aus dem Gesagten folgt, daß jeder, der mit einem Aneroide Höhenmessungen vornehmen will, im Besitze eines guten Quecksilberbarometers sein sollte, wenn man auch davon absieht, daß es zur Bestimmung von β und ω unentbehrlich ist.

Um den Barometerstand aus den Aneroidlesungen bequem abzuleiten, wird man die Produkte $\beta\tau = c_\tau$ (Temperaturkorrektion) und $\omega(760 - A) = c_\sigma$ (Teilungskorrektion) in Tabellen bringen, aus welchen die einem bestimmten τ beziehungsweise A entsprechenden Korrektionen entnommen werden können.

Hierbei wird man die Teilungskorrektion c_σ in folgender Weise umgestalten. Bezeichnet A' einen der Werte: 760, 750, 740... 680, m die Einheiten und n die Zehntel der Skalenteile, so ist die Lesung

$$A = A' + m + n, \text{ somit}$$
$$c_\sigma = \omega(A - N_0) = \omega(A' + m + n - N_0)$$
$$c_\sigma = \omega(A' - N_0) + \omega m + \omega n$$

Setzt man $N_0 = 760$ und beachtet, daß A' in den meisten Fällen kleiner als 760 ist, so ist es zweckmäßiger die Korrektion zu schreiben

$$c_\sigma = -\omega(760 - A') + \omega m + \omega n = c'_\sigma + \Delta c_\sigma + \Delta_1 c_\sigma$$

dann ist das erste Glied mit dem Zeichen Minus, die beiden anderen aber mit dem Pluszeichen anzubringen.

Als Beispiel für die Anordnung solcher Tabellen sind dieselben für das früher genannte Aneroid: Naudet Nr. 58.090 hier gegeben.

IV. Temperaturkorrektion

$$c_\tau = -0{\cdot}1069\,\tau$$

τ	c_τ	τ	c_τ	τ	c_τ	τ	c_τ
0°	0·00	9°	— 0·96	18°	— 1·92	27°	— 2·89
1	— 0·11	10	— 1·07	19	— 2·03	28	— 2·99
2	— 0·21	11	— 1·18	20	— 2·14	29	— 3·10
3	— 0·32	12	— 1·28	21	— 2·24	30	— 3·21
4	— 0·43	13	— 1·39	22	— 2·35	31	— 3·31
5	— 0·53	14	— 1·50	23	— 2·46	32	— 3·42
6	— 0·64	15	— 1·60	24	— 2·57	33	— 3·52
7	— 0·75	16	— 1·71	25	— 2·67	34	— 3·63
8	— 0·86	17	— 1·82	26	— 2·78	35	— 3·74

V. Teilungskorrektion

$$c_\sigma = -0{\cdot}034\,(760 - A') + \omega m + \omega n = c'_\sigma + \varDelta c_\sigma + \varDelta_1 c_\sigma$$

A'	c'_σ	m	$\varDelta c_\sigma$	n	$\varDelta_1 c_\sigma$
760	0·00	1	0·03	0·1	0·00
750	— 0·34	2	0·07	0·2	0·01
740	— 0·68	3	0·10	0·3	0·01
730	— 1·02	4	0·13	0·4	0·01
720	— 1·36	5	0·16	0·5	0·02
710	— 1·70	6	0·20	0·6	0·02
700	— 2·04	7	0·23	0·7	0·02
690	— 2·38	8	0·26	0·8	0·03
680	— 2·72	9	0·30	0·9	0·03

Man habe z. B. am Aneroide abgelesen

$$\tau = 12{\cdot}7^\circ \qquad A = 742{\cdot}7$$

Aus IV ist für . . .	$\tau' = 12{\cdot}0$	$c_\tau' = -1{\cdot}28$
„ . . .	$\varDelta\tau = 0{\cdot}7$	$\varDelta c_\tau = -0{\cdot}08$
somit „ . . .	$\tau = 12{\cdot}7$	$c_\tau = -1{\cdot}36$
Aus V für	$A' = 740$	$c'_\sigma = -0{\cdot}68$
„	$m = 2$	$\varDelta c_\sigma = 0{\cdot}07$
„	$n = 0{\cdot}7$	$\varDelta_1 c_\sigma = 0{\cdot}02$
daher	$A = 742{\cdot}7$	$c_\sigma = -0{\cdot}59$

Mithin wäre der Barometerstand

$$b = 742\cdot7 + a - 1\cdot95 = b' + a.$$

Die Standkorrektion wird, wie bereits früher ausgeführt wurde, erhalten, wenn man Vergleichungen des Aneroides mit einem Quecksilberbarometer ausführt, denn es ist

$$a = b - [A + \beta\tau - \omega\,(760 - A)] = b - b'.$$

So wurden z. B. mit dem Aneroide: Naudet Nr. 58.090 folgende Vergleichungen gemacht:

Datum	τ	A	c_τ	c_σ	b'	b	a
19. Nov. 1906:	11·6°	742·65	—1·24	—0·58	740·83	734·95	—5·88
19. „ 1906:	12·7	42·7	—1·36	—0·58	40·76	34·90	—5·86
19. „ 1906:	11·9	35·7	—1·27	—0·84	33·59	27·80	—5·79
19. „ 1906:	12·1	35·7	—1·29	—0·84	33·57	27·80	—5·77
23. „ 1906:	14·5	63·6	—1·55	0·12	62·17	56·24	—5·93
23. „ 1906:	13·3	63·2	—1·42	0·11	61·89	56·00	—5·89
						Mittel =	—5·85

Daher ist für diese Zeit und das bezeichnete Aneroid

$$b = A - 5\cdot85 - 0\cdot1069\,\tau - 0\cdot034\,(760 - A).$$

ε) Thermobarometer oder Thermohypsometer. Man kann den Barometerstand auch dadurch ermitteln, daß man die Temperatur der Dämpfe des siedenden, chemisch reinen Wassers bestimmt. Das Wasser siedet bekanntlich erst dann, wenn die Spannkraft des Wasserdampfes gleich geworden ist dem auf der Wasseroberfläche lastenden Drucke. Hat man demnach die Siedetemperatur beobachtet und entnimmt die derselben entsprechende Spannung des Wasserdampfes aus einer Spannkrafttafel, so hat man den gesuchten Barometerstand. Solche Tafeln findet man ebenfalls in der bereits öfter zitierten Anleitung usw. Die folgende kleine Tabelle gibt eine Übersicht über die Abhängigkeit des Barometerstandes von der Siedetemperatur und ihrer Änderungen.

Siedetemp.	100°	98°	96°	94°	92°	90°	88°	86°	84° C
Barometerst.	760·0	707·3	657·7	611·0	567·1	526·0	487·3	451·0	417·0^{mm}
Δb pro 1°	26·3		24·8	23·3	21·9	20·6	19·4	18·2	17·0^{mm}
Δt pro 1^{mm}	0·038		0·040	0·043	0·046	0·049	0·052	0·055	0·059

Um den Barometerstand auf 0·1^{mm} genau zu erhalten, müßte somit die Temperatur bis auf 0·004 — 0·006° genau bestimmt werden. Es läßt sich dies mit genau verifizierten Thermometern und bei Anwendung von besonderen Ablesevorrichtungen und der nötigen Vorsichtsmaßregeln wohl erreichen, doch ist dies nicht jedermanns Sache. Bei den gewöhnlich auszuführenden barometrischen Höhenmessungen wird man diese Art der Luftdruckmessung daher nicht anwenden.

Der aus dem beobachteten Siedepunkte abgeleitete Barometerstand ist ebenso wie jener aus den Aneroidlesungen berechnete von der Schwerkraft unabhängig.

b) Messung der Lufttemperatur. Die Lufttemperatur wird mit einem Quecksilberthermometer gemessen, welches, um es gegen die Bestrahlung durch die Sonne zu schützen, im Schatten aufgestellt sein muß. Aber auch dann wird es unrichtige Temperaturen angeben, weil auch die Strahlung der Umgebung seinen Stand beeinflußt. Bei einer richtigen Temperaturmessung müßte jede Strahlung beseitigt sein, es dürfte ferner das Thermometer mit keinem anders temperierten Körper in Berührung kommen, sondern nur von der natürlich temperierten Luft umgeben sein.

Ein solches Instrument, bei dem die gestellten Bedingungen vollkommen erfüllt sind, ist das Aspirationspsychrometer von Assmann, das daher auch wahre Lufttemperaturen liefert (seine Beschreibung findet man in der zitierten Anleitung zur Ausführung meteorologischer Beobachtungen). Die Anwendung dieses Instrumentes zur Bestimmung der Lufttemperatur bei barometrischen Höhenmessungen wäre aber etwas umständlich, abgesehen davon, daß es ziemlich teuer ist.

Das einfachste Mittel, die Lufttemperatur annähernd richtig zu erhalten, ist ein kleines, in ganze Grade geteiltes Thermometer, das eine kleine Kugel und am oberen Ende eine Öse besitzt, an welche eine Schnur gebunden werden kann, mittels der man das Thermometer im Kreise drehen oder schleudern kann, weshalb es auch Schleuderthermometer genannt wird. Durch das Schleudern kommt das Thermometergefäß stets mit neuen Luftmassen in Berührung, die ihm den größten Teil der durch Strahlung der Umgebung zugeführten Wärme entziehen, so daß seine Temperatur nur wenig von der wahren Lufttemperatur abweichen kann. Man muß

das Thermometer im Schatten so lange herumdrehen und zeitweise seinen Stand ablesen, bis der letztere keine Änderung zeigt. Selbstverständlich muß das Thermometer, wenn es richtige Temperaturen angeben soll, mit einem Normalthermometer oder einem andern richtig zeigenden verglichen worden sein.

c) Messung der Luftfeuchtigkeit. Obwohl der Einfluß der Luftfeuchtigkeit in der barometrischen Höhenformel näherungsweise berücksichtigt worden ist, die Feuchtigkeit demnach in den meisten Fällen nicht beobachtet zu werden braucht, soll hier doch die einfachste Methode besprochen werden, wie man sie bestimmen kann.

Am bequemsten und mit hinreichender Genauigkeit erhält man die in der barometrischen Höhenformel vorkommende Spannung e des Wasserdampfes, wenn man die relative Feuchtigkeit F an einem guten Haarhygrometer beobachtet. Da F gegeben ist durch

$$F = 100 \frac{e}{e_m},$$

wobei e die Spannung des in der Luft vorhandenen, e_m die Maximalspannung des Wasserdampfes bei der herrschenden Temperatur und F die am Hygrometer abgelesene relative Feuchtigkeit in Prozenten vorstellt, so findet man

$$e = \frac{F}{100} e_m.$$

Man hat somit nur die der Lufttemperatur entsprechende Maximalspannung e_m in einer diese Werte enthaltenden Tabelle aufzusuchen (eine solche Tabelle findet man in der zitierten Aneitung) und mit dem hundertsten Teil der relativen Feuchtigkeit zu multiplizieren.

Nachdem das Wichtigste über die Bestimmung der in der barometrischen Höhenformel vorkommenden Größen: Luftdruck, Lufttemperatur und Feuchtigkeit auseinander gesetzt worden ist, soll im folgenden, letzten Abschnitte noch einiges über die praktische Ausführung der Höhenmessung angeführt werden, das als Anleitung dienen möge, wie die zuverlässigsten Resultate erhalten werden können.

4. Die Ausführung der Höhenmessung.

Will man den Höhenunterschied so genau als möglich erhalten, so genügt es nicht, die in der barometrischen Höhenformel vorkommenden Bestimmungsstücke: den Luftdruck, die Lufttemperatur und eventuell auch die Luftfeuchtigkeit mit größter Sorgfalt zu ermitteln, man muß vielmehr auch die bei der Ableitung der Höhenformel gemachten Voraussetzungen möglichst zu erfüllen trachten. Eine der ersten Voraussetzungen war, daß sich die Atmosphäre im Gleichgewichtszustande, das heißt mit anderen Worten in Ruhe, befindet. Man wird es daher vermeiden müssen, barometrische Höhenmessungen an Tagen auszuführen, an denen die Luft stürmisch bewegt ist. Ferner sollten die Punkte, deren Höhenunterschied bestimmt werden soll, genau vertikal übereinander liegen, was in der Praxis fast nie vorkommt, sie vielmehr stets eine gewisse horizontale Entfernung haben. Um der geforderten Bedingung daher möglichst zu entsprechen, darf die horizontale Entfernung der beiden Punkte nicht übermäßig groß sein (nicht mehr als 10 Kilometer). Schließlich müssen die Messungen an dem höheren und tieferen Punkte gleichzeitig ausgeführt werden.

Beachtet man das Gesagte und bezeichnet ein Aneroid, welches bei den Messungen von Punkt zu Punkt getragen wird, als Feldaneroid, ein an einem Punkte verbleibendes hingegen als Stationsaneroid, wie es in der Praxis gewöhnlich üblich ist, so kann man bei der barometrischen Höhenmessung folgende Verfahren anwenden:

Höhenmessung mit einem Feldaneroide. *a*) Man mißt mit dem Feldaneroide den Druck und bestimmt die Lufttemperatur an allen jenen Punkten, deren Höhenunterschiede ermittelt werden sollen, und läßt während der Zeit dieser Messungen von einem zweiten Beobachter an dem Stationsaneroid (oder an einem Quecksilberbarometer) die inzwischen eingetretenen Druckänderungen in kürzeren Zeitintervallen (15 bis 20 Minuten) notieren und die Lufttemperatur beobachten. Stellt man diese Daten des Druckes und der Temperatur durch Kurven dar, indem man die Zeiten als Abszissen und die beobachteten Werte als Ordinaten aufträgt, so läßt sich aus diesen Kurven der an der Station zur Zeit der an einem beliebigen Punkte ausgeführten Messung herrschende Druck und die entsprechende Lufttemperatur entnehmen. Besitzt man einen

Baro- und Thermographen, so wird der Stationsbeobachter überflüssig.

Auf diese Weise erhält man immer zwei zusammengehörige, gleichzeitige Werte des Druckes und der Lufttemperatur und kann den Höhenunterschied der einzelnen Punkte gegen die Ausgangsstation berechnen. Die Differenz dieser Höhenunterschiede zweier beliebiger Punkte gibt den Höhenunterschied derselben gegeneinander.

Um festzustellen, ob das Feldaneroid während der Begehung der einzelnen Punkte eine Standänderung (Änderung der Größe *a* der Reduktionsformel) erlitten habe oder nicht, muß es vor dem Abgange aus der Station und nach der Rückkehr dahin mit dem Stationsinstrument (Aneroid oder Quecksilberbarometer) verglichen werden. Bei einer kleinen Änderung von 0·1 bis höchstens 0·2^{mm} wird man zur Berechnung des Barometerstandes das Mittel der beiden Werte nehmen. Wäre der Unterschied in der Standkorrektion größer, so wird man besser tun, die Messungen zu wiederholen.

Als Beispiel für das besprochene Verfahren mögen die Höhenmessungen dienen, welche am 20. Oktober 1906 mit dem Aneroid Naudet Nr. 58.090 im XIX. Bezirke ausgeführt worden sind, wobei bemerkt wird, daß an diesem Tage ruhiges, etwas nebliges Wetter geherrscht hat.

Ort	Zeit	τ	A	t	$\beta\tau$	$\omega(760-A)$	Barograph
1. Lehrkanzel für Meteorologie	$3^h 40^m$ p.m.	17·4°	752·7	13·0°	—1·86	—0·24	753·8
2. SE-Ecke der Hochschule .	3 50	17·5	754·4	13·0	—1·87	—0·19	53·8
3. Krottenbachstraße 16 . .	4 15	17·5	756·8	12·5	—1·87	—0·10	53·85
4. Krottenbachstraße 114 .	4 35	17·1	755·6	12·2	—1·83	—0·15	53·85
5. Khevenhüllerstraße 22 . .	5 15	17·7	749·1	12·0	—1·89	—0·31	53·9
6. Krottenbachstraße 114 .	5 50	18·0	756·2	12·2	—1·92	—0·12	54·0
7. Krottenbachstraße 16 . .	6 10	17·8	757·25	12·2	—1·90	—0·09	54·1

Unter der Überschrift „Barograph“ stehen die den Beobachtungszeiten am Barographen der Lehrkanzel für Meteorologie und Klimatologie an der k. k. Hochschule für Bodenkultur abgelesenen Werte des Luftdruckes, die zwar nicht den richtigen Barometerstand darstellen, da sie zu hoch sind, aber zur Ableitung der Druckänderungen ohne weiteres verwendet werden können.

Da von den beiden Punkten: Krottenbachstraße 16 und 114 je zwei Messungen vorliegen, kann man ihr Mittel bilden und ebenso die zugehörigen Lesungen am Barographen zu einem Mittel vereinigen. Beachtet man noch, daß die Standkorrektion $a = -5{\cdot}85^{mm}$ war, so hat man folgende Daten

	A	Korr.	b	t	Barograph
Lehrkanzel	752·7	—7·97	744·73	13·0°	753·8
SE-Ecke	754·4	—7·93	46·47	13·0	53·8
Krottenbachstraße 16	57·02	—7·84	49·18	12·3	53·97
„ 114	55·9	—7·87	48·03	12·2	53·92
Khevenhüllerstraße 22	49·10	—8·07	41·03	12·0	53·9

Nach Formel (20) findet man

Höhenunterschied: Lehrkanzel—SE-Ecke

$$b_1 = 746{\cdot}47 \qquad t_1 = 13{\cdot}0^\circ$$
$$b_2 = 44{\cdot}73 \qquad t_2 = 13{\cdot}0$$
$$b_1 - b_2 = 1{\cdot}74 \qquad t_1 + t_2 = 26{\cdot}0$$
$$\frac{b_1 + b_2}{2} = 745{\cdot}0$$
$$H_0 = 10{\cdot}74 \times 1{\cdot}74 = 18{\cdot}7^{m}$$
$$2\,\frac{H_0}{1000}\,(t_1 + t_2) = 2 \times 0{\cdot}0187 \times 26 = 1{\cdot}2$$
$$H = 19{\cdot}9^{m}.$$

Ebenso einfach ergeben sich die übrigen Höhenunterschiede

Lehrkanzel—Krottenbachstraße	16 :	$H =$	$48{\cdot}0^{m}$
„ „	114		35·7
Khevenhüllerstraße 22—Lehrkanzel			43·6.

Da in der Krottenbachstraße 16 und 114 sowie auch in der Khevenhüllerstraße 22 das Aneroid in Brusthöhe abgelesen wurde,

also fast genau 1 m über den Punkten, deren Höhennnterschied bestimmt werden sollte, so sind die berechneten Höhenunterschiede um den angegebenen Betrag zu korrigieren. Es wird dann

Höhenunterschied	Barometrisch	Nivelliert	Differenz
Lehrkanzel—SE-Ecke	19·9 m	20·0	— 0·1
„ —Krottenbachstraße 16	47·0	46·9	0·1
„ „ 114	34·7	34·3	0·4
Khevenhüllerstraße 22—Lehrkanzel	42·6	45·7	— 3·1

Es muß erwähnt werden, daß die Messung in der Khevenhüllerstraße, wie man es schon aus der Beobachtungszeit ersehen kann, unter ungünstigen Verhältnissen gemacht worden ist, da die Ablesung am Aneroide bei einer schlechten, künstlichen Beleuchtung (Zündhölzchen) vorgenommen werden mußte und wegen Zeitmangel nicht wiederholt werden konnte. Diese Umstände dürften es veranlaßt haben, daß sich die Differenz zwischen dem barometrisch und nivellitisch ermittelten Höhenunterschiede: Khevenhüllerstraße—Lehrkanzel etwas zu groß ergeben hat.

b) Mit einem Feldaneroide lassen sich unter gewissen Umständen Höhenunterschiede bestimmen, ohne die während der Zeit der Messungen eingetretene Änderungen des Druckes und der Lufttemperatur an einer fixen Station zu kennen. Sind nämlich die Punkte, deren Höhenunterschiede gegen einen bestimmten Ausgangspunkt und dadurch auch gegeneinander zu ermitteln sind, nur soweit vom Ausgangspunkte entfernt, daß man zum entferntesten und von da zurück zum Ausgangspunkte in wenigen Stunden gelangen kann, und wählt man am Rückwege die Beobachtungszeit an den einzelnen Punkten so, daß sie von der Beobachtungszeit im entferntesten Punkte ebenso weit absteht, wie jene am Hingange, dann wird der Mittelwert der Beobachtungszeiten an jedem Punkte der Beobachtungszeit am entferntesten Punkte entsprechen. Bei einer kürzeren Dauer der ganzen Begehung (etwa 2 bis 3 Stunden vormittags bis Mittag, nachmittags von 3^h an) wird man besonders bei langsamen Druck- und Temperaturänderungen voraussetzen können, daß diese Änderungen nahezu proportional der Zeit erfolgt sind. Bildet man daher das Mittel der am Hin- und Rückgange an jedem Punkte gemessenen Barometerstände und Lufttemperaturen, so werden diese Mittelwerte, da sie derselben

Zeit, nämlich der Beobachtungszeit am entferntesten Punkte, entsprechen, zur Berechnung der Höhenunterschiede ohne jedwede Korrektion verwendet werden können. Nach diesem Verfahren wurden z. B. die nachfolgenden Messungen ausgeführt:

22. Oktober 1906, Naudet Nr. 58.090
(ruhiges, etwas nebliges Wetter).

Ort	Zeit	τ	A	$\beta\tau$	$\omega(760-A)$	Korr.	t
SE-Ecke der Hochschule .	$2^h\ 45^m$ pm.	17·8°	754·75	—1·90	—0·18	—7·95	12·1
Friedhof (Hydr.)	2 57	17·9	53·05	—1·91	—0·23	—8·01	12·0
Ludwiggasse 14	3 18	17·5	51·95	—1·87	—0·27	—8·01	12·0
Starkfriedg. 12	3 23	17·5	51·2	—1·87	—0·29	—8·03	11·9
Khevenhüllerstraße 22 . .	3 41	17·4	49·1	—1·86	—0·35	—8·08	11·0
Starkfriedg. 12	3 58	17·5	51·2	—1·87	—0·29	—8·03	11·0
Ludwiggasse 14	4 4	17·4	51·8	—1·86	—0·27	—8·00	11·2
Friedhof (Hydr.)	4 21	16·5	52·7	—1·76	—0·24	—7·87	11·1
SE-Ecke . . .	4 37	15·8	54·7	—1·69	—0·18	—7·75	11·4

Als Mittelwerte ergeben sich

Ort	Zeit	b	t
Khevenhüllerstraße 22 . .	$3^h\ 41^m$ p. m.	741·02	11·0°
Starkfriedgasse 12 . . .	3 41	43·17	11·4
Ludwiggasse 14	3 39	43·87	11·6
Friedhof (Hydr.)	3 41	44·93	11·6
SE-Ecke	3 40	46·87	11·7

Da das Mittel der Beobachtungszeiten an jedem der Punkte mit der Beobachtungszeit in der Khevenhüllerstraße zusammenfällt und man bei der Kürze der ganzen Beobachtungszeit ($1^h\ 52^m$) annehmen kann, daß sich der Druck und die Temperatur proportional der Zeit geändert haben, so stellen die vorstehenden Barometerstände und Temperaturen Werte dar, die derselben Zeit, und zwar $3^h\ 40^m$ p. m., entsprechen und können daher ohne weiteres zur Berechnung der einzelnen Höhenunterschiede verwendet werden.

Man findet nach (20)

Höhenunterschied	Barometrisch	Nivell.	Differenz
Friedhof (Hydr.)—SE-Ecke:	$H = 21{\cdot}8^m$	$20{\cdot}7^m$	$1{\cdot}1^m$
Ludwiggasse 14—Friedhof	11.9	12·2	—0·3
Starkfriedgasse 12—Ludwiggasse 14 .	7·9	8·1	—0·2
Khevenhüllerstr. 22 — Starkfriedg. 12 .	24·2	24·7	—0·5
Khevenhüllerstraße 22—SE-Ecke . .	65·8	65·7	0·1

Obwohl die Messungen an den einzelnen Punkten auch an diesem Tage sehr eilig ausgeführt worden sind, stimmen die berechneten Höhenunterschiede mit den durch Nivellement erhaltenen recht gut überein.

Eine Modifikation dieser Methode, die es gestattet, die Zwischenzeit zwischen den beiden Beobachtungen an einem Punkte abzukürzen und eine etwaige Standänderung des Aneroides bei der Messung jedes einzelnen Höhenunterschiedes zu ermitteln, läßt sich in folgender Weise durchführen.

Ein Beobachter (genügt ein verläßlicher Diener) begibt sich mit einem Aneroide an einen Punkt, in dessen Umgebung sich die zu messenden Höhen befinden und hat nur die Aufgabe, das Instrument zu bewachen und vor der Sonnenstrahlung zu schützen. Der zweite Beobachter, der sein Feldaneroid am bezeichneten Punkte mit dem daselbst verbleibenden Standaneroide verglichen und die Lufttemperatur gemessen hat, begibt sich zu einem der Punkte, deren Höhenunterschied gegen den gewählten Standort bestimmt werden soll, mißt daselbst den Barometerstand und die Lufttemperatur und kehrt zum Ausgangspunkte zurück, wo er abermals den Barometerstand und die Lufttemperatur mißt, das Feldaneroid mit dem Standaneroide vergleicht und hierbei darauf achtet, daß die Zeit der Ablesung nach der Rückkehr von jener an dem Punkte, dessen Höhenunterschied zu bestimmen ist, ebenso weit absteht wie die letztere von der ersten Beobachtungszeit im Ausgangspunkte. Dann entspricht, wie bei der vorhin beschriebenen Methode, das Mittel der Beobachtungszeiten im Ausgangspunkte der Zeit der Beobachtung an dem Punkte, dessen Höhenunterschied man bestimmen will. Da die Zwischenzeit zwischen den beiden Beobachtungen am Ausgangspunkte verhältnismäßig kurz sein wird, kann man wohl voraussetzen, daß die inzwischen eingetretene Änderung im Barometerstande und in der Lufttemperatur proportional der Zeit erfolgt ist,

so daß das Mittel der beiden am Ausgangspunkte beobachteten Werte des Barometerstandes und der Lufttemperatur zur Berechnung des Höhenunterschiedes verwendet werden kann, vorausgesetzt, daß das Feldaneroid nach der Rückkehr eine nur sehr kleine oder gar keine Änderung der Standkorrektion zeigt. Sollte sich aber eine größere Änderung ergeben, so müßte die ganze Messung wiederholt werden.

Ebenso verfährt man bei allen anderen Punkten und erhält auf diese Weise die Höhenunterschiede jedes Punktes gegen den gewählten Standort, dessen Höhenunterschied gegen einen Punkt von bekannter Höhe barometrisch bestimmt werden muß. Es ist selbstverständlich, daß man den Ausgangspunkt auch öfter verlegen kann, um nicht zu weite Wege zurücklegen zu müssen, nur *muß* der Höhenunterschied jedes neugewählten gegen den früheren ermittelt werden, was in der hier beschriebenen Weise leicht auszuführen ist.

Dieser Vorgang bei den Höhenmessungen ist zwar etwas langwieriger als die beiden vorstehend angegebenen, hat aber den großen Vorteil, daß man eine größere Änderung der Standkorrektion bei jeder Höhenmessung ersehen, und wenn sie tatsächlich eingetreten ist, eine Wiederholung der betreffenden Messung vornehmen kann.

Da es nicht ausgeschlossen ist, daß auch das Vergleichsaneroid während der Zeit dieser Messungen seine Standkorrektion ändert, muß letztere nach der Rückkehr durch Vergleichungen mit einem einen richtigen Barometerstand angebenden Quecksilberbarometer oder Aneroide bestimmt werden.

Höhenmessung mit zwei Feldaneroiden (Staffelmethode). Die Messungen lassen sich auch so anordnen, daß zwei Beobachter, jeder mit einem Aneroide und einem Schleuderthermometer ausgerüstet, den Höhenunterschied je zweier aufeinander folgender Punkte bestimmen. Es sei also die Aufgabe, den Höhenunterschied der Punkte $A, B, C, D \ldots N$ gegeneinander zu ermitteln. Nachdem am Ausgangspunkte die Standkorrektion beider Aneroide bestimmt worden ist, begeben sich beide Beobachter mit ihren Instrumenten nach dem Punkte A, wo sie ihre Aneroide vergleichen und etwa den Unterschied in ihren Angaben finden

$$A_I - A_{II} = \Delta A_1$$

wenn mit A_I beziehungsweise A_{II} die aus den Ablesungen an den Aneroiden abgeleiteten Barometerstände vorstellen. Bei richtiger Behandlung der Instrumente kann diese Differenz nur dadurch entstanden sein, daß sich die Standkorrektion des einen oder andern, oder vielleicht beider geändert hat. Da diese früher immer mit a bezeichnet worden sind, so muß

$$a_I - a_{II} = \Delta a_1$$

sein, während am Ausgangspunkte $a_1 - a_2 = \Delta a$ war.

Nun geht der eine Beobachter mit dem Aneroid I nach dem nächsten Punkte B, während der andere mit Aneroid II in A verbleibt, und es machen beide zu einer früher vereinbarten Zeit gleichzeitige Lesungen an ihren Aneroiden und Schleuderthermometern.

Hierauf geht der Beobachter mit Aneroid I nach C, jener mit Aneroid II nach B, führen auch hier gleichzeitige Messungen aus und schreiten jeder zum nächsten Punkte weiter. Dies wird so lange fortgesetzt, bis der letzte N erreicht ist. An diesem kommen beide zusammen und vergleichen abermals ihre Aneroide, wobei sich ergibt:

$$a_I - a_{II} = \Delta a_2.$$

Ist der Unterschied zwischen Δa_1 und Δa_2 nicht größer als $0{\cdot}2^{mm}$, so kann man

$$a_I - a_{II} = \frac{\Delta a_1 + \Delta a_2}{2}$$

setzen.

Wiederholt man den ganzen Vorgang am Rückwege vom entferntesten Punkte bis zum ersten Punkte A, wobei aber der Beobachter mit Aneroid II vorausgeht, und werden die Aneroide nach der Ankunft beider Beobachter in A verglichen, so sei

$$a_I - a_{II} = \Delta a'_1$$

ihr Unterschied, der von Δa_2 um einen Betrag von nicht mehr als $0{\cdot}2^{mm}$ abweicht, so daß man jetzt schreiben kann:

$$a_I - a_{II} = \frac{\Delta a'_1 + \Delta a_2}{2}.$$

Nach der Ankunft im Ausgangspunkte werden die Standkorrektionen neuerdings bestimmt, und zwar mit Hilfe eines Quecksilberbarometers oder eines dritten Aneroides, wobei sich

$$a'_1 - a'_2 = \delta a$$

ergeben mag. Vergleicht man nun die vor Beginn und nach Beendigung der Messungen am Ausgangspunkte für die Standkorrektionen ermittelten Werte a_1 und a'_1 beziehungsweise a_2 und a'_2, so wird man leicht ersehen, welches Aneroid seine Standkorrektion während der Zeit der Messungen weniger geändert hat. Es sei dies z. B. das Aneroid I. Dann wird man für dieses die Standkorrektion für die Zeit der Messungen dem Mittelwerte

$$\frac{a_1 + a'_1}{2} = a_{1,m}$$

gleichsetzen, und für Aneroid II nach den vorstehenden Vergleichungen für die Messungen von A nach N

$$a_{2,m} = a_{1,m} - \frac{\Delta a_1 + \Delta a_2}{2}$$

und von N nach A

$$a'_{2,m} = a_{1,m} - \frac{\Delta a'_1 + \Delta a_2}{2}$$

erhalten.

Setzt man die so ermittelten Standkorrektionen in die Reduktionsformeln ein und berechnet für jeden Punkt den Barometerstand, so bekommt man für jeden Höhenunterschied zwei Werte, die zu einem Mittel vereinigt werden können.

Bei einer größeren Anzahl von zu bestimmenden Höhenunterschieden wird man die beiden Aneroide nicht nur am ersten und letzten Punkte, sondern auch an einigen Zwischenpunkten vergleichen, um etwaige Änderungen der Standkorrektionen schärfer in Rechnung ziehen zu können.

Da der beschriebene Vorgang sehr einfach und leicht zu überblicken ist, mag hier von der Anführung eines diesbezüglichen Beispieles abgesehen werden.

Es ist selbstverständlich, daß man die besprochenen Methoden zur Bestimmung des Höhenunterschiedes auch dann anwenden kann, wenn der Barometerstand in einer andern Weise als durch Aneroide bestimmt wird.

Zur genaueren Orientierung über die strengere Theorie der barometrischen Höhenmessung sei auf Liznars „Barometrische Höhenmessung“, Wien 1904, verwiesen.

Ad 5. **Die tachymetrische Höhenunterschiedbestimmung.**

(Ist im nächsten Abschnitte, das heißt in der optischen Distanzmessung enthalten.)

Ad *G*. Instrumente zur optischen Distanzmessung.

Sind Apparate, mit Hilfe deren man Horizontaldistanzen und Höhenunterschiede auf indirektem Wege, das heißt ohne Meßbänder und Meßlatten bestimmen kann.

Bei der überwiegenden Zahl derselben schließt man von einem Lattenabschnitt auf die zu messende Größe. Je nachdem dieser Lattenabschnitt veränderlich oder konstant ist, unterscheidet man Distanzmesser mit veränderlichem und mit konstantem Lattenabschnitt. Doch gibt es auch Distanzmesser, welche einen einzigen mehr oder minder scharf markierten Punkt verwenden.

Im nachfolgenden sollen die gebräuchlichsten Typen der erwähnten drei Gruppen besprochen werden.

Distanzmesser mit veränderlichem Lattenabschnitt von Reichenbach.

Die Theorie dieses Instrumentes soll auf Grund der Fig. 215 auf Taf. 21 erörtert werden.

Ein geodätisches Fernrohr von Ramsden, dessen Diaphragma mit drei Horizontalfäden ausgestattet ist, wird horizontal auf die Nivellierlatte zum Selbstablesen N gerichtet. Die Ebene des Fadenkreuzes ist auf das physische Bild von N, das ist n, geschoben worden, eine Parallaxe also nicht mehr vorhanden. Es fragt sich nun, welches Stück der Nivellierlatte N dem zwischen den Fäden 1 und 2 gelegenen Teile ihres Bildes entspricht.

Die Antwort darauf ist sehr einfach: Die konjugierten Punkte zu 1 und 2 sind offenbar I respektive II, somit ist der Lattenabschnitt I, II der dem Bilde 1, 2 entsprechende Teil der Latte N.

Wächst die Entfernung der Latte von der Linse und bleibt der Fadenabstand derselbe, so wird auch I, II größer. Kleineren Entfernungen der Latte von der Linse entsprechen auch kleinere Lattenabschnitte. Daraus schon folgt die Verwendbarkeit eines geodätischen Fernrohres zur optischen Distanzmessung.

In Fig. 215 ist a die Gegenstandsweite, ω die Bildweite, p die

Brennweite, $I, II = L$ der Lattenabschnitt, $1, 2 = b$ die Bildgröße. Es existieren nun folgende Gleichungen:

$\frac{1}{a} + \frac{1}{\omega} = \frac{1}{p}$ . . (1) ist die Gleichung der bikonvexen Linse.

$L : b = a : \omega$ . . . (2) geht aus der Ähnlichkeit der Dreiecke I, II, o und $1, 2, o$ hervor.

Aus der Gleichung (2) ergibt sich $\omega = \frac{a \,.\, b}{L}$ und $\frac{1}{\omega} = \frac{L}{a \,.\, b}$.

Setzt man diesen Wert in die Gleichung (1) ein, so erhält man $\frac{1}{a} + \frac{L}{a \,.\, b} = \frac{1}{p}$ oder $\frac{b + L}{a \,.\, b} = \frac{1}{p}$, also $bp + Lp = a \,.\, b$ und

$a = p + L \frac{p}{b}$, das heißt die Gegenstandsweite a wird bestimmt, indem man den Lattenabschnitt L, dessen Bild zwischen den zwei Distanzfäden erscheint, mit der konstanten Größe $\frac{p}{b}$ multipliziert und zu diesem Produkte die Konstante p addiert.

Um L zu ermitteln, werden auf dem Bilde n bei den Fäden 1 und 2 Ablesungen gemacht und voneinander subtrahiert.

Bemerkungen.

1. In der Praxis handelt es sich nicht um den Abstand der Nivellierlatte von der Objektivlinse des Fernrohres, sondern um den Abstand der Nivellierlatte von der Vertikalachse des als Tachymeter fungierenden Theodoliten oder Bussoleninstrumentes, das heißt um D. Zu der Größe a kommt mithin noch die Entfernung der Objektivlinse von der Horizontalachse. Wenn diese Entfernung mit γ bezeichnet wird, so ist $D = a + \gamma = L \frac{p}{b} + p + \gamma = L \,.\, C + c$. C nennt man die große oder auch Multiplikationskonstante und c die kleine oder additionelle Konstante. C ist eine unbenannte Zahl und in der Regel nicht weit von 100, z. B. 85, 90 usw., c ist eine benannte Zahl und gewöhnlich zwischen 0·3 und 0·4^m.

2. Bei der Entwicklung der Formel $D = CL + c$ wurde ein astronomisches Fernrohr von Ramsden vorausgesetzt. Fernrohre von Huyghens eignen sich nur insolange für die Reichenbachsche Methode als die Entfernung des Fadenkreuzes von der Kollektivlinse unverändert bleibt. Wechselt der Beobachter, so ändert sich auch diese

Entfernung — wenigstens gewöhnlich — und dann ändern sich auch die Konstanten.

3. C ist bekanntlich $= \frac{p}{b}$ und $c = p + \gamma$. Beide Größen lassen sich direkt, das heißt aus Abmessungen bestimmen, doch ist diese Bestimmung — wenigstens was C anbelangt — viel zu ungenau.

Man kann auch zwei Distanzen D_1 und D_2 annehmen, die zugehörigen Lattenabschnitte L_1 respektive L_2 bestimmen und C und c aus zwei Gleichungen berechnen. Diese haben die folgende Form:

$$D_1 = CL_1 + c$$
$$D_1 = CL_2 + c.$$

Auch dieses Verfahren — die indirekte Bestimmung von C und c — hat Nachteile.

Am vorteilhaftesten ist es, c direkt und C indirekt zu ermitteln. Behufs Bestimmung von c wird γ direkt vom Instrumente abgenommen und p dadurch bestimmt, daß man das Fernrohr auf ein sehr entferntes Objekt einstellt und den Abstand der Objektivlinse vom Fadenkreuz beziehungsweise von den Schräubchen desselben mißt. Die Abmessungen von γ und p erfolgen mit einem Handmaßstab.

Die nun folgende indirekte Bestimmung von C stützt sich auf die Fig. 216 auf Taf. 21.

Man mißt auf eine horizontale Gerade die Strecken $AB = c^m$ und $BC = 100^m$ auf, zentriert das Instrument über A, visiert horizontal nach der in C aufgestellten Nivellierlatte, bestimmt dort L und kann nun folgendes sagen:

$$100^m + c^m = CL^m + c^m; \text{ daraus folgt } C = \frac{100^m}{L^m}.$$

Um C genauer zu erhalten, benutzt man statt einer einzigen Strecke BC mehrere Strecken, rechnet aus jeder derselben C und bestimmt aus den natürlich nicht ganz gleichen Resultaten das arithmetische Mittel.

In der Kartierungslehre (III. Teil der „Grundzüge der niederen Geodäsie“) ist auch noch eine andere Art angegeben, aus mehreren ungleichen C einen endgültigen Wert zu berechnen.

4. In der Fig. 215 auf Taf. 21 wurde die Konstruktion der

Punkte 1 und 2 aus den Punkten I und II aus Deutlichkeitsrücksichten nicht angegeben, ist aber von früher her schon bekannt. So ist 1 der Schnittpunkt zweier Strahlen von I — des Hauptstrahles mit dem Parallelstrahle. Der letztere geht, nachdem er die Linse passiert hat, durch den rechtsseitig gelegenen Brennpunkt derselben (Fig. 217, Taf. 21).

Der Punkt 1 läßt sich aber auch anders bestimmen. Man zieht nämlich von I einen Strahl durch den linksseitig gelegenen Brennpunkt. Derselbe kommt rechts von der Linse als Parallelstrahl heraus und sein Schnitt mit dem Hauptstrahle ist 1. Ebenso kann die Bestimmung von 2 erfolgen.

Insolange nun die kurze Strecke 1, 2 konstant bleibt, wird der Winkel, den die Verbindungsgeraden von I und II mit dem linksseitigen Brennpunkte bilden, konstant sein. Man nennt diesen Winkel den distanzmessenden, parallaktischen, mikrometrischen, diastometrischen, auch diastimometrischen Winkel und seine Spitze, das heißt den linksseitigen Brennpunkt den anallatischen Punkt des Fernrohres. Der Abstand desselben von der Nivellierlatte ist $= CL$ und von der Vertikalachse des Instrumentes $= c$. Er ist derjenige Punkt der Linsenachse, von welchem aus die Distanzen den Lattenabschnitten proportional sind.

Professor Porro ist es gelungen, den anallatischen Punkt durch Einfügen einer Sammellinse zwischen die Objektivlinse und das Fadenkreuz in die Vertikalachse des Instrumentes zu verlegen, c also $= o$ zu machen. Ein Fernrohr nach Professor Porro wird ein anallatisches Fernrohr genannt.

In neuerer Zeit macht man außerdem die zwei Distanzfäden auf der Fadenplatte verstellbar, so daß es nicht schwer fällt, die Multiplikationskonstante auf 100 zu bringen. Derselbe Effekt läßt sich auch mit einer Linse erreichen, welche hinter das Fadennetz gestellt wird. Die Formel für die Distanz D im horizontalen Terrain ist dann überaus einfach, nämlich $D = 100\,L$.

Die Reichenbachsche Methode in kupiertem Terrain (Fig. 218 auf Taf. 21).

Prinzip: Man bestimmt zunächst die Hypotenuse des rechtwinkligen Dreieckes abc, das heißt ac oder D'; daraus und aus dem Höhenwinkel α rechnet man D und H' und endlich aus H' oder

dem provisorischen Höhenunterschiede den definitiven Höhenunterschied H.

Die Bestimmung von D' erfolgt nach der vorhin entwickelten Formel, doch ist der abgelesene Lattenabschnitt mn zu groß, denn die erwähnte Formel gilt nur für den Fall, daß die Nivellierlatte normal steht zur abzumessenden Strecke. Um zum richtigen Lattenabschnitte $m'n'$ zu gelangen, ist es am einfachsten den falschen, das heißt zu großen Lattenabschnitt mn mit $\cos\alpha$ zu multiplizieren. Man kommt auf diese Weise wohl nicht zu einem absolut richtigen Ergebnis, weil die Dreiecke $m'mc$ und $n'nc$ nicht genau rechtwinklig sind. Der Fehler, den man begeht, ist aber so klein, daß man ihn ohne weiteres vernachlässigen kann.

Dem Gesagten zufolge ist also $D' = C \,.\, mn \,.\, \cos\alpha + c$ oder, wenn $mn = L$ gesetzt wird, $D' = CL \cos\alpha + c$. Folglich ist $D = CL \cos^2\alpha + c \cos\alpha$ und $H' = \pm\, CL \cos\alpha . \sin\alpha \pm c \sin\alpha =$ $= \pm \frac{1}{2}\, CL \sin 2\alpha \pm c \sin\alpha$, H endlich $= H' + J - Z$ und, wenn $Z = J$ angenommen wird, $H = H'$.

Die Fundamentalformeln für die Reichenbachsche Distanzmessung sind daher

$D = CL + c$ im horizontalen Terrain;
$D = CL \cos^2\alpha + c \cos\alpha,$
$H' = \pm \frac{1}{2}\, CL \sin 2\alpha \pm c \sin\alpha$ und
$H = H' + J - Z$ im kupierten Terrain.[1])

Wenn der Winkel α klein ist und die Genauigkeitsansprüche nicht zu hoch sind, dann kann man für D und H' im kupierten Terrain Näherungswerte verwenden, und zwar für D den Wert $CL \cos^2\alpha + c$, für H' den Wert $\pm \frac{1}{2}\, CL \sin 2\alpha$.

Schließlich muß noch bemerkt werden, daß die Produkte $CL \cos^2\alpha$ und $\frac{1}{2}\, CL \sin 2\alpha$ nicht berechnet, sondern aus Tabellen genommen oder mit besonderen Apparaten bestimmt werden. (Näheres hierüber im III. Teile der „Grundzüge der niederen Geodäsie“ vom Verfasser.)

Distanzmesser von Tichý und Starke.

Ist ein Theodolit mit Hohenkreis, Noniuskreuz samt Noniuskreuzlibelle und einer ganz eigentümlichen Vorrichtung im Okular-

[1]) Die Zeichen + in den Formeln für H' gelten, wenn α ein Höhenwinkel ist, die Zeichen —, wenn α einen Tiefenwinkel bedeutet.

rohr des Fernrohres, dem sogenannten Okularfilar-Schraubenmikrometer oder kurzweg Okularfilar. Es soll zunächst diese Vorrichtung besprochen werden. Fig. 219 auf Taf. 21 ist eine Skizze derselben.

E ist eine Erweiterung des Okularrohres ähnlich jener wie sie an den Mikroskopen der Schraubenmikroskoptheodoliten zu finden ist.

S_p ist die Spindel der Meßschraube,

M ihre Mutter, die während der Arbeit gedreht wird.

T ist eine mit der Schraubenmutter verbundene Trommel, an welcher man Bruchteile der vollen Umdrehungen von *M* mit Hilfe des Nonius *N* messen kann.

F ist eine Spiralfeder, welche S_p in die Höhe zieht und dadurch die sogenannten toten Gänge der Meßschraube verhindert.

Blickt man in das Fernrohr hinein, so empfängt man das aus der Fig. 220 auf Taf. 21 ersichtliche Bild.

Man sieht zunächst links einen Rechen, ähnlich wie er in den bereits erwähnten Mikroskopen des Schraubenmikroskoptheodoliten zu sehen ist. Er hat sechs Zähne, also fünf Zwischenräume und der oberste Zahn ist mit einem Loch markiert. Außerdem bemerkt man drei Fäden. Einer davon (1) erscheint vertikal und ist für die Horizontalwinkelmessung bestimmt, die zwei anderen erscheinen horizontal. Der obere (2) ist fix und geht durch die Spitze des obersten Zahnes. Der untere (3) bewegt sich parallel zu sich selbst, wenn *M* gedreht wird.

Wenn man *M* derart dreht, daß der Nullstrich der Trommel mit dem Nullstriche des Nonius *N* koinzidiert, so geht der bewegliche Faden durch die Spitze eines Zahnes. Dreht man dann die Schraubenmutter einmal um, also derart, daß die erwähnten Nullstriche abermals stimmen, so hat man die Spindel S_p und damit den Faden 3 um eine Steighöhe von S_p gehoben oder gesenkt und der Faden 3 geht durch die Spitze des benachbarten Zahnes.

Die Hebung des Fadens 3 hat ihre Grenze innerhalb der ersten Zahnlücke, das heißt man kann den Faden 3 nicht bis zum Faden 2 verschieben, weil dieser sonst reißen würde. Der Mechaniker sorgt jedoch dafür, daß auch der durch die Spitze des zweiten Zahnes (von oben) gehende Faden 3 vom Faden 2 um die Steighöhe von S_p absteht, wenn die Nullstriche stimmen.

Dem Gesagten zufolge kann man somit sofort erkennen, um

wieviel ganze Steighöhen die Fäden 3 und 2 voneinander abstehen. Nun ist die Schraubentrommel in 100 gleiche Teile geteilt und mit einem Nonius N versehen, dessen Angabe $\frac{1}{10}$ des kleinsten Trommelteiles beträgt. Man kann somit die Entfernung des beweglichen Fadens vom fixen Faden bis auf die dritte Dezimale messen. In Fig. 220 wird man z. B. sagen: Der Faden 3 steht vom Faden 2 zunächst um drei Zahnlücken, also um drei Steighöhen ab; dann aber noch um das kleine Stückchen x, welches nun auf der Trommel mit Hilfe des Nonius N abgelesen wird. Ist die Ablesung z. B. = = 0·263, so ist die Entfernung der Fäden = 3·263 Steighöhen. — Schließlich soll noch bemerkt werden, daß bei der Durchführung der Methode von Tichý und Starke keine Fadenabstände zu messen sind, sondern der Faden 3 auf eine bestimmte Distanz von 2 zu stellen ist.

Außer der beschriebenen Meßvorrichtung spielen bei der Durchführung der Tichý-Starkeschen Methode die Vertikalwinkel eine wichtige Rolle.

Sie werden gewöhnlich nach der ersten direkten Methode gemessen, aber nicht mit Hilfe eines Höhenbogens, sondern mit Hilfe eines Höhenkreises und eines Noniuskreuzes. Spielt die Noniuskreuzlibelle ein und wird der Durchmesser 0, 0 des Höhenkreises mit der Indexlinie der Nonien (zwei entgegengesetzt bezifferte rechts und zwei gleiche links) zur Übereinstimmung gebracht, so ist die Visierlinie durch den fixen Faden horizontal. Will man also den Winkel, den die Visierlinie durch den festen Faden mit dem Horizont bildet, bestimmen, so braucht man nur die Noniuskreuzlibelle mit Hilfe des zum Noniuskreuz gehörigen Mikrometerwerkes zum Einspielen zu bringen, den festen Faden auf den zu pointierenden Teilstrich der Latte einzustellen, am entsprechenden Nonius rechts zu lesen und mit dem korrespondierenden Nonius links zu zentrieren. Das Vorhandensein von Noniuskreuz und Noniuskreuzlibelle enthebt also von der Notwendigkeit, die Vertikalachse genau vertikal zu stellen.

Die Untersuchung, ob das Instrument in Ordnung ist, erfolgt, indem man die Visierlinie über den fixen Faden entsprechend der Bauart des Instrumentes horizontal richtet, die Noniuskreuzlibelle mit Hilfe des zum Noniuskreuz gehörigen Mikrometerwerkes zum Einspielen bringt und nachsieht, ob die Indexlinie der Nonien mit dem Durchmesser 0, 0 des Höhenkreises stimmt. Im Gegenfalle

werden die Nonien — ohne das Noniuskreuz zu verstellen — entsprechend verschoben. Man kann auch das Noniuskreuz verdrehen und seine Libelle mit Hilfe der aus der Fig. 171 auf Taf. 17 ersichtlichen Einrichtung zum Einspielen bringen, was aber nicht zu empfehlen ist.

Zur Durchführung der Tichý-Starkeschen Methode gehört noch eine Nivellierlatte zum Selbstablesen. Sie ist von der gewöhnlichen Einrichtung, doch befindet sich der Nullpunkt nicht am unteren Ende, sondern 35^{cm} darüber.

Der Vorgang, welcher einzuhalten ist, um Distanz und provisorischen Höhenunterschied nach der in Rede stehenden Methode zu bestimmen, ist folgender:

Das Instrument wird im Anfangspunkte der zu bestimmenden Strecke meßgerecht aufgestellt, die Noniuskreuzlibelle genau zum Einspielen gebracht, die Visur über den fixen Faden auf den Nullpunkt der Latte gerichtet und der Vertikalwinkel h dieser Visur abgelesen.

Nun stellt man folgende Fragen auf:

1. Wie groß muß der Abstand des beweglichen Fadens vom fixen Faden sein, damit die Lattenlesung am beweglichen Faden dem 100. Teil der Horizontaldistanz entspricht, oder damit die Zahl der abgelesenen Zentimeter gleich ist der Zahl der Meter, welche in der Distanz enthalten sind?

2. Wie weit ist der bewegliche Faden vom fixen Faden zu stellen, damit die Lattenlesung am beweglichen Faden dem 100. Teil des provisorischen Höhenunterschiedes entspricht oder damit die Zahl der abgelesenen Zentimeter gleich ist der Zahl der Meter, welche im provisorischen Höhenunterschied enthalten sind?

Man nennt die fraglichen Distanzen, welche natürlich in Steighöhen der Schraubenspindel S_p ausgedrückt werden müssen, „Stelldistanzen" und bezeichnet die Stelldistanz für die Distanzbestimmung mit S_o, jene für die Bestimmung des provisorischen Höhenunterschiedes mit s_o.

Die Entwicklung der Formeln für die in Rede stehenden Stelldistanzen soll auf Grund der Figuren 221 und 222 auf Taf. 21 vorgenommen werden.

In Fig. 221 ist die Gerade $2n$ die Linsenachse und gleichzeitig die Visur über den fixen Faden 2 nach dem Nullpunkte der

Latte *n*. 3 ist der bewegliche Faden respektive dessen Projektion. Er erscheint eingestellt auf den Punkt *m* der Latte, koinzidiert also mit dem Bilde von *m*. Die Konstruktion des Bildes von *m* ist aus der Figur zu ersehen. Von *m* wurde ein Hauptstrahl gezogen und dann ein Strahl durch *F*. Der letztere tritt aus der Linse als Parallelstrahl heraus und schneidet den Hauptstrahl in 3. Wenn die Strecke *nm*, das heißt der Lattenabschnitt, mit *L* bezeichnet wird, das Bild dieser Strecke, also 2, 3, mit *b* und die Brennweite der Linse mit *p*, so ist nach früherem $a = \frac{p}{b} L + p = = a' + p$, a' also $= \frac{p}{b} L$. Der Winkel α ist hier der schon bei der Reichenbachschen Methode besprochene mikrometrische oder diastometrische Winkel und $tg\,\alpha = \frac{L}{a'} = \frac{L}{\frac{p}{b} L} = \frac{b}{p}$.

Nun ist das Fernrohr des Apparates von Tichý und Starke anallatisch, *F* also identisch mit dem Punkte *C* der Vertikalachse *xy* und die Entfernung $D = \frac{p_0}{b} \,.\, L$, wobei p_0 die Brennweite jener (gedachten) Linse bedeutet, die der anallatischen Linsenkombination äquivalent ist. Der mikrometrische Winkel ist nun der Winkel $m C n = \alpha'$ und $tg\,\alpha' = \frac{b}{p_0}$.

Wenn außerdem die Ganghöhe der Meßschraube mit *g* bezeichnet wird und der Stand dieser Schraube in Umdrehungen ausgedrückt, *S* heißt, so ist der Abstand der zwei Fäden oder $b = g \,.\, S$ und $tg\,\alpha' = \frac{gS}{p_0}$. Für gewisse Dimensionen von *g* und p_0, und zwar für $g = 0{\cdot}36^{mm}$ und $p_0 = 180^{mm}$ ist $tg\,\alpha' = \frac{S}{500}$.

In der Fig. 222, die nunmehr ins Auge gefaßt werden soll, ist *C* die Projektion der Horizontalachse und gleichzeitig der anallatische Punkt der Fernrohres. *Cn* ist die Visur über den fixen Faden nach dem Nullpunkte der Latte *n*, *Cm* die Visur über den beweglichen Faden. Der Winkel $m C n = \alpha'$ ist der mikrometrische oder diastometrische Winkel, *h* der Höhenwinkel der Visur über den fixen Faden, *D* die zu bestimmende Horizontaldistanz, *H'* der

provisorische, H der definitive Höhenunterschied, J die Instrumentenhöhe und Z die Zielhöhe.

Aus dem Dreiecke Cnm folgt:

$Cn : L = \sin mnC : \sin \alpha'$ oder

$Cn : L = \cos (h + \alpha') : \sin \alpha'$. — Somit ist

$$Cn = \frac{\cos (h + \alpha')}{\sin \alpha'} . L = \frac{\cos h . \cos \alpha' - \sin h . \sin \alpha'}{\sin \alpha'} . L =$$

$$(\cos h . \cotg . \alpha' - \sin h)\, L = \left(\frac{\cos h}{tg\, \alpha'} - \sin h\right) L.$$

Nun ist $D = Cn . \cos h$ und $H' = Cn . \sin h$. — Substituiert man in diese Gleichungen den Wert von Cn, so ergibt sich:

$$D = \left(\frac{\cos^2 h}{tg\, \alpha'} - \sin h . \cos h\right) . L \text{ und } H' = \left(\frac{\cos h . \sin h}{tg\, \alpha'} - \sin^2 h\right) . L.$$

Da $tg\, \alpha' = \frac{S}{500}$ ist und $\sin h$ auch negativ sein kann, so ergeben sich für D und H' folgende Werte:

$$D = \left(\frac{\cos^2 h . 500}{S} \mp \sin h \cos h\right) L = \left(\frac{5 . \cos^2 h}{S} \mp \frac{\sin h \cos h}{100}\right) 100\, L \text{ und}$$

$$H' = \pm \left(\frac{\cos h . \sin h . 500}{S} \mp \sin^2 h\right) L = \pm \left(\frac{5 . \cos h . \sin h}{S} \mp \frac{\sin^2 h}{100}\right) 100 L.$$

Die oberen Zeichen gelten, wenn h ein Höhenwinkel ist, die unteren, wenn h einen Tiefenwinkel bezeichnet.

Dem Vorhergehenden gemäß sollen nun die Koeffizienten

$$\frac{5 . \cos^2 h}{S} \mp \frac{\sin h \cos h}{100} \text{ und } \frac{5 . \cos h \sin h}{S} \mp \frac{\sin^2 h}{100} = 1 \text{ werden und}$$

jene S, welche diese Koeffizienten auf 1 zu bringen vermögen, S_0 respektive s_0 heißen. Außerdem sollen die den „Stelldistanzen" S_0 und s_0 entsprechenden Lattenabschnitte L_0 respektive l_0 genannt werden.

Dem Gesagten zufolge ist

$$\frac{5 \cos^2 h}{S_0} \mp \frac{\sin h \cos h}{100} = 1, \; S_0 \text{ daher} = \frac{5 . \cos^2 h}{1 \pm \frac{\sin h \cos h}{100}}; \text{ ferner ist}$$

$$\frac{5 \,.\, \cos h \,.\, \sin h}{s_0} \mp \frac{\sin^2 h}{100} = 1, \; s_0 \text{ daher} = \frac{5 \sin h \,.\, \cos h}{1 \pm \frac{\sin^2 h}{100}}.$$

D ist dann $= 100\, L_0$ und $H' = \pm\, 100\, l_0$,
H endlich $= H' + J - Z$.

Bemerkungen.

1. In Fig. 221 wurde angenommen, daß der fixe Faden die Linsenachse schneidet. Das ist nun in Wirklichkeit nicht der Fall. Der Mechaniker legt vielmehr den fixen Faden, wie dies schon aus der Fig. 220 hervorgeht, höher, um das Gesichtsfeld möglichst auszunutzen respektive mit möglichst großen mikrometrischen Winkeln zu arbeiten. Bedenkt man, daß der Wert $n \,.\, tg\, \alpha'$ für sehr kleine Werte von n und α' nahezu gleich ist $tg\, n \,.\, \alpha'$, so wird man begreifen, daß die für die Stelldistanzen entwickelten Formeln auch für den hoch liegenden fixen Faden gültig sind.

2. Die Stelldistanzen für die Distanzbestimmung variieren in der Regel zwischen 2·5 und 5 Steighöhen, jene für die Bestimmung der provisorischen Höhenunterschiede zwischen 0 und 2·5 Steighöhen.

3. Wie vorhin bemerkt wurde, kann man den beweglichen Faden 3 nicht bis zum fixen Faden 2 verschieben, auf sehr kleine Stelldistanzen s_0 somit nicht einstellen. Man hilft sich dann am einfachsten, indem man den beweglichen Faden auf das 2, 3 eventuell mehrfache s_0 stellt und den abgelesenen provisorischen Höhenunterschied durch 2, 3 eventuell mehr dividiert.

4. Die Werte S_0 und s_0 werden naturgemäß nicht gerechnet, sondern aus kleinen Tabellen entnommen. Es ist dies kein sehr bequemer Vorgang und hat Tichý diese Tabellen durch ungleiche Teilungen am Höhenkreise ersetzt respektive die Werte S_0 und s_0 auf den Höhenkreis derart aufgetragen, daß man sie nach der Einstellung des fixen Fadens auf den Nullpunkt der Latte am Höhenkreise direkt ablesen kann.

Das Arrangement dieser Teilungen, welche tachymetrische Teilungen genannt werden, ist aus der Skizze in Fig. 223 auf Taf. 21 zu ersehen. Die tachymetrische Teilung für die Distanzbestimmung befindet sich bei horizontaler Fernrohrlage am Höhenkreise links und gehört zu ihr der Index am Arme III des Noniuskreuzes. Die tachymetrische Teilung für die Bestimmung der

provisorischen Höhenunterschiede befindet sich bei horizontalem Rohr oben und gehört zu ihr der Index am Arme II des Noniuskreuzes. Rechts sind zwei ganz gewöhnliche entgegengesetzt bezifferte Kreisteilungen mit einem gemeinsamen Nullstriche zur eventuellen Bestimmung von Vertikalwinkeln nach den ersten direkten Methode. Die hierzu gehörigen Nonien sind am Arme IV des Noniuskreuzes angebracht.

Mit einem Apparate, dessen Höhenkreis die den Werten S_0 und s_0 entsprechenden tachymetrischen Teilungen besitzt, gestaltet sich die Bestimmung von D und H' wie folgt:

Meßgerechtes Aufstellen des Instrumentes im Anfangspunkte der Distanz D. Bewegung des Noniuskreuzes mit dessen Mikrometerwerk bis die Noniuskreuzlibelle genau einspielt. Visur über den fixen Faden nach dem Nullpunkte der Latte. Ablesung auf der tachymetrischen Teilung links mit Hilfe des Index auf III. Einstellung des beweglichen Fadens auf diese Ablesung. Lesung auf der Latte. Diese Lesung 100 mal genommen entspricht der Horizontaldistanz D.

Ablesung auf der tachymetrischen Teilung oben mit Hilfe des Index auf II. Einstellung des beweglichen Fadens auf diese Ablesung. Lesung auf der Latte. Diese 100 mal genommen entspricht dem provisorischen Höhenunterschiede H'.

Zu bemerken wäre noch, daß bei horizontaler Visur über den fixen Faden die Stelldistanz für $D = 5$, für $H' = 0$ ist. Tatsächlich ist auch H' in diesem Falle $= 0$ und $H = J - Z$.

Distanzmesser von Schneider und Steinbach, auch Tangentialdistanzmesser.

Ist ein theodolitartiges Instrument, dessen Einrichtung auf Grund der schematischen Fig. 224 auf Taf. 21 erläutert werden soll.

L ist der Limbus des Instrumentes, A die Alhidade. Am rechten Ende ihres zur Zeichenebene parallelen Durchmessers befindet sich der Fernrohrträger T — also nicht in der Mitte wie bei den gewöhnlichen Theodoliten. Am linken Ende des erwähnten Durchmessers ist die Tangentenschiene T'. Sie ist auf der äußeren (linken) Seite mit zwei gleichen Teilungen versehen, die einen gemeinsamen Nullstrich haben und entgegengesetzt beziffert sind. Der kleinste Teil dieser Teilungen ist $= \frac{1}{100} a$. Auf der rechten Seite ist T' eine Zahnstange. S ist der sogenannte Schlitten, welcher die

Tangentenschiene umfaßt und sich auf ihr verschieben, also heben und senken läßt. Die Verschiebungen erfolgen mit Hilfe des Zahnrades Z und können mit Nonien, welche am Schlitten befestigt sind, gemessen werden.

K ist eine Klemme zum Absperren des Schlittens, m ein Mikrometerwerk dazu. Die Klemme liegt auf der rückwärtigen Seite der Tangentenschiene und ist daher punktiert worden.

A' ist die Horizontalachse des Fernrohres F.

S' ist die Meßschraube des Instrumentes respektive deren Spindel. Sie hat nur unten Gewinde, oben dagegen einen quadratischen Querschnitt. Der obere (prismatische) Teil geht durch eine entsprechende Führung im oberen Arme des Schlittens und umfaßt mit einem Ringe (ϱ) den vorderen Teil des Fernrohres. Zwischen ϱ und dem oberen Arm des Schlittens liegt um S' herum die Spiralfeder f. M ist die zu S' gehörige Schraubenmutter, durch deren Drehung S' gehoben und gesenkt wird. Der einmaligen vollen Umdrehung der Schraubenmutter entspricht eine Hebung oder Senkung der Spindel um deren Steighöhe σ und diese ist $\frac{1}{100}\,b$.

$\overline{T}$ ist die Trommel der Schraubenmutter, deren Rand in 100 gleiche Teile geteilt erscheint.

N ist der Nonius hierzu und dessen Angabe $= \frac{1}{10}$ des kleinsten Trommelteiles. Auf dem Schlitten ist eine Skala angebracht, deren Teile der Steighöhe von S′ entsprechen. Der zu dieser Skala gehörige Index J geht mit S' auf und ab. Stimmt der Index mit einem Striche der Skala überein, so koinzidiert der Nullstrich des Nonius N mit dem Nullstriche der Trommelteilung. Stimmt der Index mit dem Nullstriche der Skala, so hat die Meßschraube den tiefsten Stand im Schlitten. Derselbe soll die „Nullstellung“ der Meßschraube genannt werden.

Dem Gesagten zufolge lassen sich die Bewegungen von S', welche durch die Drehung von M hervorgerufen werden, leicht und scharf messen. Die Zahl der ganzen Steighöhen, um welche S' durch Drehung von M mit Rücksicht auf die Nullstellung gehoben wird, liest man nämlich auf der Schlittenskala und den Rest auf der Trommel von M und dem dazugehörigen Nonius bis zur dritten Dezimale.

Faßt man die vorhergehenden Ausführungen zusammen, so

ergeben sich hinsichtlich der Bewegungen des Rohres in vertikalem Sinne zwei Möglichkeiten:

1. Man kann das Rohr respektive den vorderen Teil desselben mit Hilfe des Zahnrades Z, der Klemme K und der Mikrometerschraube m beliebig heben und senken und diese Bewegungen an der Tangentenschiene T' messen.

2. Man kann das Rohr respektive den vorderen Teil desselben nach erfolgter Fixierung des Schlittens mit der Klemme K durch Drehung der Schraubenmutter M heben und senken und diese Bewegungen an der Schlittenskala und der Trommel $\overline{T}$ messen. Die Einheit für die Messung der Schlittenbewegung ist, wie bereits erwähnt wurde, $= \frac{1}{100}\, a$, jene für die Messung der Schraubenbewegung $= \frac{1}{100}\, b$.

Von großer Wichtigkeit ist die richtige Stellung der Teilungen. Das Instrument muß in dieser Beziehung folgender Bedingung genügen: Wenn die Vertikalachse vertikal ist, der Nullstrich der Schlittennonien mit dem Nullstriche der Teilungen auf der Tangentenschiene koinzidiert und die Meßschraube in der Nullstellung ist, dann muß die Visierlinie horizontal sein.

Ist diese Bedingung erfüllt, dann kann man mit dem Instrumente zwei höchst wichtige Aufgaben außerordentlich leicht und ohne jede Rechnung lösen. Diese Aufgaben sind:

1. die Bestimmung der Tangente jenes Winkels, den die Visierlinie in der Nullstellung der Meßschraube mit dem Horizonte bildet. Diese Tangente ist nämlich mit Rücksicht darauf, daß die Einheiten auf der Tangentenschiene gleich sind $\frac{1}{100}\, a$ gleich der Ablesung auf der Tangentenschiene dividiert durch 100. Um sie direkt abzulesen, das heißt auch die Verstellung des Dezimalpunktes um zwei Stellen nach links zu ersparen, sind die Teilstriche 5, 10, 15 usw. der Tangentenschiene mit 0·05 beziehungsweise 0·10, 0·15 usw. bezeichnet und auch die Nonien entsprechend beziffert;

2. die Bestimmung der horizontalen Entfernung von der Horizontalachse bis zum Signal, also bis zu der im Endpunkte der zu messenden Strecke aufgestellten Nivellierlatte.

Der Vorgang hierzu ist folgender:

Man stellt die Meßschraube auf 1. Der Index J muß also auf 1 der Schlittenskala stehen und der Nullpunkt des Nonius N mit dem Nullpunkte der Trommel $\overline{T}$ koinzidieren.

Nun bewegt man mit Hilfe des Zahnrades Z den Schlitten so lange bis die Visur annähernd durch 10 (10^{dm}) der Latte geht. Dann sperrt man den Schlitten mit K ab und richtet die Visur mit Hilfe des Mikrometerwerkes m scharf auf 10. Hierauf wird die Meßschraube mit M in die Nullstellung gebracht, also gesenkt und auf der Latte abgelesen. Die Ablesung L wird größer sein wie 10. L—10 ist der 100. Teil der zu bestimmenden Distanz.

Die Begründung dieses Vorganges ist sehr einfach und geht aus der Fig. 225 auf Taf. 22 sofort hervor.

Ist nämlich die Strecke von 0 bis 1 der 100. Teil von b, so ist die Strecke von 10 bis L der 100. Teil von $A'R$.

Der angegebene Weg führt jedoch nur dann zu guten Resultaten, wenn die zu messenden Strecken relativ klein sind. Größere Distanzen werden in folgender Art bestimmt:

Man bringt die Meßschraube in die Nullstellung und richtet die Visur mit Hilfe des Zahnrades Z, der Klemme K und des Mikrometerwerkes m auf den Strich 30 der Latte. Hierauf hebt man das Rohr mit Hilfe der Meßschraube bis die Visur den Strich 10 der Latte passiert und liest die Hebung auf der Schlittenskala und der Trommel $\overline{T}$ ab. Wenn diese Ablesung gleich n ist, so kann man unter der Voraussetzung, daß die Steighöhe der Meßschraube σ heißt und $b = 100 . \sigma$ ist, auf Grund der Fig. 226 (Taf. 22) folgende Behauptung aufstellen:

$$n . \sigma : 100 . \sigma = 2^m : A'R \text{ und}$$

$$A'R = \frac{100 . 2^m}{n}, \text{ das heißt}$$

die Distanz $A'R$ wird bestimmt, indem man den Lattenabschnitt (hier 2^m) mit 100 multipliziert und das Produkt durch die Zahl n dividiert. n wird für nicht allzu große Strecken stets größer sein wie 1.

Diese Methode verursacht also eine kleine Rechnung, hat aber gegenüber der ersten den großen Vorteil, daß man auf die Distanz von einer weit größeren Strecke schließen kann wie früher. Statt 2^m kann man nämlich auch 3, unter Umständen sogar 4^m als Lattenabschnitt benutzen.

Schlußbemerkungen.

1. Zu den nach den beschriebenen Methoden bestimmten Distanzen muß man noch den kleinen Betrag δ addieren, um die Ent-

fernungen der Signale von der Vertikalachse des Instrumentes zu erhalten.

2. Kennt man die Distanz und die Tangente jenes Winkels, den die Visur in der Nullstellung der Meßschraube mit dem Horizont der Horizontalachse bildet, so kann man auch den provisorischen Höhenunterschied H' bestimmen. Derselbe ist der Abstand des von der Visur in der Nullstellung getroffenen Lattenpunktes vom Horizont der Horizontalachse und gleich dem Produkte aus der Distanz in die erwähnte Tangente, wobei aber unter der Distanz der horizontale Abstand des Signales von der Horizontalachse zu verstehen ist.

Der definitive Höhenunterschied H ist dann wie immer $= H' + J - Z$. $Z = J$ zu machen ist hier mit Rücksicht auf die vorher beschriebenen zwei Methoden der Distanzbestimmung nicht möglich.

Distanzmesser mit konstanter Lattenhöhe.

Eine Type dieser Distanzmesser ist eben besprochen worden.

Sobald man nämlich mit dem Tangentialdistanzmesser aus einem 2, 3 oder 4^m langen Lattenabschnitte auf die Distanz schließt, die Distanzbestimmungen also nach der zuletzt beschriebenen Methode durchführt, kann man das Instrument zu den Distanzmessern mit konstanter Lattenhöhe zählen. Eine zweite wichtige Type ist der

Distanzmesser von Friedrich.[1])

Mit Rücksichtnahme auf das einschlägige Spezialwerk „Das optische Distanzmessen und dessen Beziehung zur direkten Längenmessung usw.“ von Josef Friedrich, Wien 1881, bei Faesy & Frick, soll die Abhandlung über Friedrichs Instrument und dessen Verwendung ganz kurz gehalten werden.

Das Instrument ist wieder ein gewöhnlicher Theodolit, dessen Fernrohr jedoch mit dem von der Tichý-Starkeschen Methode her bekannten Okularfilar versehen ist.

Als Signal verwendet Friedrich eine Latte, auf welcher kleine rotweiße Zielscheiben in Abständen von $0{\cdot}5^m$ aufgemalt sind. Sie ist $2{\cdot}2^m$ lang, kann aber bis auf $3{\cdot}2^m$ verlängert werden.

Um stets den größten mikrometrischen Winkel zu erhalten,

[1]) Josef Friedrich war seinerzeit Vorstand des Forsteinrichtungsbureaus im k. k. Ackerbauministerium und ist gegenwärtig (als k. k. Hofrat) Leiter des forstlichen Versuchswesens in Mariabrunn bei Wien.

benutzt man — den zu bestimmenden Distanzen entsprechend — Lattenabschnitte von 0·5, 1·0, 1·5, 2·0, 2·5 und 3^m.

Fig. 227 auf Taf. 22 entspricht einem Blick ins Fernrohr.

Man sieht links den bekannten Zählrechen und außerdem — wie bei Tichý und Starke — drei Fäden, den Vertikalfaden 1 und die Horizontalfäden 2 und 3. Der fixe Faden 2 geht jedoch nicht durch die Spitzen des obersten Zahnes. Der Faden 3 ist beweglich. Seine Bewegungen werden genau so gemessen wie bei Tichý und Starke. Wenn er die Spitze des obersten Zahnes passiert und der Nullstrich der Trommel mit dem 0-Striche des hierzu gehörigen Nonius stimmt, dann sagt man: er befindet sich in der Nullstellung.

Die Vertikalwinkel, deren Kenntnis zur Bestimmung von Distanzen und provisorischen Höhenunterschieden nach der Friedrichschen Methode notwendig ist, werden gewöhnlich so wie bei Tichý und Starke gemessen, also nach der ersten direkten Methode der Vertikalwinkelbestimmung, aber mit Höhenkreis, Noniuskreuz und Noniuskreuzlibelle. Wenn diese zum Einspielen gebracht wird und die Nullstriche der zwei Nonien mit den Nullstrichen des Höhenkreises koinzidieren, dann ist die Visur über den fixen Faden 2 horizontal.

Der Vorgang mit dem Friedrichschen Instrumente ist folgender: Man stellt den Apparat im Anfangspunkte der zu messenden Distanz meßgerecht auf, bringt die Visierebene in die Richtung der Latte, läßt die Noniuslibelle genau einspielen, pointiert dann mit dem fixen Faden die obere der zwei in Aussicht genommenen Zielscheiben und bestimmt den Vertikalwinkel α.

Hierauf dreht man die Okularfilarschraube so lange, bis der bewegliche Faden den Mittelpunkt der unteren Zielscheibe passiert, zählt die Zahnlücken und liest auf der Trommel und dem zugehörigen Nonius ab. Die Zahl der Lücken und die Ablesung soll mit s bezeichnet werden. s gibt an, wie oft die Steighöhe g der Okularfilarschraube im Abstande des beweglichen Fadens von dessen Nullstellung enthalten ist.

Die Größen α und s werden nun in folgende Formeln substituiert:

$$D = \frac{Cl}{m+s} \cos^2 \alpha \pm l \sin \alpha \cos \alpha + c \cos \alpha$$

$$H' = \pm \frac{1}{2} \frac{Cl}{m+s} \sin 2\alpha + l \sin^2 \alpha \pm c \sin \alpha$$

C ist eine Multiplikationskonstante, c eine additionelle Konstante, m eine Zahl, welche angibt, wie oft die Steighöhe der Okularfilarschraube im Abstande des fixen Fadens vom beweglichen in dessen Nullstellung enthalten ist (also auch konstant), l der in Verwendung stehende Zielscheibenabstand oder Lattenabschnitt und α der Vertikalwinkel der Visur über den fixen Faden. Ist α ein Höhenwinkel, so wird das Zeichen $+$, ist α ein Tiefenwinkel, dann wird das Zeichen $-$ verwendet.

Die Formeln haben, wie man sofort erkennt, eine gewisse Ähnlichkeit mit den Formeln der Reichenbachschen Methode.

Ihre Entwicklung soll auf Grund der Fig. 228 auf Taf. 22 durchgeführt werden.

In derselben ist D die zu bestimmende Horizontaldistanz der Terrainpunkte M und N, H ihr Höhenunterschied, A die Horizontalachse des Theodoliten, O die Objektivlinse mit dem optischen Mittelpunkte o und den Brennpunkten F und F', Ap die Visur über den fixen Faden 2 nach der oberen Zielscheibe p des gewählten Lattenabschnittes l. 3_o ist der bewegliche Faden in der Nullstellung, 3 derselbe Faden, eingestellt auf das Bild der unteren Zielscheibe q, α ist der Winkel, den die Visur über den fixen Faden mit dem Horizont bildet, ω der mikrometrische Winkel, c die schon von der Reichenbachschen Methode bekannte additionelle Konstante, $A'p = H'$ der provisorische Höhenunterschied, J die Instrumenten- und Z die Zielhöhe.

Es handelt sich — wie bei der Reichenbachschen Methode im kupierten Terrain — zunächst um die Strecke $Ap = D'$. Dieselbe ist $= Fp + c$. Fällt man von q auf Fp eine Normale qq', so ist $Fp = Fq' + q'p = l \cos\alpha \, . \, cotg\,\omega + l \sin\alpha$. Nach früherem ist aber $tg\,\omega = \frac{b}{p}$, was auch aus der Figur zu ersehen ist. Aus derselben folgt aber auch $b = m \, . \, g + s \, . \, g = g(m + s)$. $tg\,\omega$ ist daher $= \frac{g(m+s)}{p}$ und $cotg\,\omega = \frac{p}{g(m+s)}$. Dies in die letzte Formel für Fp gesetzt, gibt: $Fp = \frac{pl}{g(m+s)} \, . \cos\alpha + l \, . \sin\alpha$. Da nun p und g konstante Werte sind, so ist der Quotient $\frac{p}{g}$ auch konstant und wenn man ihn $= C$ setzt, so geht die Formel für Fp über in

$$Fp = \frac{Cl}{m+s} \cos \alpha + l \sin \alpha. \text{ Somit ist } D' = \frac{Cl}{m+s} \cos \alpha + l \sin \alpha + c.$$

Nun ist $D = D' \cos \alpha$ und $H' = D' \sin \alpha$. Setzt man in diese Gleichungen den obigen Wert für D' ein und berücksichtigt man, daß $\sin \alpha$ eine negative Größe ist, wenn α einen Tiefenwinkel bedeutet, so ergeben sich folgende Formeln für D und H'.

$$D = \frac{Cl}{m+s} \cos^2 \alpha \pm l \sin \alpha \cos \alpha + c \cos \alpha \text{ und}$$

$$H' = \pm \frac{1}{2} \frac{Cl}{m+s} \sin 2\alpha + l \sin^2 \alpha \pm c \sin \alpha.$$

Die Zeichen + gelten, wenn α ein Höhenwinkel, die Zeichen —, wenn α ein Tiefenwinkel ist:

Bemerkungen.

1. Bei der Entwicklung der Formel für D' wurde vorausgesetzt, daß der fixe Faden die Linsenachse schneidet. Dies ist nun auch hier — wie bei Tichý und Starke — nicht der Fall; der fixe Faden liegt unter der Linsenachse. Das, was diesbezüglich gelegentlich der Behandlung der Tichý-Starkeschen Methode gesagt wurde, gilt auch hier.

2. Wenn $\alpha = 0$ ist, dann ist $D = \frac{Cl}{m+s} + c$ und $H' = 0$.

Die Größe c hat — wie schon erwähnt wurde — dieselbe Bedeutung wie c in den Reichenbachschen Formeln und wird auch genau so bestimmt wie dies seinerzeit besprochen wurde, also als Summe von γ und p.

3. Behufs Bestimmung von m mißt man zwei Distanzen D und D' in annähernd horizontalem Terrain direkt und nach der in Rede stehenden Methode optisch. Die Latte muß dabei derart gestellt werden, daß die Visur nach der oberen Zielscheibe, welche bekanntlich durch den fixen Faden geht, horizontal ist.

Man erhält nun folgende zwei Gleichungen:

$$D = \frac{Cl}{m+s} + c \text{ und}$$

$$D' = \frac{Cl'}{m+s'} + c. \text{ Daraus folgt:}$$

$$m + s = C \frac{l}{D - c} \text{ und}$$

$$m + s' = C \frac{l'}{D' - c} \text{ oder,}$$

wenn $\frac{l}{D - c} = A$ und $\frac{l'}{D' - c} = B$ gesetzt wird,

$$m + s = A \,.\, C \text{ und}$$

$$m + s' = B \,.\, C. \text{ Infolgedessen ist}$$

$$C = \frac{m + s}{A} \text{ und}$$

$$C = \frac{m + s'}{B} \text{ daher}$$

$$(m + s)\, B = (m + s')\, A \text{ oder}$$

$$mB + sB = mA + s'A \text{ also}$$

$$Bs - As' = m\,(A - B) \text{ und}$$

$$m = \frac{Bs - As'}{A - B}.$$

4. Im horizontalen Terrain ist

$$D = \frac{Cl}{m + s} + c \text{ folglich}$$

$$D\,(m + s) = Cl + c\,(m + s) \text{ und}$$

$$C = \frac{D\,(m + s) - c\,(m + s)}{l} \text{ oder}$$

$$C = \frac{(D - c)\,(m + s)}{l}.$$

Wenn man nun in diesem Terrain eine Latte in Entfernungen von $50 + c$, $100 + c$, $150 + c$, $250 + c$ und $300 + c$ Metern aufstellen läßt und dabei die Lattenabschnitte 0·5 respektive 1·0, 1·5, 2·0, 2·5 und 3·0 Meter beobachtet, so erhält man folgende Formeln für C:

$$C = \frac{(50 + c - c)\,(m + s)}{0{\cdot}5} = 100\,(m + s)$$

$$C = \frac{(100 + c - c)\,(m + s)}{1{\cdot}0} = 100\,(m + s)$$

$$C = \frac{(150 + c - c)\,(m + s)}{150} = 100\,(m + s) \text{ usw.,}$$

woraus sofort zu erkennen ist, daß die beobachteten s gleich sein sollen.

Das wird natürlich niemals vollkommen zutreffen, jedoch annähernd, und wird man behufs Berechnung von C nach der Formel $C = 100\ (m + s)$ für s das arithmetische Mittel der gefundenen s setzen. Für m z. B. $= 4·127$ und das arithmetische Mittel der $s = 3·885$ wird sich $C = 801·2$ ergeben.

5. Die Werte D und H' werden nicht gerechnet, sondern auf besonderen Rechenschiebern abgeschoben (näheres hierüber in der bereits angeführten Druckschrift).

6. Der definitive Höhenunterschied H wird aus dem provisorischen, das ist H', genau so bestimmt, wie dies bisher immer geschehen ist, also nach der Formel $H = H' + J - Z$. Z ist die Entfernung der oberen Zielscheibe vom unteren Ende der Latte.

Distanzmesser von Stampfer.

Ist ein Nivellierinstrument mit sehr fein gearbeiteter Elevationsschraube, deren Umdrehungen mit Hilfe einer Skala und der Schraubenmuttertrommel sehr genau (bis auf die dritte Dezimalstelle) gemessen werden können.

Die betreffende Meßvorrichtung ist in Fig. 229 auf Taf. 22 schematisch skizziert.

Wenn der Trommelindex J mit dem Nullstriche der Trommelteilung koinzidiert, so steht ein Teilstrich der Skala am Träger in derselben Höhe wie der Index J' auf der Alhidade.

Dreht man die Trommel einmal um, so bewegt sich die Skala um einen ihrer Teile hinauf oder herunter. Ein Skalenteil entspricht demnach der Steighöhe der Elevationsschraube und da die Trommel in 100 gleiche Teile geteilt ist, so kann man die durch Drehung der Schraubenmutter hervorgerufenen Hebungen und Senkungen der Elevationsschraube bis auf die dritte Dezimale der Steighöhe genau messen. Die ganzen Steighöhen werden hierfür an der Skala abgelesen, die drei Dezimalen an der Trommel.

Zum Instrumente gehört eine Nivellierlatte mit zwei rotweißen Zielscheiben, welche gewöhnlich um 2^m voneinander abstehen.

Vorgang bei der Bestimmung der Distanz D und des provisorischen Höhenunterschiedes H':

Der Apparat wird entsprechend der Fig. 230 auf Taf. 22 derart

aufgestellt, daß die Horizontalachse A' über A und das Fernrohr in die Richtung der Latte N zu liegen kommt. Dann bringt man die Nivellierlibelle mit der Elevationsschraube genau zum Einspielen und macht mit Hilfe der Indizes J' und J die Ablesung h. (Die der einspielenden Libelle entsprechende horizontale Visur geht in der in Rede stehenden Figur über die Latte.)

Nun dreht man die Elevationsschraube derart, daß die Visur das Zentrum der Zielscheibe I trifft und macht die dieser Visur entsprechende Ablesung o. Endlich wird die Visierlinie soweit gesenkt, daß sie das Zentrum der Zielscheibe II passiert und die Ablesung u gemacht.

Aus den Formeln $D = \frac{1}{K} \cdot \frac{e}{o-u}$ und $H' = -\frac{h-u}{o-u} \cdot e$, in denen K eine Konstante und e die Entfernung der zwei Zielscheiben bedeutet, erfährt man nun D und H'. H ist dann bekanntlich $= H' + J - Z$.

Die Begründung der obigen Formeln geht aus der folgenden einfachen Betrachtung hervor.

$e = II\,C - I\,C = D\,tg\psi - D\,tg\varphi = D\,(tg\psi - tg\varphi)$. Somit ist $D = \frac{e}{tg\psi - tg\varphi}$ und $H' = -D \cdot tg\psi$.

Nun geben die Differenzen $h - o$ und $h - u$ an, wieviel Schraubengänge der Elevationsschraube den Winkeln φ respektive ψ entsprechen. Diese Winkel sind aber sehr klein und verhalten sich daher wie $h - o$ respektive $h - u$. Da ferner die Tangenten von kleinen Winkeln den Winkeln selbst proportional sind, so kann man sagen:

$tg\varphi = K\,(h - o)$ und $tg\psi = K\,(h - u)$, wobei K einen konstanten Koeffizienten bezeichnet.

Setzt man die Werte für $tg\varphi$ und $tg\psi$ in die obigen Formeln für D und H' ein, so erhält man:

$$D = \frac{e}{K(h-u) - K(h-o)} = \frac{1}{K} \cdot \frac{e}{o-u} \text{ und}$$

$$H' = -\frac{1}{K} \cdot \frac{e}{o-u} \cdot K\,(h-u) = -\frac{h-u}{o-u} \cdot e.$$

Im vorliegenden Falle ist H' unter dem Horizont des Instrumentes und daher eine negative Größe. $o - u$ ist stets positiv,

$h - u$ dagegen, wenn die untere Zielscheibe über dem Horizont des Instrumentes liegt, negativ und H' infolgedessen positiv.

Die Bestimmung des Höhenunterschiedes nach der Stampferschen Methode oder das „Stampfersche Nivellieren" bietet, wie man sieht, dem gewöhnlichen Nivellieren gegenüber den Vorteil, daß man in der Wahl der Standpunkte weit weniger beschränkt ist, weil die horizontale Visur die Latte nicht zu treffen braucht. Dafür hat man aber mehr zu rechnen.

Distanzmesser, welche als Signal einen einzigen scharf markierten Punkt verwenden.

Eine uralte, sehr einfache Type ist aus der Fig. 231 auf Taf. 22 zu ersehen. Sie stellt eine Ansicht von oben dar.

AB ist eine leichte, steife Stange von 1^m Länge. Im Endpunkte A befindet sich ein Fernrohr, dessen Visierlinie normal zu AB ist und während der Arbeit bleibt. Im Endpunkte B ist auch ein Fernrohr vorhanden, doch läßt sich dasselbe um B drehen.

Wenn die Strecke AC gemessen werden soll, stellt man bei horizontaler Lage der Stange AB beide Fernrohre auf C ein, bestimmt α und entnimmt aus einer Tabelle die Distanz $AC = 1^m . cotg\, \alpha$. Befindet sich A im Tale und C auf einem Berge oder umgekehrt, so erhält man in AC immer nur die schiefe oder wirkliche Entfernung der Punkte A und C. Behufs Bestimmung ihrer horizontalen Entfernung und des provisorischen Höhenunterschiedes muß man die Neigung von AC gegen den Horizont, das ist β, bestimmen und die Produkte $AC \cos \beta$ und $AC \sin \beta$ bilden.[1])

Eine andere hierher gehörige Type stützt sich hinsichtlich ihrer Theorie auf die Fig. 232 (Taf. 22). In derselben ist F das Fernrohr eines theodolitartigen Instrumentes, gerichtet auf den Punkt P. a ist die Horizontalachse; aB ein mit dem Fernrohr verbundener, zur Visierlinie normal gestellter Bügel; S eine horizontale Schiene, längs welcher der Bügel gleitet, wenn das Fernrohr um a gedreht wird. am ist die Entfernung der Schiene S von der Horizontal-

[1]) Instrumente, denen das besprochene Prinzip der Distanzbestimmung zugrunde gelegt erscheint, sind der Pantometer von Pacceco ab Ucedos und der Distanzmesser von Roskiewicz. Sie sind, wie noch später ausgeführt werden wird, nur für militärische Zwecke verwendbar und kommen relativ selten vor.

achse $= 20^{cm}$ oder 200^{mm}. Verstellt man den Bügel auf der Schiene S um das Stück $1,2 = 0{\cdot}200^{mm}$, also um den 1000. Teil von am, so kommt er in die Stellung aB' und das Fernrohr in die Stellung F'.

Stellt man sich nun die Aufgabe, das Instrument im Sinne der Vertikalachse xy derart zu heben, daß die gesenkte Visierlinie wieder durch P geht, so ist die Hebungsgröße aa'. Aus der Ähnlichkeit der Dreiecke $a\,1,2$ und $aa'P$ ferner $a\,1m$ und aPM folgt $1,2 : am = aa' : PM$ oder $\frac{1}{1000}\,am : am = aa' : PM$. Somit ist $PM = aa' . 1000$, das heißt man braucht die Strecke, um welche der Apparat gehoben werden muß, damit die herabgesenkte Visur wieder P passiert, nur mit 1000 zu multiplizieren, um die Horizontaldistanz zu erhalten. Die beschriebene originelle Idee hat M. Hornstein ausführen lassen, doch sind die Versuche, welche der Verfasser mit den diesbezüglichen sehr fein ausgestalteten Instrumenten angestellt hat, nicht günstig ausgefallen. Über die Gründe wird weiter unten gesprochen werden.

Faßt man die Genauigkeit der Distanzbestimmung mit den verschiedenen eben besprochenen Typen von optischen Distanzmessern ins Auge, so findet man, daß dieselbe im allgemeinen verhältnismäßig gering ist.

Der Hauptgrund hiervon liegt darin, daß man in der optischen Distanzmessung immer von relativ kurzen Strecken auf lange schließt, was naturgemäß stets zu bedeutenden Fehlern führt. Die an und für sich schon kleinen Lattenabschnitte, welche die Methoden von Reichenbach, von Tichý und Starke und von Schneider und Steinbach verwenden, werden außerdem nicht direkt, sondern stark verkleinert und mit Zuhilfenahme relativ dick erscheinender Fäden gemessen. Bei Schneider-Steinbach kommt noch ein weiterer Übelstand hinzu. Man arbeitet nämlich nur mit einem Faden und kann daher zur Zeit der zweiten Visur die Richtigkeit der ersten nicht mehr beurteilen.

Bessere Resultate wie die eben zitierten Methoden liefern jene von Friedrich und Stampfer. Der Grund liegt darin, daß sie keine Lattenablesungen bedingen, sondern Visuren nach Zielscheiben, die sich sehr scharf ausführen lassen. So kommt es, daß man nach der Methode von Friedrich Distanzen bis 500^{m} genügend genau bestimmen kann, während die Methoden, welche veränderliche Lattenabschnitte benutzen, gewöhnlich nur bis 150^{m} angewendet werden können.

Die Stampfersche Methode — heute schon selten in Verwendung — hat gegenüber der Friedrichschen denselben Nachteil wie die Schneider-Steinbachsche gegenüber Reichenbach und Tichý-Starke. Sie benutzt nämlich auch nur einen Faden.

Die schlechtesten Resultate liefern jene Methoden, welche als Signal einen Punkt verwenden, die also die Basis für die Distanzbestimmung in den Apparat hineinlegen. Wollte man nach der Methode Fig. 231 bessere Resultate erzielen, so müßte man die Strecke AB wesentlich vergrößern, was den von vornherein ungeschickten Apparat gänzlich unbrauchbar machen würde. Man verwendet daher das in Fig. 231 dargestellte Prinzip der Distanzbestimmung respektive die darauf fundierenden Apparate nur für militärische Zwecke, wo es auf eine größere Genauigkeit in der Regel nicht ankommt und wo man auf den Endpunkt der zu bestimmenden Distanz nicht immer einen Figuranten stellen kann, sondern zufrieden sein muß, dort irgendeinen pointierbaren Punkt zu erblicken. Was die Hornsteinsche Methode anbelangt, so ist diese von vornherein aus dem Grunde nicht empfehlenswert, weil die Konstante, mit welcher hier multipliziert wird, 1000 ist, Fehler in der Bestimmung jener Strecke, um welche der Oberbau des Apparates gehoben wird, somit vertausendfacht auftreten. Ein weiterer wunder Punkt liegt in der großen Schwierigkeit, eine Verstellung des bewußten Bügels auf der Schiene S um $0{\cdot}2^{mm}$ mit der erforderlichen Exaktheit durchzuführen. Auch sonst stellen sich der Ausführung des Instrumentes und der Beobachtungen große Schwierigkeiten entgegen.

ANHANG I.

TABELLE

ZUR

STICHBANDMESSUNG

NACH

PROFESSOR SCHLESINGER.

Tabelle zur „Stichbandmessung“ nach Professor Schlesinger.

t in Zentimetern	Eine schiefgemessene Länge von															
	5 *m*	6 *m*	7 *m*	8 *m*	9 *m*	10 *m*	11 *m*	12 *m*	13 *m*	14 *m*	15 *m*	16 *m*	17 *m*	18 *m*	19 *m*	20 *m*
	verkürzt sich in orthogonaler Projektion auf den Horizont um $\triangle s$ Millimeter															
1	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
2	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
3	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
4	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
5	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
6	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
7	1	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
8	1	1	1	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
9	1	1	1	1	1	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
10	1	1	1	1	1	1	1	—	—	—	—	—	—	—	—	—
11	1	1	1	1	1	1	1	1	1	—	—	—	—	—	—	—
12	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	—	—	—	—	—
13	2	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	—	—	—
14	2	2	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
15	2	2	2	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
16	3	2	2	2	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
17	3	2	2	2	2	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
18	3	3	2	2	2	2	2	1	1	1	1	1	1	1	1	1
19	4	3	3	2	2	2	2	2	2	1	1	1	1	1	1	1
20	4	3	3	3	2	2	2	2	2	1	1	1	1	1	1	1
21	4	4	3	3	2	2	2	2	2	2	2	1	1	1	1	1
22	5	4	4	3	3	2	2	2	2	2	2	2	1	1	1	1
23	5	4	4	3	3	3	2	2	2	2	2	2	2	1	1	1
24	6	5	4	4	3	3	3	2	2	2	2	2	2	2	2	1
25	6	5	5	4	4	3	3	3	2	2	2	2	2	2	2	2
26	7	6	5	4	4	3	3	3	3	2	2	2	2	2	2	2
27	7	6	5	5	4	4	3	3	3	3	2	2	2	2	2	2
28	8	7	6	5	4	4	4	3	3	3	3	3	2	2	2	2
29	8	7	6	5	5	4	4	4	3	3	3	3	3	2	2	2
30	9	8	6	6	5	5	4	4	4	3	3	3	3	3	2	2
31	10	8	7	6	5	5	4	4	4	3	3	3	3	3	3	2
32	10	9	7	6	6	5	5	4	4	4	3	3	3	3	3	3
33	11	9	8	7	6	5	5	5	4	4	4	3	3	3	3	3
34	12	10	8	7	6	6	5	5	4	4	4	4	3	3	3	3
35	12	10	9	8	7	6	6	5	5	4	4	4	4	3	3	3
36	13	11	9	8	7	6	6	5	5	5	4	4	4	4	3	3
37	14	11	10	9	8	7	6	6	5	5	5	4	4	4	4	3
38	14	12	10	9	8	7	7	6	6	5	5	5	4	4	4	4
39	15	13	11	10	8	8	7	6	6	5	5	5	5	4	4	4
40	16	13	11	10	9	8	7	7	6	6	5	5	5	5	4	4
t cm	5 *m*	6 *m*	7 *m*	8 *m*	9 *m*	10 *m*	11 *m*	12 *m*	13 *m*	14 *m*	15 *m*	16 *m*	17 *m*	18 *m*	19 *m*	20 *m*

Tabelle zur „Stichbandmessung“ nach Professor Schlesinger.

t in Zentimetern	Eine schiefgemessene Länge von 5 *m*	6 *m*	7 *m*	8 *m*	9 *m*	10 *m*	11 *m*	12 *m*	13 *m*	14 *m*	15 *m*	16 *m*	17 *m*	18 *m*	19 *m*	20 *m*
	verkürzt sich in orthogonaler Projektion auf den Horizont um △*s* Millimeter															
41	17	14	12	11	9	8	8	7	7	6	6	5	5	5	4	4
42	18	15	13	11	10	9	8	7	7	6	6	6	5	5	5	4
43	19	15	13	12	10	9	8	8	7	7	6	6	5	5	5	5
44	19	16	14	12	11	10	9	8	8	7	7	6	6	5	5	5
45	20	17	14	13	11	10	9	8	8	7	7	6	6	6	5	5
46	21	18	15	13	12	11	10	9	8	8	7	7	6	6	6	5
47	22	19	16	14	12	11	10	9	9	8	7	7	7	6	6	6
48	23	19	17	14	13	12	11	10	9	8	8	7	7	6	6	6
49	24	20	17	15	13	12	11	10	9	9	8	8	7	7	6	6
50	25	21	18	16	14	13	11	10	10	9	8	8	7	7	7	6
51	26	22	19	16	14	13	12	11	10	9	8	8	8	7	7	7
52	27	23	19	17	15	14	12	11	10	10	9	8	8	8	7	7
53	28	23	20	18	16	14	13	12	11	10	9	9	8	8	7	7
54	29	24	21	18	16	15	13	12	11	10	10	9	9	8	8	7
55	30	25	22	19	17	15	14	13	12	11	10	9	9	8	8	8
56	32	26	22	20	17	16	14	13	12	11	11	10	9	9	8	8
57	33	27	23	20	18	16	15	14	13	12	11	10	10	9	9	8
58	34	28	24	21	19	17	15	14	13	12	11	11	10	9	9	8
59	35	29	25	22	19	17	16	15	13	12	12	11	10	10	9	9
60	36	30	26	23	20	18	16	15	14	13	12	11	11	10	10	9
61	37	31	27	23	21	19	17	16	14	13	12	12	11	10	10	9
62	39	32	28	24	21	19	18	16	15	14	13	12	11	11	10	10
63	40	33	28	25	22	20	18	17	15	14	13	12	12	11	11	10
64	41	34	29	26	23	21	19	17	16	15	14	13	12	11	11	10
65	43	35	30	26	24	21	19	18	16	15	14	13	12	12	11	11
66	44	36	31	27	24	22	20	18	17	16	15	14	13	12	12	11
67	45	38	32	28	25	22	20	19	17	16	15	14	13	12	12	11
68	46	39	33	29	26	23	21	19	18	17	15	15	14	13	12	12
69	48	40	34	30	27	24	22	20	18	17	16	15	14	13	13	12
70	49	41	35	31	27	25	22	21	19	18	16	15	14	14	13	12
71	51	42	36	32	28	25	23	21	19	18	17	16	15	14	13	13
72	52	43	37	33	29	26	24	22	20	19	17	16	15	14	14	13
73	54	45	38	33	30	27	24	22	21	19	18	17	16	15	14	13
74	55	46	39	34	31	27	25	23	21	20	18	17	16	15	14	14
75	57	47	40	35	31	28	26	24	22	20	19	18	17	16	15	14
76	58	48	41	36	32	29	26	24	22	21	19	18	17	16	15	14
77	60	50	43	37	33	30	27	25	23	21	20	19	17	16	16	15
78	61	51	44	38	34	31	28	25	23	22	20	19	18	17	16	15
79	63	52	45	39	35	31	28	26	24	22	21	20	18	17	16	16
80	64	54	46	40	36	32	29	27	25	23	21	20	19	18	17	16
t cm	5 *m*	6 *m*	7 *m*	8 *m*	9 *m*	10 *m*	11 *m*	12 *m*	13 *m*	14 *m*	15 *m*	16 *m*	17 *m*	18 *m*	19 *m*	20 *m*

Tabelle zur „Stichbandmessung“ nach Professor Schlesinger.

t in Zentimetern	Eine schiefgemessene Länge von															
	5*m*	6*m*	7*m*	8*m*	9*m*	10*m*	11*m*	12*m*	18*m*	14*m*	15*m*	16*m*	17*m*	18*m*	19*m*	20*m*
	verkürzt sich in orthogonaler Projektion auf den Horizont um Δs Millimeter															
81	66	55	47	41	37	33	30	27	25	24	22	21	19	18	17	16
82	68	56	48	42	38	34	31	28	26		22	21	20	19	18	17
83	69	58	49	43	38	35	31	29	27	25	23	22	20	19	18	17
84	71	59	51	44	39	35	32	30	27	25	24	22	21	20	19	18
85	73	61	52	45	40	36	33	30	28	26	24	23	21	20	19	18
86	75	62	53	46	41	37	34	31	28	27	25	23	22	21	20	19
87	76	63	54	47	42	38	35	32	29	27	25	24	22	21	20	19
88	78	65	56	49	43	39	35	32	30	28	26	24	23	22	20	19
89	80	66	57	50	44	40	36	33	31	28	26	25	23	22	21	20
90	82	68	58	51	45	41	37	34	31	[illegible]	27	25	24	23	21	20
91	84	69	59	52	46	42	38	35	32	30	28	26	24	23	22	21
92	85	71	61	53	47	42	39	35	33	30	28	27	25	24	22	21
93	87	73	62	54	48	43	39	36	33	3[illegible]	29	27	25	24	23	22
94	89	74	63	55	49	44	40	37	34	32	30	28	26	25	23	22
95	91	76	65	57	50	45	41	38	35	32	30	28	27	25	24	23
96	93	77	66	58	51	46	42	39	35	33	31	29	27	26	24	23
97	95	79	68	59	52	47	43	39	36	34	31	29	28	26	25	24
98	97	81	69	60	53	48	44	40	37	34	32	30	28	27	25	24
99	99	82	70	62	55	49	45	41	38	35	33	31	29	27	26	25
100	101	84	72	63	56	50	46	42	39	36	33	31	29	28	26	25
101	103	86	73	64	57	51	47	43	39	37	34	32	30	28	27	26
102	105	87	75	65	58	52	47	43	40	37	35	33	31	29	27	26
103	107	89	76	67	59	53	48	44	41	3	35	33	31	29	28	27
104	109	91	78	68	60	54	49	45	42	39	36	34	32	30	29	27
105	112	93	79	69	62	55	50	46	43	39	37	34	32	31	29	28
106	114	94	81	71	63	56	51	47	43	40	38	35	33	31	30	28
107	116	96	82	72	64	57	52	48	44	41	38	36	34	32	30	29
108	118	98	84	73	65	59	53	49	45	42	39	37	34	32	31	29
109	120	100	85	75	66	60	54	50	46	43	40	37	35	33	31	30
110	123	102	87	76	67	61	55	51	47	43	40	38	36	34	32	30
111	125	104	89	77	69	62	56	52	47	44	41	39	37	34	32	31
112	127	106	90	79	70	63	57	52	48	45	42	39	37	35	33	31
113	129	107	92	80	71	64	58	53	49	46	43	40	38	35	34	32
114	132	109	93	82	73	65	59	54	50	47	43	41	38	36	34	33
115	134	111	95	83	74	66	60	55	51	47	44	41	39	37	35	33
116	136	113	97	85	75	68	61	56	52	48	45	42	40	37	35	34
117	139	115	99	86	76	69	62	57	53	49	46	43	40	38	36	34
118	141	117	100	88	78	70	64	58	54	50	47	44	41	39	37	35
119	144	119	102	89	79	71	65	59	55	51	47	44	42	39	37	35
120	146	121	104	91	80	72	66	60	56	52	48	45	43	40	38	36
t cm	5*m*	6*m*	7*m*	8*m*	9*m*	10*m*	11*m*	12*m*	13*m*	14*m*	15*m*	16*m*	17*m*	18*m*	19*m*	20*m*

Tabelle zur „Stichbandmessung“ nach Professor Schlesinger.

t in Zentimetern	Eine schiefgemessene Länge von															
	5 *m*	6 *m*	7 *m*	8 *m*	9 *m*	10 *m*	11 *m*	12 *m*	13 *m*	14 *m*	15 *m*	16 *m*	17 *m*	18 *m*	19 *m*	20 *m*
	verkürzt sich in orthogonaler Projektion auf den Horizont um Δs Millimeter															
121	149	123	105	92	82	74	67	61	56	52	49	46	43	41	39	37
122	151	125	107	94	83	75	68	62	57	53	50	47	44	41	39	37
123	154	127	109	95	85	76	69	63	58	54	51	47	45	42	40	38
124	156	130	111	97	86	77	70	64	59	55	51	48	45	43	41	38
125	159	132	113	98	87	78	71	65	60	56	52	49	46	44	41	39
126	161	134	114	99	89	80	72	66	61	57	53	50	47	44	42	40
127	164	136	116	101	90	81	74	67	62	58	54	51	48	45	42	40
128	167	138	118	103	91	82	75	69	63	59	55	51	48	46	43	41
129	169	140	120	105	93	84	76	70	64	60	56	52	49	46	44	42
130	172	143	122	106	94	85	77	71	65	61	56	53	50	47	45	42
131	175	145	124	108	96	86	78	72	66	61	57	54	51	48	45	43
132	177	147	126	110	97	88	80	73	67	62	58	55	51	49	46	44
133	180	149	128	111	99	89	81	74	68	63	59	55	52	49	47	44
134	183	152	130	113	100	90	82	75	69	64	60	56	53	50	47	45
135	186	154	131	115	102	92	83	76	70	65	61	57	54	51	48	46
136	189	156	133	117	103	93	84	77	71	66	62	58	55	52	49	46
137	191	159	135	118	105	94	86	78	72	67	63	59	55	52	50	47
138	194	161	137	120	106	96	87	80	73	68	64	60	56	53	50	48
139	197	163	139	122	108	97	88	81	74	69	64	61	57	54	51	48
140	200	166	141	123	110	99	90	82	76	70	65	61	58	55	52	49
141	203	168	144	125	111	100	91	83	77	71	66	62	59	55	52	50
142	206	170	146	127	113	101	92	84	78	72	67	63	59	56	53	51
143	209	173	148	130	114	103	93	86	79	73	68	64	60	57	54	51
144	212	175	150	131	116	104	95	87	80	74	69	65	61	58	55	52
145	215	178	152	133	118	106	96	88	81	75	70	66	62	59	55	53
146	218	180	154	134	119	107	97	89	82	76	71	67	63	59	56	53
147	221	183	156	136	121	109	99	90	83	77	72	68	64	60	57	54
148	224	185	158	138	123	110	100	92	85	78	73	69	65	61	58	55
149	227	188	160	140	124	112	101	93	86	80	74	70	65	62	59	56
150	230	191	163	142	126	113	103	94	87	81	75	70	66	63	59	56
151	233	193	165	144	128	115	104	95	88	82	76	71	67	63	60	57
152	237	196	167	146	129	116	106	97	89	83	77	72	68	64	61	58
153	240	198	169	149	131	118	107	98	90	84	78	73	69	65	62	59
154	243	201	172	150	133	119	108	99	92	85	79	74	70	66	63	59
155	246	204	174	152	134	121	110	101	93	86	80	75	71	67	63	60
156	250	206	176	154	136	122	111	102	94	87	81	76	72	68	64	61
157	253	209	178	156	138	124	113	103	95	88	82	77	73	69	65	62
158	256	212	181	158	140	126	114	104	96	89	83	78	74	70	66	63
159	260	215	183	160	142	127	116	106	98	91	85	79	75	70	67	63
160	263	217	185	162	143	129	117	107	99	92	86	80	75	71	68	64
t cm	5 *m*	6 *m*	7 *m*	8 *m*	9 *m*	10 *m*	11 *m*	12 *m*	13 *m*	14 *m*	15 *m*	16 *m*	17 *m*	18 *m*	19 *m*	20 *m*

Tabelle zur „Stichbandmessung“ nach Professor Schlesinger.

l in Zentimetern	Eine schiefgemessene Länge von															
	5 *m*	6 *m*	7 *m*	8 *m*	9 *m*	10 *m*	11 *m*	12 *m*	13 *m*	14 *m*	15 *m*	16 *m*	17 *m*	18 *m*	19 *m*	20 *m*
	verkürzt sich in orthogonaler Projektion auf den Horizont um Δs Millimeter															
161	266	220	188	164	145	130	119	109	100	93	87	81	76	72	68	65
162	270	223	190	166	147	132	120	110	101	94	88	82	77	73	69	66
163	273	226	192	168	149	134	122	111	103	95	89	83	78	74	70	67
164	277	229	195	170	151	135	123	113	104	96	90	84	79	75	71	67
165	280	231	197	172	153	137	125	114	105	98	91	85	80	76	72	68
166	284	234	200	174	154	139	126	115	106	99	92	86	81	77	73	69
167	287	237	202	176	156	140	128	117	108	100	93	87	82	78	74	70
168	291	240	205	178	158	142	129	118	109	101	94	88	83	79	74	71
169	294	243	207	181	160	144	131	120	110	102	96	90	84	80	75	72
170	298	246	210	183	162	146	132	121	112	104	97	91	85	81	76	72
171	302	249	212	185	164	147	134	122	113	105	98	92	86	81	77	73
172	305	252	215	187	166	149	135	124	114	106	99	93	87	82	78	74
173	309	255	217	189	168	151	137	125	116	107	100	94	88	83	79	75
174	313	258	220	191	170	153	139	127	117	109	101	95	89	84	80	76
175	316	261	222	194	172	154	140	128	118	110	102	96	90	85	81	77
176	320	264	225	196	174	156	142	130	120	111	104	97	91	86	82	78
177	324	267	227	198	176	158	143	131	121	112	105	98	92	87	83	79
178	328	270	230	201	178	160	145	133	123	114	106	99	93	88	84	79
179	331	273	233	203	180	162	147	134	124	115	107	100	94	89	85	80
180	335	276	235	205	182	163	148	136	125	116	108	102	96	90	86	81
181	339	280	238	207	184	165	150	137	127	118	110	103	97	91	86	82
182	343	283	241	210	186	167	152	139	128	119	111	104	98	92	87	83
183	347	286	243	212	188	169	153	140	129	120	112	105	99	93	88	84
184	351	289	246	214	190	171	155	142	131	122	113	106	100	94	89	85
185	355	292	249	217	192	173	157	143	132	123	115	107	101	95	90	86
186	359	296	252	219	194	175	158	145	134	124	116	109	102	96	91	87
187	363	299	254	222	196	176	160	147	135	125	117	110	103	97	92	88
188	367	302	257	224	199	178	162	148	137	127	118	111	104	98	93	89
189	371	305	260	226	201	180	164	150	138	128	120	112	105	100	94	90
190	375	309	263	229	203	182	165	151	140	130	121	113	107	101	95	91
191	379	312	266	231	205	184	167	153	141	131	122	114	108	102	96	91
192	383	316	268	234	207	186	169	155	143	132	123	116	109	103	97	92
193	388	319	271	236	209	188	171	156	144	134	125	117	110	104	98	93
194	392	322	274	239	212	190	172	158	146	135	126	118	111	105	99	94
195	396	326	277	241	214	192	174	160	147	137	127	119	112	106	100	95
196	400	329	280	244	216	194	176	161	149	138	129	121	113	107	101	96
197	404	333	283	246	218	196	178	163	150	139	130	122	115	108	102	97
198	409	336	286	249	221	198	180	165	152	141	131	123	116	109	104	98
199	413	340	289	251	223	200	182	166	153	142	133	124	117	110	105	99
200	417	343	292	254	225	202	183	168	155	144	134	126	118	112	106	100
l cm	5 *m*	6 *m*	7 *m*	8 *m*	9 *m*	10 *m*	11 *m*	12 *m*	13 *m*	14 *m*	15 *m*	16 *m*	17 *m*	18 *m*	19 *m*	20 *m*

Tabelle zur „Stichbandmessung" nach Professor Schlesinger.

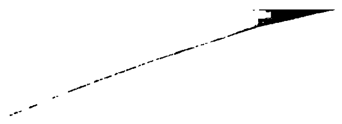
t in Zentimetern	Eine schiefgemessene Länge von															
	5m	6m	7m	8m	9m	10m	11m	12m	13m	14m	15m	16m	17m	18m	19m	20m
	verkürzt sich in orthogonaler Projektion auf den Horizont um △s Millimeter															
201	422	347	295	257	227	204	185	170	156	145	135	127	119	113	107	101
202	426	350	298	259	230	206	187	171	158	147	137	128	120	114	108	102
203	431	354	301	262	232	208	189	173	160	148	138	129	122	115	109	103
204	435	357	304	264	234	210	191	175	161	150	139	130	123	116	110	104
205	440	361	307	267	237	212	193	176	163	151	141	132	124	117	111	105
206	444	365	310	270	239	214	195	178	164	152	142	133	125	118	112	106
207	449	368	313	272	241	217	197	180	166	154	144	134	127	119	113	107
208	453	372	316	275	244	219	199	182	168	155	145	136	128	121	114	109
209	458	376	319	278	246	221	200	183	169	157	146	137	129	122	115	110
210	462	380	322	281	248	223	202	185	171	158	148	138	130	123	116	111
211	467	383	326	283	251	225	204	187	172	160	149	140	131	124	118	112
212	472	387	339	286	253	227	206	189	174	161	151	141	133	125	119	113
213	476	391	332	289	256	229	208	191	176	163	152	142	134	127	120	114
214	481	395	335	292	258	232	210	192	177	165	153	144	135	128	121	115
215	486	398	338	294	261	234	212	194	179	166	155	145	137	129	122	116
216	491	402	342	297	263	236	214	196	181	168	156	146	138	130	123	117
217	495	406	345	300	266	238	216	198	182	169	158	148	139	131	124	118
218	500	410	348	303	268	240	218	200	184	171	159	149	140	133	126	119
219	505	414	351	306	271	243	220	202	186	172	161	151	142	134	127	120
220	510	418	355	308	273	245	222	203	188	174	162	152	143	135	128	121
221	515	422	358	311	276	247	224	205	189	176	164	153	144	136	129	122
222	520	426	361	314	278	250	226	207	191	177	165	155	146	137	130	124
223	525	430	365	317	281	252	228	209	193	179	167	156	147	139	131	125
224	530	434	368	320	283	254	231	211	195	181	168	158	148	140	133	126
225	535	438	371	323	286	256	233	213	196	182	170	159	150	141	134	127
226	540	442	375	326	288	259	235	215	198	184	171	160	151	142	135	128
227	545	446	378	329	291	261	237	217	200	185	173	162	152	144	136	129
228	550	450	382	332	294	263	239	219	202	187	174	163	154	145	137	130
229	555	454	385	335	296	266	241	221	203	189	176	165	155	146	139	132
230	560	458	389	338	299	268	243	223	205	190	177	166	156	148	140	133
231	566	462	392	341	302	270	245	224	207	192	179	168	158	149	141	134
232	571	467	396	344	304	273	247	226	209	194	181	169	159	150	142	135
233	576	471	399	347	307	275	250	228	211	195	182	171	160	151	143	136
234	581	475	403	350	310	278	252	230	212	197	184	172	162	153	145	137
235	587	479	406	353	312	280	254	232	214	199	185	174	163	154	146	139
236	592	484	410	356	315	283	256	234	216	200	187	175	165	155	147	140
237	597	488	413	359	318	285	258	236	218	202	188	177	166	157	148	141
238	603	492	417	362	320	287	261	238	220	204	190	178	168	158	150	142
239	608	497	421	365	323	290	263	240	222	206	192	180	169	159	151	143
240	614	501	424	369	326	292	265	243	224	207	193	181	170	161	152	145
t cm	5m	6m	7m	8m	9m	10m	11m	12m	13m	14m	15m	16m	17m	18m	19m	20m

Tabelle zur „Stichbandmessung“ nach Professor Schlesinger.

t in Zentimetern	Eine schiefgemessene Länge von 5 m	6 m	7 m	8 m	9 m	10 m	11 m	12 m	13 m	14 m	15 m	16 m	17 m	18 m	19 m	20 m
	verkürzt sich in orthogonaler Projektion auf den Horizont um $\triangle s$ Millimeter															
241	619	505	428	372	329	295	267	245	225	209	195	183	172	162	153	146
242	625	510	432	375	331	297	270	247	227	211	197	184	173	163	155	147
243	630	514	435	378	334	300	272	249	229	213	198	186	175	165	156	148
244	636	519	439	381	337	302	274	251	231	214	200	187	176	166	157	149
245	641	523	443	384	340	305	276	253	233	216	202	189	178	168	159	151
246	647	528	447	388	343	307	279	255	235	218	203	190	179	169	160	152
247	653	532	450	391	346	310	281	257	237	220	205	192	180	170	161	153
248	658	537	454	394	348	312	283	259	239	221	207	193	182	172	163	154
249	664	541	458	397	351	315	286	261	241	223	208	195	183	173	164	156
250	670	546	462	401	354	318	288	263	243	225	210	197	185	176	165	157
t cm	5 m	6 m	7 m	8 m	9 m	10 m	11 m	12 m	13 m	14 m	15 m	16 m	17 m	18 m	19 m	20 m

ANHANG II.

DIE PHOTOGRAMMETRIE.



Die Photogrammetrie oder Bildmeßkunst beschäftigt sich mit der konstruktiven Darstellung des Gegenstandes aus seinem photographischen Bilde.

Nach den Aufgaben, welche der Photogrammetrie zufallen können, unterscheidet man die Situations- und Bauwerksphotogrammetrie, dann die Phototopographie. Einen ganz besonderen Zweig der Photogrammetrie bildet die sogenannte Stereo-Photogrammetrie, deren Theorie für sich eigenartig ist und die daher auch für sich ein eigenes Kapitel der photographischen Meßkunst darstellt.

Die Situationsphotogrammetrie, welche den Gegenstand dieser Abhandlung bilden soll, eignet sich zu Aufnahmen unter schwierigen Terrainverhältnissen im Hochgebirge, von Terrainbrüchen im Dienste der Wildbachverbauung, von Vegetationsgrenzen, behufs Trassierung von Wegen und Bahnen in kahlem, felsigem Gebiete u. dgl. m.

Sie wird, wie die Photogrammetrie überhaupt, unter den Aufnahmsmethoden dort zur Alleinherrscherin, wo es sich um die Aufnahme vollkommen unzugänglicher Gebiete handelt, so namentlich von Gletscherpartien, kahlen, jäh abstürzenden Felsgehängen, Lawinenstrichen u. dgl. m.

Kurz zusammengefaßt sind der Photogrammetrie die folgenden Vorteile zuzuerkennen:

1. Sie vermindert die äußere, die Feldarbeit ganz erheblich;

2. sie ermöglicht die Aufnahme unzugänglicher Gebiete;

3. sie gestattet die vollständigste Schonung von Kulturen, die gar nicht betreten werden müssen;

4. sie erläutert Projekte durch das photographische Bild ganz wesentlich;

5. sie gestattet, die Objektsveränderungen auf die leichteste und deutlichste Weise beurteilen und ermitteln zu können, so namentlich Erd- und Gletscherbewegungen;

6. sie ist eine Methode, die mit wenigen Aufnahmen die Bestimmung vieler Terrainpunkte möglich macht und mehr wie jede andere Methode von Ablesefehlern, Schreibfehlern, kurz Irrtümern unabhängig ist.

Allerdings haften der Photogrammetrie auch ganz wesentliche Nachteile an, die in Kürze, wie folgt, zusammenzufassen sind:

1. Die Genauigkeit läßt gegenüber anderen Methoden manches zu wünschen übrig; schon das photographische Reproduktionsverfahren macht dem Genauigkeitsgrad der Aufnahme nicht unwesentlich Eintrag; die Konstruktion aus dem photographischen Negative ist mit manchen Unannehmlichkeiten verbunden;

2. die Hausarbeit ist eine umständlichere, zeitraubendere und für das Auge anstrengendere als bei den anderen usuellen Methoden;

3. die Notwendigkeit des Auffindens der gleichen Terrainpunkte auf zwei photographischen Bildern erschwert das Verfahren und wäre man deshalb, namentlich im mehr gleichmäßig verlaufenden Terrain, bei Aufnahme von gleichmäßig bestockten Waldpartien, gleichmäßig verlaufenden Felswänden usw. genötigt, ein zeitraubendes Signalisieren vor der Aufnahme in der Natur durchzuführen.

Übergehend auf die Erörterung der wichtigsten Konstruktionsprinzipien sei vorausgeschickt, daß es sich in erster Linie darum handelt, die zentrale Projektion des Gegenstandes, als welche dessen photographisches Bild anzusehen ist, in die orthogonale zu überführen.

Sei in Fig. 233 auf Taf. 23, und zwar in ab, ein Gegenstand, in O das photographische Objektiv beziehungsweise der optische Mittelpunkt desselben, d. h. jener gedachte Punkt, durch welchen die Lichtstrahlen ungebrochen hindurchgehen, und sei in mn jene Ebene, die sogenannte Bildebene, gedacht, auf welcher das photographische Bild entsteht — die lichtempfindliche Schichte der Trockenplatte stellt diese Ebene dar — so ist das Bild $a' b'$ nichts anderes als die zentrale Projektion des Gegenstandes ab.

Bei Entgegenhalt der beiden Figuren 233 und 234 auf Taf. 23, welch letztere die Bildebene mn in der Ansicht darstellt, ergeben sich nun die folgenden wichtigen Grundbegriffe.

Die durch den optischen Mittelpunkt O gedachte und auf der hier immer, und zwar der Einfachheit wegen vertikal angenommenen Bildebene mn senkrecht stehende Gerade OA (Fig. 233) wird als die optische Achse bezeichnet. Sie schneidet die Bildebene mn in einem Punkte A (Fig. 233 und 234), welcher der Augpunkt genannt wird. Die Entfernung OA vom optischen Mittelpunkte (Fig. 233) gibt den Begriff der sogenannten Bildweite.

Die durch die optische Achse gedachte horizontale beziehungsweise lotrechte Ebene schneidet die Bildebene in zwei aufeinander senkrecht stehenden Geraden hh' und vv' (Fig. 234), von

welchen die erstere den Horizont, die letztere die Hauptgerade bildet.

Horizont und Hauptgerade stellen das photogrammetrische Achsenkreuz dar.

Die Bildweite und das photogrammetrische Achsenkreuz bilden die „Konstanten“ eines jeden photogrammetrischen Apparates.

Stellt nun (Fig. 235, Taf. 23) O' den Grundriß des optischen Mittelpunktes, mn den Grundriß der zugehörigen lotrechten Bildebene, die sogenannte Bildgerade, A' den Grundriß des Augpunktes und P' endlich den Grundriß irgendeines Raumpunktes P dar, so wird p' der Grundriß des Bildes von P sein müssen. Die eben beschriebene Stellung des photogrammetrischen Apparates entspricht der tatsächlichen Stellung im Momente des Photographierens, denn das Objektiv ist immer gegen den aufzunehmenden Gegenstand gekehrt, die lichtempfindliche Platte dagegen befindet sich auf der dem Objekte abgekehrten Seite. Aus diesem Grunde wird auch p' in Fig. 235 jene Lage einnehmen, welche es tatsächlich auf der photographischen Trockenplatte, auf dem sogenannten „Negative“, einnehmen würde.

Sei in Fig. 236 auf Taf. 23 dieses vom optischen Mittelpunkte aus betrachtet gedachte Negativ N dargestellt, so wird sich auf demselben beispielsweise das Bild des Raumpunktes P in p ergeben. Das auf irgendeine Weise — hierüber folgt späterhin die Aufklärung — auf dem Negative N ermittelte Achsenkreuz sei durch die Linien $v v_1$ und $h h_1$ (Fig. 236) markiert.

Man sieht aus Fig. 236, daß im gegebenen Falle die Lage des Punktes p im Negative durch die beiden Koordinaten x und y vollkommen bestimmt ist.

Würde man sich nun dieses Negativ N, welches die Bildebene darstellt, in die horizontale Projektions- oder Zeichenebene umgelegt denken (Fig. 235), so käme beispielsweise der Augpunkt nach $[A]$ und das Bild p des Punktes nach $[p]$ zu liegen. Offenbar entspricht die Entfernung $[A]A'$ der Entfernung des Augpunktes von der gedachten horizontalen Projektionsebene und offenbar muß die Verbindungslinie $[p]p'$ einen auf der Bildgeraden mn senkrecht stehenden Projektionsstrahl darstellen, welcher zum Grundrisse $O'A'$ der optischen Achse in der Entfernung $x = p'A'$ parallel läuft. Wäre somit umgekehrt die Stellung des photographischen Apparates im Momente des Photographierens und das Negativ N (Fig. 236) beziehungsweise das Bild p eines Gegenstandes gegeben, so hätte man lediglich von A' die Entfernung $A'p' = x$, welch letztere dem

Negative N zu entnehmen ist, in richtigem Sinne aufzutragen und würde sofort in p' den Grundriß des Bildes p erhalten. $p' O'$ gäbe dann den Grundriß jenes Sehstrahles an, in welchem der Grundriß des Raumpunktes P, dessen Bild eben p ist, liegen müßte.

Das photographische „Positiv" oder das Papierbild ist bekanntlich ein Abklatsch des Negatives. Während das letztere die Bilder verkehrt und rechts mit links vertauscht zeigt, erscheinen sie auf ersterem in der richtigen Lage. Denkt man sich in einer der Bildweite entsprechenden Entfernung $O' A'$ vom Objektive. parallel zur Bildebene mn (Fig. 235) aber gegen den Raumpunkt P hin, eine Ebene $m_1 n_1$ gelegt, so würde auf dieser Ebene gleichfalls ein Bild entstehen, welches, wie nach kurzer Betrachtung erhellt, dem Positive oder Papierbilde zum Negative N deshalb entsprechen müßte, weil in dieser Ebene die Lage des Bildes eine im Vergleiche zum Negative verkehrte, also die richtige sein müßte. Vom Objektive aus betrachtet wäre im gegebenen Falle dieses Positiv in P (Fig. 237) gegeben. Das Bild p_1 erscheint hier unterhalb des Horizontes $h h_1$ und scheinbar deshalb auf der gleichen Seite der Hauptgeraden $v v_1$, weil sich die Stellung des Beschauers — Negativ und Positiv sind eben vom Objektive aus betrachtet gedacht — geändert hat. Wie nun aus Fig. 235 ersichtlich, wäre es aber für die Konstruktion ganz gleichgültig, ob die Stellung mn oder jene $m_1 n_1$ der Bildebene gewählt würde beziehungsweise ganz gleichgültig, ob das Negativ gegen $[A]$ oder das Positiv gegen $[A_1]$ hin umgelegt würde, in beiden Fällen müßte sich der Grundriß des Sehstrahles durch die Gerade $p' O' p_1'$ ergeben. Aus Fig. 235 ist aber auch ersichtlich, daß es für die Konstruktion dieses Sehstrahlgrundrisses ganz gleichgültig ist, in welche Entfernung der Augpunkt bei der gedachten Umlegung von seinem Grundrisse zu liegen kommt, d. h. daß die Wahl der horizontalen Projektionsebene ohne Einfluß auf die Konstruktion bleibt, daß die Umlegung überhaupt ganz entfallen kann und die Übertragung der dem Negative oder Positive zu entnehmenden Ordinate x nach p' oder p_1' hin (Fig. 235) vollkommen genügt. Die Stellung $m_1 n_1$ der Bildebene wird deshalb gerne gewählt, weil man häufig aus dem Papierbilde konstruiert und weil bei dieser Stellung in der Regel die benutzte Zeichenfläche nicht unwesentlich verkleinert wird.

Es geht nun schon aus dem Gesagten hervor, daß es nur nötig wäre, auf die vorbeschriebene Weise einen zweiten Sehstrahl-

grundriß zu finden, um in dem Durchschnitte dieser beiden den Grundriß des Raumpunktes selbst zu finden.

Dies führt uns zu der in der folgenden Fig. 238 auf Taf. 23 dargestellten Konstruktion.

O' und O_1' seien die Grundrisse der optischen Mittelpunkte des Apparates in zwei Aufstellungen und a die auf irgendeine Weise sowohl ihrer Lage als ihrer Größe nach ermittelte und in gewünschtem Maßstabe aufgetragene Standlinie.

Bei Vergleich der Fig. 238 mit Fig. 235 wird man finden, daß $O'p_1'$ beziehungsweise $O_1'p_2'$ (Fig. 238) die Sehstrahlengrundrisse jenes Punktes sein müssen, dessen Bilder p_1 und p_2 sind. Im Durchschnitte dieser Strahlen, in P', ergibt sich somit der gesuchte Grundriß des Raumpunktes, hier der Grundriß der in beiden Bildern erscheinenden Kirchturmspitze.

Man ist also imstande, einen Plan zu zeichnen, dessen Maßstab dem Maßstabe der Basis entspricht, wobei zu beachten kommt, daß die Ordinaten x_1 und x_2, dann die Bildweiten f_1 und f_2 (Fig. 238) stets in ihrer wirklichen Größe aufgetragen werden müssen, weil sich sonst, wie nach kurzer Überlegung klar wird, der Grundriß verzerren müßte.

Aus der eben erläuterten Konstruktion ist zu ersehen, daß es unbedingt nötig ist, auf zwei von verschiedenen Standpunkten aufgenommenen Photographien die Bilder eines und desselben Punktes, in Fig. 238 also die Bilder p_1 und p_2 der Kirchturmspitze, aufzufinden, um in der Lage zu sein, den Grundriß zu konstruieren. Diese Bedingung ist es eben, welche die Anwendung der Methode häufig sehr erschwert, weil ein Auffinden der korrespondierenden Punkte auf der zweiten Photographie, namentlich bei Aufnahme gleichmäßig verlaufenden Terrains oder gleichmäßig verlaufender Waldbestände, naturgemäß schwierig, mitunter geradezu unmöglich ist. In einem solchen Falle müßte man, um die Anwendung der Methode zu ermöglichen, zu zeitraubenden Signalisierungsarbeiten schreiten. Nichtsdestoweniger ist man doch, und zwar unter gewissen Bedingungen imstande, den korrespondierenden Punkt auf der zweiten Photographie aufzufinden, d. h. konstruktiv zu ermitteln. Das diesbezügliche Verfahren stützt sich auf die sogenannte trilineare Verwandtschaft oder das Hauck'sche System.[1])

[1]) Theorie der trilinearen Verwandtschaft ebener Systeme, Journal für reine und angewandte Mathematik. Berlin 1883.

Es kann hier nicht die Aufgabe gestellt werden, auf diesen Gegenstand sowie auf manche andere interessante Beziehung einzugehen, handelt es sich doch nur darum, die einfachsten Konstruktionsprinzipien zu erläutern.

Mit Hilfe des Grundrisses ist man nun auf ganz einfache Weise imstande, die relative Überhöhung der einzelnen aufgenommenen Punkte untereinander beziehungsweise ihre absoluten Höhen zu ermitteln.

In Fig. 239 auf Taf. 24 sei in O das Objektiv des Apparates und in P jener Raumpunkt gegeben, dessen Höhe bestimmt werden soll. Auf der vor das Objektiv gelegt gedachten und dem Positiv entsprechenden Bildebene mit dem Horizonte hh wird das Bild von P in p erscheinen. Es ist nun ohne weiteres zu sehen, daß sich die Höhe h des Punktes P über dem Horizonte des Apparates durch die folgende Gleichung analytisch ermitteln läßt:

$$h = \frac{y}{d} \cdot e,$$

wobei die Ordinate y dem Bilde, die Größen d und e direkt dem Grundriß entnommen werden können.

Ist die Instrumentenhöhe i und die absolute Höhe des Standpunktes bekannt, so läßt sich selbstverständlich auch die absolute Höhe des Punktes P ermitteln. Es ist klar, daß diese Höhenermittlung auch graphisch durch entsprechendes Auftragen der Längen d, e und y ermittelt werden kann. Diesbezüglich gibt Fig. 240 auf Taf. 24 genügende Aufklärung.

Die vorstehende Erläuterung zeigt aber, daß man imstande ist, die relative oder absolute Höhe eines Punktes, dessen Grundriß gegeben ist, aus jedem Bilde für sich zu ermitteln und in dieser Möglichkeit der doppelten Seehöhenbestimmung liegt gleichzeitig eine gute Kontrole für die Zusammengehörigkeit zweier Bildpunkte in zwei Photographien, so z. B. jener p_1 und p_2 in Fig. 238.

Wie den bisher erläuterten Konstruktionen zu entnehmen, müssen behufs Bestimmung des Grundrisses und der Seehöhen gegeben sein:

1. Eine Aufnahmsbasis;
2. die Lage der optischen Achsen des Apparates in den Momenten des Photographierens;
3. die Bildweite;
4. das photogrammetrische Achsenkreuz.

Was die Aufnahmsbasis anbelangt, so muß dieselbe ihrer Lage

und Größe nach mit Hilfe einer der bisherigen Meßmethoden ermittelt werden, es sei denn, sie wäre an und für sich schon gegeben.

Bezüglich der Bestimmung der Lage der optischen Achsen wird man in den meisten Fällen zur Winkelmessung schreiten müssen. Zu diesem Zwecke ist jeder photogrammetrische Apparat entweder mit einem Fernrohre adjustiert oder aber es ist auf der Mattscheibe der Kamera eine feine Einstellinie, zumeist die Hauptgerade, sowie der Horizont des Instrumentes, also das photogrammmetrische Achsenkreuz, eingeritzt. Man ist sonach imstande, mit Hilfe der dem Instrumente beigegebenen Limbusteilung genau jene Winkel zu messen, welche die optische Achse des Instrumentes im Momente des Photographierens mit der Standlinie einschließt. Es wären dies beispielsweise in Fig. 238 die Winkel $O_1'O'P'$ und $O'O_1'P'$ die sogenannten Bildwinkel. Mit ihrer Hilfe läßt sich dann die Lage der optischen Achsen ohne weiteres auf das Papier übertragen.

Für die Konstruktion notwendig und wesentlich auf dieselbe Einfluß nehmend ist die Bildweite. Ihre Ermittlung kann auf analytischem und graphischem Wege erfolgen. Bei den neueren photogrammetrischen Instrumenten bildet die Kamera ein starres Ganze im Gegensatze zu den gewöhnlichen photographischen Apparaten, bei welchen die Kamera in Art einer Harmonika auszieh- oder zusammendrückbar ist. Die Bildweite bildet somit bei solchen Instrumenten eine gewisse konstante Größe, die in der Regel schon vom Mechaniker angegeben wird.

Allein auch bei solchen Apparaten kann von einer konstanten Bildweite in strengem Sinne des Wortes deshalb nicht die Rede sein, weil dieselbe unter allen Umständen durch den sogenannten Kassettenfehler beeinflußt wird. Die einzelnen Kassetten können nämlich schwer derart genau hergestellt werden, daß in jeder Kassette jede Trockenplatte beziehungsweise die lichtempfindliche Schichte derselben genau in eine und dieselbe Ebene, in die Bildebene, zu liegen kommt. Es empfiehlt sich deshalb, wenn nicht schon für jede Aufnahme, so doch für jede Kassette, die Bildweite genau zu ermitteln. Auch diesfalls kann es hier nicht Aufgabe sein, die reich entwickelte Theorie der Bildweitenbestimmungen zu verfolgen, es mag vielmehr nur die einfachste und dabei doch sehr anwendbare graphische Ermittlung zur Darstellung gebracht werden.

Von dem angenommenen Standpunkte O aus (Fig. 241, Taf. 24) messe man die Winkel zwischen drei oder, der besseren Kontrole wegen, zwischen vier scharf ausgeprägten und auf der Photographie er-

scheinenden Terrainpunkten *B*, *C*, *D* und *E*. Mit Hilfe der notierten Winkelablesung α_1, α_2 und α_3 und der aus der Photographie zu entnehmenden Ordinaten *Ab*, *Ac*, *Ad* und *Ae* wäre man imstande, die Bildweite *f* analytisch zu bestimmen. Graphisch geschieht dies einfach dadurch, daß man die auf den Horizont der Photographie bezogene und auf der Bildgeraden aufscheinende Punktreihe *b*, *c*, *A'*, *d* und *e* genau auf einen Papierstreifen überträgt und denselben derart in das auf dem Zeichenblatte aufgetragene Strahlenbüschel *O'B*, *O'C*, *O'D* und *O'E* hineinzulegen sucht, daß der Punkt *b* in den Strahl *O'B*, *c*, *d* und *e* in jenen *O'C* beziehungsweise *O'D* und *O'E* zu liegen kommen. In dem Momente, in welchem jeder der vier Punkte *b*, *c*, *d* und *e* in seinen ihm zugehörigen Strahl fällt, in diesem Momente entspricht die Lage des Papierstreifens der Lage der Bildgeraden. Der senkrechte Abstand des Punktes *O'* von dieser Bildgeraden ist der gesuchten Bildweite gleich.

Der Ermittlung des photogrammetrischen Achsenkreuzes möge eine ganz kurze Besprechung der photogrammetrischen Instrumente vorausgeschickt sein.

Jeder mit richtig zeichnender Linse versehene photographische Apparat kann zu gewissen photogrammetrischen Aufnahmen verwendet werden.

Ist das aufzunehmende Objekt so beschaffen, daß es möglich wird, aus der Photographie die nötigen Bestimmungsstücke herauszukonstruieren, so braucht man am Apparate keinerlei Markierungen oder Bestimmungen vorzunehmen. Man benutzt hierzu Gebäude oder fügt dem Objekt einen Gegenstand bei, z. B. ein horizontal liegendes Quadrat, welches die perspektivischen Elemente hinreichend bestimmt. Ist man in der Lage, die Platte parallel zum Objekte zu stellen, z. B. zu einer Gebäudefassade, so bedarf man nur einer bekannten Länge am Objekte, um das Verjüngungsmaß des ganzen Planes bestimmen zu können.

Wird von zwei Standpunkten aus gearbeitet, so bestimmt man sich, wie dies bereits gezeigt wurde, für die Bildweite unter Zuhilfenahme von Winkelmessungen die Lage dreier oder mehrerer Punkte pro Platte von jedem Standpunkte aus, wozu die Verwendung von Meßinstrumenten notwendig ist.

Soll aber ohne Zuhilfenahme von anderen Behelfen gearbeitet werden, so muß der Apparat zum Winkelmessen eingerichtet und es muß weiters, um die nötigen Konstruktionen bewerkstelligen zu können, auf dem photographischen Bilde das photogrammetrische Achsen-

kreuz gegeben sein. In letzterer Hinsicht muß der Apparat die nötigen Vorrichtungen, sei es in Form von gespannten Fäden oder sei es von an den Kassettenrändern angebrachten und im Bilde kenntlichen Marken (Fähnchen) *M*, Fig. 242 auf Taf. 24, besitzen.

Selbstverständlich muß die Horizontalstellung des Apparates beziehungsweise die Vertikalstellung der Bildebene möglich sein.

Der photogrammetrische Apparat muß somit photographische Kamera und geodätisches Instrument zugleich sein. Die in vorstehender Weise adaptierten Apparate bilden den Übergang zu den eigentlichen photogrammetrischen Instrumenten.

Aus den Figuren 242 und 243 auf Taf. 24 ist die Adaptierung teilweise ersichtlich.

Instrumente, welche nur zu photogrammetrischen Aufnahmen bestimmt sind, heißen Photogrammeter. Sie sind ganz aus Metall hergestellt, besitzen einen Horizontalkreis mit entsprechender Teilung und zwei diametralen Nonien. Das Objektiv ist in einem Metallschlitten mittels Trieb- und Zahnstange stark nach auf- und abwärts verschiebbar und auch mit Millimeterteilung und Nonius versehen. Ein Libellensystem gestattet ein genaues Horizontieren des Instrumentes. Die Einrichtung zur Aufnahme der Horizontal- und Vertikalmarken, welche in der Form eines Zentimeterrahmens konstruiert ist, ist hier in ganz präziser Weise ausgeführt.

Instrumente, die alle jene Eigenschaften des Photogrammeters vereinen, welche durch die Erfahrungen für notwendig und praktisch befunden wurden, sind die Phototheodolite.

Der in der mechanischen Werkstätte der photographischen Hofmanufaktur Wilhelm Müller (R. Lechner), Wien I., Graben, sorgfältigst gebaute Phototheodolit nach Vinzenz Pollak, Fig. 244 und 245 auf Taf. 25, besteht aus einer photographischen Kamera mit konstanter Brennweite für die Plattengröße 18/24 und einem damit verbundenen Theodoliten. Die über einem Horizontalkreis montierte Kamera ist mit einem in einem Schlitten verschiebbaren Objektive (Anastigmat 1 : 18 Zeiß mit 212 *mm*) versehen. Die Schlittenführung gestattet eine Verschiebung des Objektives mittels Trieb- und Zahnstange sowohl nach auf- als auch nach abwärts um 50 *mm* und ist an derselben eine Millimeterteilung und ein Nonius angebracht. Rückwärts an der Mattscheibe befindet sich ein nach allen vier Richtungen korrigierbares Okular mit Fadenkreuz und im Innern der Kamera ein genau in Zentimeter geteilter Rahmen, welcher mitphotographiert wird. Durch letzteren, an welchem die empfindliche Platte anzuliegen

kommt, bleibt die Entfernung der Platte vom Objektiv stets genau dieselbe. Seitlich der Kamera ist ein durch Gegengewicht equillibriertes Fernrohr mit Aufsatzlibelle an dem Fernrohrträger angebracht, welches durchschlagbar und dessen Fadenkreuz auch zum Distanzmessen eingerichtet ist. Damit in Verbindung steht ein Vertikalbogen mit Nonius, so daß mit dem Instrumente nicht bloß photogrammetrische Aufnahmen, sondern auch Nivellements, Horizontalwinkel- und Distanzmessungen (tachymetrische Aufnahmen) durchgeführt werden können. Um das Gewicht des Gegengewichtes möglichst herabzumindern, wurde letzteres in einer verjüngten Dimension, dafür aber auf einer Führungsstange ausziehbar, montiert.

Die Bestimmung des Achsenkreuzes, welche noch zu erörtern ist, und die Rektifikation des Instrumentes können in der folgenden Weise vorgenommen werden:

Ein zur Verfügung stehendes Nivellierinstrument wird mit dem Photogrammeter, dessen Objektiv vorher auf 0 eingestellt wurde und dessen Bildebene gleichzeitig vertikal steht, derart in gleiche Höhe gebracht, daß die optischen Achsen beider horizontal gestellten Instrumente annähernd in eine horizontale Ebene zu liegen kommen, daß also der Horizontalfaden des Nivellierinstrumentes vorerst genau mit dem Nullpunkte der Objektivskala des Photogrammeters koinzidiert. In dieser Stellung müssen der Mittelpunkt des Fadenkreuzes im Fernrohre des Nivellierinstrumentes mit dem optischen Mittelpunkte des photographischen Objektives in eine horizontale Gerade gebracht werden können, welche Gerade gleichzeitig die optische Achse beider Instrumente bildet und auf welche auch die Bildhorizontale senkrecht stehen muß.

Damit dies möglich werde, muß in erster Linie der optische Mittelpunkt des Objektives auch tatsächlich mit dem Nullpunkte der Objektivskala in einer horizontalen Ebene liegen. Bei kleinster Blendenöffnung läßt sich dies durch Anvisieren des Objektives mit dem Fernrohre hinreichend genau beurteilen. Im Falle des Nichtzutreffens kann man dieser Bedingung innerhalb einer gewissen Grenze, ohne Beihilfe des Mechanikers, durch Verschieben der Objektivskala leicht gerecht werden. Die lotrechte Stellung der Bildebene, dann die senkrechte Stellung der Bildhorizontalen zur gedachten gemeinsamen optischen Achse beider Instrumente können mit Hilfe einer sehr hellen und deutlich geteilten Latte leicht geprüft werden.

Wird diese Latte in die Verlängerung der vermeintlichen

gemeinsamen optischen Achse des Nivellierinstrumentes und des Photogrammeters, und zwar auf die dem Objektive des letzteren entgegengesetzte Seite gestellt, so daß sich also das Nivellierinstrument zwischen dem Photogrammeter und der lotrecht stehenden Latte befindet, so wird sich die letztere auf der Mattscheibe deutlich abbilden. Es müssen nun nicht nur die Ablesungen bei Anvisierung der Latte und ihres Bildes die gleichen sein, es muß auch das Bild genau in jene lotrechte Ebene fallen, welche durch die gemeinsame optische Achse der beiden Instrumente gelegt gedacht wird. Wäre das erstere nicht der Fall, so stünde die Bildebene nicht lotrecht; träfe das letztere nicht zu, so wäre die Bildhorizontale nicht senkrecht zur vermeintlichen optischen Achse, das heißt die beiden optischen Achsen würden nicht in einer und derselben horizontalen Geraden liegen.

Der ersten Bedingung müßte unbedingt, und zwar am besten durch den Mechaniker Rechnung getragen werden. Die zweite Bedingung ist, wie aus dem Folgenden zu entnehmen, nicht unerläßlich, doch muß dann die optische Achse des Photogrammeters für sich allein fixiert werden.

Es handelt sich zunächst weiters darum, die vier Fähnchen, die das photogrammetrische Achsenkreuz markieren sollen, in die entsprechenden Lagen zu bringen.

Die beiden Horizontalfähnchen müssen im photogrammetrischen Horizonte, die beiden Vertikalfähnchen in der Hauptgeraden liegen. Das Zutreffen dieser Bedingung kann wieder mit Hilfe des Fadenkreuzes des Nivellierinstrumentes geprüft werden beziehungsweise es können die korrigierbaren Fähnchen in die gewünschte Lage gebracht werden. Übrigens ist diese richtige Fähnchenlage nicht unerläßlich; denn es kann im Falle eines fixen Fähnchenrahmens, wie dies bei älteren Instrumenten der Fall ist, der Abstand des wahren Achsenkreuzes von den vier fixen Fähnchen ein- für allemal ermittelt werden.

Bei jener Stellung der beiden Instrumente, bei welcher das Zusammenfallen der beiden optischen Achsen eintrifft, müssen die Horizontalfähnchen mit dem Horizontal-, die Vertikalfähnchen mit dem Vertikalfaden des Nivellierinstrumentes zusammenfallen. Im Falle des Nichtzutreffens können sie ohne weiteres durch Korrektur in die richtige Lage gebracht werden. Könnte infolge der Stellung der Bildebene von einer gemeinsamen Achse nicht die Rede sein, so können die Vertikalfähnchen, sollen sie die Hauptgerade mar-

kieren, nach dem Vertikalfaden des Fernrohres nicht korrigiert werden.

Die Bestimmung der Hauptgeraden und gleichzeitig mit ihr die Bestimmung des Horizontes und auch der Bildweite könnte dann in der folgenden einfachen Weise vorgenommen werden.

Von dem Standpunkte O aus (Fig. 246 auf Taf. 25) werden eine Gerade $OM = d$ und auf ihr senkrecht nach B und C hin die zwei gleichen Geraden $MB = MC = c$ auf dem Felde ausgesteckt und signalisiert. Wird der photogrammetrische Apparat in O aufgestellt und wird mit der Hauptgeraden der Mattscheibe auf den Punkt M visiert, sodann die Situation photographisch aufgenommen, so müssen in der Photographie die Bilder E und F der Punkte B und C die gleichen auf den Augpunkt beziehungsweise auf den Grundriß A' desselben bezogenen Ordinaten haben, das heißt es müssen in Fig. 246 auf der Geraden EF, welche die dem Positive entsprechende Bildgerade darstellt und welche auf OM senkrecht steht, die Abschnitte $A'E$ und $A'F$ einander gleich sein.

Wäre diese Bedingung nicht erfüllt, so würde die Hauptgerade der Mattscheibe nicht der tatsächlichen Hauptgeraden des Instrumentes entsprechen können.

Nimmt man beispielsweise an, es sei in Fig. 247 auf Taf. 25 die vom Objektive aus betrachtete Mattscheibe dargestellt und es seien auf derselben in A_1 der falsche und in A der richtige Augpunkt bezeichnet.

Wird unter dieser Voraussetzung der gewisse signalisierte Punkt M in Fig. 248 auf Taf. 25 mit der falschen durch A_1 gehenden Hauptgeraden anvisiert, so wird jetzt die dem Negativ entsprechende Bildgerade mn nicht mehr senkrecht auf $O'M$ stehen, sondern in der in Fig. 248 angegebenen Weise gegen dieselbe geneigt erscheinen. Die Abstände $A_1 E_1$ und $A_1 F_1$ werden nicht mehr einander gleich sein. Dic wahre optische Achse des Instrumentes wird durch den wahren Augpunkt A gehen und senkrecht auf der Bildgeraden $E_1 F_1$ stehen. Für das Positiv gilt das gleiche Verhältnis, nur hat man sich die Bildgerade P, analog wie in Fig. 246, in der Entfernung f vor das Objektiv gelegt zu denken.

Haben also die Bilder der signalisierten Punkte B und C ungleiche Ordinaten $A_1 E$ und $A_1 F$ beziehungsweise $A_1 E_1$ und $A_1 F_1$, so ist der Beweis dafür erbracht, daß die Hauptgerade der Mattscheibe nicht der wirklichen Hauptgeraden des Instrumentes entspricht. In diesem letzteren Falle kann man aber die wahre

Hauptgerade beziehungsweise die Entfernung AA_1 (Fig. 248) wie folgt ermitteln.

Aus den bekannten, der Photographie zu entnehmenden Stücken $A_1E = a$, $A_1F = b$, dann mit Hilfe der gemessenen Längen $O'M = d$ und $MB = c$ läßt sich das Stück $MM_1 = \varrho$ ohne weiteres rechnerisch ermitteln.

Man findet nach kurzer Ableitung

$$\varrho = \frac{b-a}{b+a} \cdot \frac{d^2}{c}$$

Wird der $\sphericalangle\, AO'A_1$ mit w bezeichnet, so ergibt sich aus der Figur

$$tg\, w = \frac{\varrho}{d}$$

und daher

$$AA_1 = f \cdot tg\, w = f \cdot \frac{\varrho}{d} \text{ oder } = f \cdot \frac{b-a}{b+a} \cdot \frac{d}{c}.$$

Wie aus Fig. 248 zu ersehen ist, wäre das Stück AA_1 auf dem photographischen Bilde vom falschen Augpunkte A_1 aus immer auf jene Seite aufgetragen, auf welcher der kürzere Abschnitt A_1E beziehungsweise A_1E_1 gelegen ist.

Um der analytischen Ermittlung des wahren Augpunktes wenigstens teilweise auszuweichen, könnte man in folgender Weise vorgehen. Man trägt sich das berechnete Stück ϱ auf der Geraden MB (Fig. 248) von M aus nach M_1 auf und signalisiert den Punkt M_1. Mit der falschen Hauptgeraden wird nun auf M eingestellt und die Situation photographiert. Auf diese Weise erhält man in dem Bilde von M_1, das ist im Grundrisse für das Positiv P und für das Negativ N den Punkt A, einen Punkt, durch welchen die wahre Hauptgerade gehen muß.

Trägt man aber das Stück ϱ gegen M_2 hin auf und signalisiert man den Punkt M_2, so ließe sich auch wie folgt vorgehen: Man wendet die Kamera so lange, bis die falsche Hauptgerade den Punkt M_2 trifft und photographiert nun die Situation. In dieser Stellung des Instrumentes erhält man im Bilde M einen Punkt, durch welchen die wahre Hauptgerade gehen muß.

Man könnte nun nach dem gefundenen Resultate die die Hauptgerade markierenden Fähnchen (Marken) des Instrumentes korrigieren oder aber man würde ein für allemal wissen, wie weit diese Fähnchen von der wahren Hauptgeraden abstehen und

wäre so stets imstande, diese letztere selbst auf jedem Bilde zu ermitteln.

Werden die Fähnchen des Instrumentes korrigiert, so ist auch darauf zu sehen, daß die Hauptgerade der Mattscheibe genau mit den Fähnchen übereinstimmen.

Durch Einschieben der Mattscheibe und Anpressen der Fähnchen an dieselbe kann das Zutreffen dieser Bedingung geprüft und können etwaige Berichtigungen innerhalb einer gewissen Grenze durch Bewegungen der Scheibe in ihrem Rahmen vorgenommen werden.

Mit der vorbeschriebenen Prüfung und Rektifikation des Instrumentes läßt sich gleichzeitig die Horizont- und Bildweitenermittlung verbinden. Werden nämlich in den Punkten B und C (Fig. 246 und 248) Nivellierlatten mit Scheiben aufgestellt und die letzteren mit Hilfe eines Nivellierinstrumentes mit dem Photogrammeter in gleiche Höhe gebracht, so gibt die Verbindungslinie der beiden photographierten Scheiben den Horizont des Instrumentes an.

In dem in Fig. 246 dargestellten Falle läßt sich die Bildweite f ohne weiteres ausdrücken durch

$$f = \frac{a \, . \, d}{c}.$$

In dem in Fig. 248 dargestellten Falle aber ließe sich die Bildweite, allerdings etwas umständlicher, aus der folgenden Formel berechnen:

$$f = \frac{2 \, . \, a \, . \, b \, . \, (a + b) \, c \, . \, d}{c^2 \, (a + b)^2 + (b - a)^2 \, d^2}.$$

Außer den bekannten Werten c und d bedeuten auch hier a und b die Stücke $A_1 E$ beziehungsweise $A_1 F$ (Fig. 248).

Der allgemeine Vorgang bei photogrammetrischen Aufnahmen ist nun der folgende:

Vorausgeschickt muß werden, daß es sich hier nur um Terrainaufnahmen handelt, daher die Art der Aufnahme von Bauwerken nicht berücksichtigt werden soll.

Von einer bestimmten, nicht zu kurzen Standlinie ausgehend, verfährt man wie bei Triangulierungen. Im Wesen der ganzen Methode ist es gelegen, das man von Höhenpunkten aus die besten Resultate erhält. Von der in der Ebene bestimmten Basis wird man womöglich einige auf Höhen errichtete Signale bestimmen, über denen späterhin das Instrument aufgestellt werden soll. Überall,

wo man eine Aufnahme gemacht hat, muß man den Standpunkt sorgfältig einloten und ein Signal aufstellen.

Sind hochgelegene Standpunkte nicht gegeben, so ist die Sache allerdings schwieriger. In solchen Fällen benutze man größere Bodenerhebungen oder richte, wenn nötig, selbst Gerüste auf.

Im Walde stellen sich dem Verfahren größere Hindernisse entgegen. Hier wird das Signalisieren mit gut sichtbaren und voneinander deutlich unterscheidbaren Scheiben zur Notwendigkeit.

Auf den Endpunkten der einzelnen Standlinien ist das Verfahren das folgende:

1. Zentrieren des Instrumentes mit dem optischen Mittelpunkte des Objektives über dem Standpunkte. Hierbei ist zu bemerken, daß infolge der Bewegung mit der Kamera allerdings während der Beobachtung eine Exzentrizität des Instrumentes eintritt; dieselbe ist jedoch, weil minimal, nicht ausschlaggebend. Der optische Mittelpunkt des Objektives ist durch die Objektivblende markiert.

2. Einstellung des Objektives auf Null und Horizontalstellung des Instrumentes; Notierung der Instrumentenhöhe.

3. Einstellung der Hauptgeraden der Mattscheibe oder falls ein Fernrohr vorhanden, mit diesem auf den zweiten signalisierten Standpunkt und Notierung der Limbusablesung.

4. Beurteilung des gewünschten Bildes mit Hilfe der Mattscheibe, eventuell Verschieben des Objektives nach auf- oder abwärts und Notierung der Ablesung an der Objektivskala.

5. Einstellung der Hauptgeraden der Mattscheibe oder des Fernrohres auf einen markanten Terrainpunkt innerhalb des gewünschten Gesichtsfeldes, Festklemmen der Alhidade und Notierung der Ablesung am Limbus, des sogenannten Bildwinkels.

6. Vorsichtiges Einschieben der Kassetten und photographische Aufnahme des Objektes bei unverrücktem Instrumente.

7. Ausziehen der Kassetten, Einschieben der Mattscheibe und Kontrole, ob die Hauptgerade oder das Fernrohr bei gleichem Bildwinkel noch den anvisierten markanten Terrainpunkt trifft, ob sich also das Instrument noch in gleicher Stellung wie vor dem Photographieren befindet oder nicht.

8. Messen mehrerer Winkel behufs Bestimmung der Bildweite und Kontrole durch Schlußeinstellung auf den Bildwinkel oder auf den zweiten Standpunkt.

9. Wiederholen des Verfahrens am zweiten Standpunkte.

Fig. 3

P P β γ α b a r

Fig. 4

1m 1m b

Fig. 7

West

30cm H

Drainröhre.

1/20

Fig. 8.

roth

weiss

1/50

H

Fig. 10.

Fig. 11.

40-50 cm

Fig. 12.

4 cm

20-25 cm

Fig. 13

20 cm roth

20 cm weiss

Lith. Anst. v. Th. Bannwarth, Wien.

icke in Wien und Leipzig.

Verlag von Franz Deuticke in Leipzig und Wien.

...L, Prof. Dr. Ferd., Geologie. Mit 266 Figuren im Text. 1906. Preis M. 11.60.
...CHET, dipl. For. Doz. Julius, Waldwegebaukunde.
. Band: Das Trassieren und die Projektsverfassung. Preis M. 7.50.
...CHET, dipl. For. Doz. Julius, Bau und Betrieb der Rieswege. Preis M. 2.—.
...H, Doz. Dr. L., Leitfaden für die mineralogisch-geologischen Grundlagen der Bodenkunde. Mit ... Figuren. Preis M. 4.—.
...MINERALKOHLEN ÖSTERREICHS. Herausgegeben vom Komitee des allgemeinen Bergmannstages. Wien 1903. Mit zahlreichen Abbildungen und Tafeln sowie 12 Kartenbeilagen in besonderer Mappe. Preis geb. M. 25.—.
...L, Doz. Dr. J. W., Geographische Namenkunde. Methodische Anwendung der namenkundlichen Grundsätze auf das allgemeiner zugängliche Namenmaterial. 1906. Preis M. 5.—.
...IAN, Prof. J., Berechnung der Leistung und des Dampfverbrauches der Zweizylinderdampfmaschinen mit zweistufiger Expansion (Zweifach-Expansionsdampfmaschinen, Verbundmaschinen, Compoundmaschinen, Tandemmaschinen, Woolfreceivermaschinen, Woolf-Compoundmaschinen). Mit 14 Figuren und 48 Tabellen. Preis M. 6.—.
...HAN, Prof. J., Leitfaden des Maschinenbaues für Vorträge sowie zum Selbststudium für angehende Techniker, Maschinenzeichner, Konstrukteure und technische Beamte industrieller Etablissements.

Erste Abteilung: Maschinen zur Ortsveränderung. Pressen und Akkumulatoren. Vierte, verbesserte und vermehrte Auflage. Mit 125 Figuren im Text und 35 Figurentafeln. Preis M. 9.—.

Zweite Abteilung: Motoren. Dritte, verbesserte und vermehrte Auflage. Mit 356 in den Text gedruckten Holzschnitten und 74 Figurentafeln. Preis M. 14.—.

Dritte Abteilung: Werkzeugmaschinen und Transmissionen. Zweite, verbesserte und vermehrte Auflage. Mit 21 Figuren im Text und 41 Figurentafeln. Preis M. 9.—.

...LACK, Bauinspektor Doz. V., Über Erfahrungen im Lawinenverbau in Österreich. 1906. Preis M. 5.—.
...SPICHAL, Prof. Ed., Flora des österreichischen Küstenlandes. Mit 25 Tabellen und einer Karte des österreichischen Küstenlandes. 2 Bände in 3 Teilen. Preis M. 24.—.
...OKOP, Prof. Aug., Hochbau (Konstruktions- und Gebäudelehre). Herausgegeben vom Vereine „Der Baukonstrukteur“ an der k. k. Technischen Hochschule in Wien unter der Leitung des Konstrukteurs der Lehrkanzel für Hochbau Ing. Hermann Daub. Preis geb. M. 52.—.
...DL, Art.-Ing. Eugen, Elemente der Organisation und Administration industrieller Unternehmungen. Als Leitfaden für Studierende, Betriebstechniker und Fabrikanten auf Basis der gesetzlichen Bestimmungen, der Fachliteratur und praktischen Erfahrung zusammengestellt. Preis M. [illegible].
...CHS, Doz. Dr. Arthur, Die Erze, ihre Lagerstätten und ... Verwertung für Studierende an Universitäten, techn. Hochschulen und Bergakademien. 1906. Preis M. 2.—.
...HMID, Prof. H., Die modernen Marmore und Alabaster. Deren Entstehung, Entstehung, Eigenschaften und Verwendung, nebst einer Übersicht der wichtigsten Marmorsorten. Preis M. [illegible].
...HMIDT, Prof. Dr. Wilh., Astronomische Erdkunde. 1906. Preis M. [illegible].
...HOEN, Joh. G., Anleitung für die Manipulationen bei den barometrischen Höhenmessungen mit besonderer Rücksicht auf Trassierungen von Bahnstrecken. 1907. M. 1.—.
...HURTZ, Dr. Heinrich, Völkerkunde. Mit 34 Abbildungen im Text. 1903. Preis M. [illegible].
...RINGER, A., Maschinelle Holzbearbeitung in gewerblichen Betrieben. Mit [illegible] Abbildungen. Preis M. 2.80.
...PLA, Prof. Th., Grundriss der niederen Geodäsie. I. Methoden und Diagramme ... lehre). Mit 9 lithographischen Tafeln. Preis M. [illegible]. III. Kartierung. Mit [illegible] Tafeln. 1906. Preis M. 3.5..
...TMAJER, Prof. L. v., Die angewandte Elastizitäts- und Festigkeitslehre. Auf Grund der Erfahrung bearbeitet. Dritte, umgearbeitete Auflage. Mit [illegible] Abbildungen im Text [illegible] ...05. M. 16.—.
...MAJER, Prof. L. v., Die Gesetze der Knickungs- und der zusammengesetzten Druckfestigkeit der technisch wichtigsten Baustoffe. Dritte, vermehrte und [illegible] Auflage. Preis M. [illegible].
...ABERT, Prof. Dr. Wilh., Meteorologie und Klimatologie. Mit [illegible] Figuren. [illegible] Preis M. [illegible].
...ARDOWSKI, Dr. J. v., Statistische Daten über Österreich. Mit einem Anhang [illegible]. Aus amtlichen Quellen zusammengestellt. Preis geb. M. 2.5..
...TAL, Prof. Arthur, Die Kartenentwurfslehre. Preis M. 4.2..
...TAL, Prof. A., und BIDSCHOF, Dr. F. [illegible] Preis geb. M. [illegible].
...AHNER, Prof. Dr. F., Das [illegible] Mit 96 Abbildungen, [illegible] Preis M. [illegible].
...EISS, Artur, Terrainlehre und Terrainaufnahme. [illegible] Zweite, vermehrte und verbesserte Auflage. 1907. Preis M. 7.—.
...ETTSTEIN, Prof. Dr. R. v., Handbuch der systematischen Botanik.

I. Band. Mit 7?2 Figuren in 128 Abbildungen. [illegible] Preis M. [illegible].

II. Band. I. Teil. Mit [illegible] Figuren in [illegible] Abbildungen und einer Farbentafel. [illegible] M. [illegible].

II. Band. II. Teil. 1. Hälfte. Mit [illegible] Figuren in [illegible] Abbildungen. [illegible] Preis M. [illegible].

...ETTSTEIN, Prof. Dr. R. v., [illegible] Mit [illegible] Tafeln in Lichtdruck, 4 farbigen Tafeln und 6 [illegible]. Preis in Mappe M. [illegible].
...IMMENAUER, Prof. Dr. Karl, Grundriss der Waldwertrechnung und forstlichen Statik nebst einer Aufgabensammlung. Mit einer Karte. Preis M. [illegible].
...IMMENAUER, Prof. Dr. Karl, Grundriss der Waldwertrechnung nebst einer Aufgabensammlung und neuen Hilfstafeln zur Ertragsberechnung. Preis M. [illegible].
...KLER, Prof. K., Lehrbuch der allgemeinen [illegible] für die Studierenden der [illegible] technischen Hochschulen und Lehranstalten. 1. Band. [illegible] Preis M. [illegible].
...IPSER, Prof. Julius Adam, [illegible] und Maschinen [illegible] und Zeugdruckerei. Ein Leitfaden für den [illegible] Hochschulen sowie zum Selbstunterricht. Mit einem Atlas enthaltend [illegible] auf 12 Tafeln. Preis M. [illegible].

Druck von Rudolf M. Rohrer in Brünn.

To be acc'd when bound! J.T.

GRUNDZÜGE

DER

NIEDEREN GEODÄSIE

VON

THEODOR TAPLA,
PROFESSOR AN DER K. K. HOCHSCHULE FÜR BODENKULTUR IN WIEN.

III.

KARTIERUNG.

MIT 14 LITHOGRAPHIERTEN TAFELN.

LEIPZIG UND WIEN.
FRANZ DEUTICKE.
1906.

Verlags-Nr. 1138.

GRUNDZÜGE

DER

NIEDEREN GEODÄSIE

Berichtigungen.

Auf Seite 58 (Fußnote) soll es heißen:

Zeile 2: „erfolgt vielfach durch Rayon und Maß.“

Zeile 3: „Die Strahlenlängen werden optisch, z. B. nach der Friedrichschen Methode . . . .“

Auf Seite 64, Zeile 5, soll es heißen: „in der Gegend von Wien“ statt „in unseren Gegenden“.

Auf Seite 73, Absatz 3, ist anstatt $75\sqrt{n+1}''$ zu setzen $75\sqrt{n+2}''$.

Auf Seite 74, Zeile 10, entspricht der Wert $0{\cdot}0006[s] + 0{\cdot}02\sqrt{[s]}$ der Katastralinstruktion vom Jahre 1896. Laut Instruktion vom Jahre 1904 gilt der Wert $0{\cdot}012\sqrt{[s]} + 0{\cdot}06$.

LEIPZIG UND WIEN.
FRANZ DEUTICKE.
1906.

E. L.

Verlags-Nr. 1138.

Druck von Rudolf M. Rohrer in Brünn.

Vorwort.

Die vom Verfasser im Jahre 1895 veröffentlichten „Geodätischen Konstruktionen und Berechnungen", welche besonders im „Geodätischen Praktikum" an der k. k. Hochschule für Bodenkultur Verwendung finden, sind vergriffen.

Dies ist der Hauptgrund, daß der III. Teil der „Grundzüge der niederen Geodäsie" (Kartierung) schon jetzt, d. h. vor dem II. Teile (Lehre von den Feldapparaten und Feldoperationen) erscheint.

Der III. Teil der „Grundzüge der niederen Geodäsie" stellt nämlich eine neue Auflage der „Geodätischen Konstruktionen und Berechnungen" dar — allerdings in wesentlich veränderter und erweiterter Form.

Erfahrungen im Konstruktionssaale und Winke aus Fachkreisen lassen diese Form gerechtfertigt erscheinen.

Möge die neue Arbeit dieselbe freundliche Aufnahme finden wie ihre Vorgängerin.

WIEN, im September 1905.

Theodor Tapla.

Inhaltsverzeichnis.

Einleitung.

Bekanntlich existieren zwei Methoden graphische Aufnahmen herzustellen: die direkte und die indirekte. Die erstere wird mit dem Meßtische durchgeführt, die zweite, indem man die am Felde gewonnenen Daten (Längen, Winkel und magnetische Richtungen) zu Hause aufträgt. Die beiden Methoden können auch kombiniert werden.

Die direkte Methode, welche früher sehr beliebt war, ist gegenwärtig seltener in Verwendung. Die Arbeiten mit dem Meßtische sind schwerfällig, verlangen ausgesprochen gutes Wetter und sind mit einem gefährlichen Papiereingang behaftet. Alles das fällt bei indirekten Kartierungen weg. Die Meßtischaufnahmen liefern ferner nur ein einziges Original, während man mit Hilfe kotierter Skizzen, welche die Grundlage der indirekten Kartierung bilden, zu jeder Zeit neue Pläne konstruieren kann, welche den Charakter von Originalaufnahmen tragen und in jedem beliebigen Maßstabe hergestellt werden können.

Das Vorhandensein kotierter Skizzen ermöglicht ferner die Durchführung von Flächenbestimmungen, Grenzregulierungen, Flächenteilungen auf Grund von Maßzahlen, welcher Umstand gleichfalls als ein großer, mit der indirekten Kartierung verbundener Vorteil betrachtet werden kann. Endlich sind die für die indirekte Kartierung hergestellten kotierten Skizzen die denkbar besten Grenzsicherungen. So ist es denn begreiflich, daß die Herstellung graphischer Elaborate auf Grund von kotierten Skizzen, also die indirekte Kartierung, immer mehr an Boden gewinnt, wenn sie auch im allgemeinen mehr Zeit und Mühe fordert wie die direkte Kartierung, weil neben den Feldarbeiten noch Hausarbeiten ausgeführt werden müssen.

Die indirekte Kartierung kann, wie dies schon in der Dispositionslehre auf pag. 6 angedeutet erscheint, in mehrfacher Weise erfolgen, und zwar:

1. mit Hilfe gewöhnlicher Zeichenrequisiten,

2. mit Hilfe besonderer Apparate und Behelfe und

3. indem man die rechtwinkeligen Koordinaten der aufzutragenden Punkte berechnet und diese Punkte dann ganz unabhängig voneinander mit Hilfe gewöhnlicher Zeichenrequisiten aufträgt.

Die erwähnten Methoden können auch kombiniert werden.

Bevor nun auf das Kartieren selbst eingegangen wird, sollen die wichtigsten hiezu notwendigen Hilfsmittel besprochen und, da das Kartieren vielfach mit sogenannten Ausgleichungen verbunden ist, auch das Wesentlichste hierüber gesagt werden.

Die gewöhnlichen Zeichenrequisiten.

Die gewöhnlichen Zeichenrequisiten sind heutzutage wohl allgemein bekannt. Von einigen muß hier jedoch trotzdem gesprochen werden, weil geodätische Konstruktionen eine ganz besondere Schärfe und daher auch sehr exakt gearbeitete Behelfe bedingen. Es sind dies:

1. Der Bleistift.

Derselbe soll sehr hart und überaus fein gespitzt sein. Empfehlenswert ist eine sehr lange, kegelförmige Spitze, die man am besten mit einer Eisenfeile oder einem Reibstein herstellt.

2. Lineal, Reißschiene.

Bei diesen muß geprüft werden, ob die Ziehkante eine gerade Linie ist. Die Art der Prüfung hängt vom Profile des Lineals respektive der Reißschiene ab. Hat das Profil die aus Fig. 1, Taf. 1, ersichtliche Form, so zieht man längs der Ziehkante *z* mit zur Zeichenfläche normal gehaltenem Bleistifte eine Linie, dreht das Lineal — ohne es vom Papier abzuheben — um 180° und legt die Ziehkante an die Endpunkte der vorhin gezogenen Linie. Ist die Ziehkante gerade, so wird sie der ganzen Länge nach mit der gezogenen Linie stimmen. Im Gegenfalle muß sie frisch zugehobelt oder „abgerichtet“ werden.

Ist das Profil des Lineals ein Rechteck (Fig. 2, Taf. 1), so kann die Prüfung entweder ebenso vorgenommen werden oder es wird wie früher nach der Kante *a* eine Linie gezogen, das Lineal hierauf umgekehrt, d. h. mit der oberen Ebene auf die Zeichenfläche gelegt und die Kante *b* an die gezogene Linie geschoben.

Stimmen Kante und Linie, so ist das Lineal in Ordnung, im Gegenfalle ist eine Korrektur notwendig. Die eben besprochene Prüfungsmethode setzt voraus, daß die Kanten *a* und *b* kongruent sind und genau übereinander liegen, was wohl im Hinblicke auf die Herstellungsart der Lineale stets behauptet werden kann.

3. Das Dreieck.

Dasselbe ist zunächst auf die Richtigkeit der Ziehkanten und dann auf die Richtigkeit des rechten Winkels zu untersuchen.

Sobald das Dreieck aus rechteckig profilierten Teilen besteht, was zumeist der Fall ist, wird die letztere Prüfung in der aus Fig. 3, Taf. 1, ersichtlichen Weise durchgeführt.

Man legt das Dreieck *abc* mit *ab* an ein Lineal an und zieht nach *bc* eine Gerade. Dann wird das Dreieck in die Stellung *a'bc* gebracht und nachgesehen, ob die Kante *bc* mit der gezogenen Linie stimmt. Im Gegenfalle ist das Dreieck schlecht.

Hat das Dreieck abgeschrägte („abgefaste") Kanten (Fig. 4, Taf. 1), so zieht man sowohl nach *bc* als auch nach der Linealkante Gerade, legt die letztere an *bc* und bringt das Dreieck *abc* in die Lage *a'bc'*. Kommt *bc'* auf die nach der Linealkante gezogene Gerade zu liegen, so ist Winkel *abc* ein rechter Winkel, im Gegenfalle mit einem Fehler behaftet.

4. Der Haarzirkel (Fig. 5, Taf. 1)

ist ein gewöhnlicher Zirkel mit Stahlspitzen, von denen sich eine mit Hilfe der Mikrometerschraube *M* etwas verstellen läßt, wodurch das genaue Abnehmen von Strecken vom Maßstabe oder vom Plane wesentlich erleichtert wird.

Will man z. B. die Strecke *ab* mit diesem Zirkel fassen, so wird die starre Spitze s_1 in *a* eingesetzt, der Zirkel derart geöffnet, daß die Spitze s_2 nahe an *b* zu liegen kommt und nun *M* mit der linken Hand so lange gedreht, bis s_2 mit *b* genau stimmt.

5. Der Transversalmaßstab. (Fig. 6, Taf. 1.)

Wenn die Strecke *ab* gleich ist der Strecke 0, 10, d. h. 10^m, und die Strecke 0*a* in 10 gleiche Teile geteilt wird, deren Enden mit 1, 2, 3 usw. bezeichnet werden, so sind die Wagrechten durch 9, 8, 7 usw. innerhalb des Dreieckes *ab*0 9^m respektive 8^m, 7^m usw.

lang. Die Mittellinien zwischen 9 und *a*, zwischen 9 und 8 usw. haben die Längen von 9·5^{m} respektive 8·5^{m} usw.

Auf Grund dieser in der Ähnlichkeit von Dreiecken begründeten Tatsache kann man von dem vorliegenden Maßstabe Strecken im Verjüngungsverhältnisse 1 : 2500 bis zur ersten Dezimale abgreifen und sind unter der Fig. 6 vier von diesen Strecken mit je zwei gleichen Zeichen charakterisiert.

Der Transversalmaßstab Fig. 7, Taf. 1, entspricht dem Verjüngungsverhältnisse 1 : 1000. Von diesem Maßstabe kann man Strecken bis zur zweiten Dezimale abgreifen und sind wieder vier von diesen Strecken unter der Fig. 7 entsprechend gekennzeichnet.

Besondere Kartierungsapparate und -behelfe.

1. Das Abschiebelineal (Fig. 8, Taf. 1)

ist ein Messinglineal von rechteckigem Querschnitt und einer Länge von etwas über 1^{m}. Auf demselben befindet sich eine sehr feine Millimeterteilung. Die Zentimeter sind von links nach rechts und umgekehrt nummeriert. Zu dieser Teilung gehört ein Nonius mit einer gewöhnlich sehr kleinen Angabe, z. B. $\frac{1}{50}{}^{mm}$ (49^{mm} sind in 50 gleiche Teile eingeteilt). Man kann somit noch $\frac{1}{50}{}^{mm} = \frac{2}{100}{}^{mm}$ oder 0·002^{cm} ablesen. Der Nonius ist auf einer Metallplatte aufgetragen, in zwei Richtungen beziffert und hat das aus der Fig. 9 auf Taf. 1 ersichtliche Aussehen.

Verwendung.

Will man z. B. mit Hilfe eines Abschiebelineals auf eine Gerade von einem Punkte *a* aus nach rechts eine Strecke von 12·374^{cm} auftragen, so legt man das Lineal mit der eingeteilten Kante parallel zur gegebenen Geraden einige Millimeter von ihr entfernt auf das Zeichenblatt, schiebt den Nonius in der aus Fig. 10 auf Taf. 1 ersichtlichen Art an das Lineal an und verschiebt ihn so lange, bis die scharfe Kante *z* desselben genau durch *a* geht. Hierauf wird der Nonius festgehalten und das Lineal derart seitlich verschoben, bis dessen Nullstrich genau mit dem linken Nullstriche des Nonius koinzidiert. Nun wird das Lineal festgehalten und der Nonius auf demselben so lange nach rechts geschoben, bis er die Lesung 12·374^{cm} angibt. Zieht man jetzt mit dem feingespitzten Bleistifte nach *z* eine kurze Gerade, so schneidet diese die gegebene

Gerade im Punkte b, dessen Abstand von $a =$ ist $12{\cdot}374^{cm}$. Zu bemerken wäre noch, daß nicht gerade der Nullstrich des Lineals mit dem Nullstriche des Nonius zur Koinzidenz gebracht werden muß, daß dies vielmehr auch ein anderer Zentimeterstrich sein kann, z. B. der Zehnerstrich. Natürlich muß dann der Nullstrich des Nonius auf $10^{cm} + 12{\cdot}374^{cm} = 22{\cdot}374^{cm}$ gestellt werden.

Die besprochene Methode der Verwendung eines Abschiebelineals ist besonders dann sehr wertvoll, wenn es sich nicht bloß um die Auftragung einer einzigen Strecke von a aus handelt, sondern um eine ganze Menge von Strecken, die z. B. um je 4^{cm} differieren, d. h. um 4^{cm} wachsen. (Siehe Konstruktion des Sektionsrechteckes und Hektarennetzes.)

2. Der Stangenzirkel (Fig. 11, Taf. 2)

besteht aus einer prismatischen Stange S von Holz, auf der sich zwei Messinghülsen H und H' befinden, welche nach unten in die Stahlspitzen a und b auslaufen. H' läßt sich auf der Stange S beliebig verschieben, H hingegen nur ganz wenig mit Hilfe der Mikrometerschraube M. Beide Hülsen lassen sich mit den Schräubchen s festmachen.

Der Apparat dient dazu, eine längere Strecke, die sich mit einem gewöhnlichen Zirkel nicht fassen läßt, abzunehmen, was in der Weise geschieht, daß man die Spitzen a und b zunächst ungefähr auf die abzunehmende Strecke stellt, die Hülse H' sperrt, die Spitze b auf einen der Endpunkte hält und dann H mit Hilfe von M derart verstellt, daß die Spitze a genau auf den zweiten Endpunkt zu stehen kommt.

Eine der Stahlspitzen läßt sich in der Regel entfernen und durch ein Bleiknie oder eine Reißfeder ersetzen, so daß man Kreise von größerem Halbmesser zeichnen kann.

3. Auftrags- und Abschiebeapparat von Inspektor Ernst Engel.

Das Prinzip ist aus der Fig. 12 auf Taf. 2 zu ersehen.

Dreieck abc ist rechtwinkelig und $ab = \frac{1}{2} bc$. Wird dieses Dreieck mit der Kathete bc an eine Messungslinie (Abszissenachse) angelegt und längs des Lineals L im Sinne des gezeichneten Pfeiles verschoben, so entspricht jeder Verschiebung der Punkte

b und *c* im Sinne der Messungslinie, d. h. von links nach rechts, eine Hebung derselben um die halbe Verschiebung.

Auf der Kathete *bc* befindet sich eine Marke *M*, auf der Hypotenuse die Marken *O'* und *A'*. Das Lineal *L* ist mit zwei gleichen Teilungen versehen, doch hat der kleinste Teil der oberen Teilung (Ordinatenteilung) nur den halben Wert vom kleinsten Teile der unteren Teilung (Abszissenteilung). Der Nullpunkt der Ordinatenteiluug ist mit *O*, jener der Abszissenteilung mit *A* bezeichnet. Projiziert man 10^m der Ordinatenteilung orthogonal auf *ab* und 10^m der Abszissenteilung orthogonal auf *bc*, so erhält man zwei gleich lange Strecken *mn* und *m'n'*. Sie entsprechen 10^m jenes Maßstabes, in welchem gearbeitet wird.

Ist ein Punkt *P* mit Hilfe rechtwinkeliger Koordinaten an die vorgezeichnete Messungslinie anzubinden und *N* der Anfangspunkt derselben, so geht man in folgender Weise vor:

Man legt, wie dies in Fig. 12 bereits angedeutet erscheint, die Kathete *bc* an die Messungslinie derart an, daß die Marke *M* mit *N* koinzidiert. Hierauf schiebt man das Lineal an die Hypotenuse und bringt *O* mit *O'* in Übereinstimmung. Ist die Abszisse des Punktes α und die Ordinate β, so wird das Dreieck am Lineal so lange verschoben, bis die Marke *A'* auf der Abszissenteilung die Lesung α gibt. Hierauf zieht man nach *ab* eine feine Linie, verschiebt das Dreieck derart, daß der Marke *O'* auf der Ordinatenteilung die Ablesung β entspricht und zeichnet eine zweite Linie nach *bc*. Der Schnittpunkt der beiden Linien entspricht dem Punkte *P*.

Schlußbemerkungen:

1. Dreieck und Lineal werden gewöhnlich aus Messing hergestellt.

2. Statt der Marken *O'* und *A'* befinden sich auf der Hypotenuse entsprechende Nonien.

3. Die Abszissenteilung ist mit der Ordinatenteilung identisch, doch sind zwei Bezifferungen vorhanden.

4. Der Apparat läßt sich für zwei Verjüngungsverhältnisse einrichten. Dann sind am Dreiecke vier Nonien und auf dem Lineale zwei Teilungen angebracht; eine auf der oberen Kante, wie in der Figur, die andere unten.

4. Der Tachygraph von Professor J. Schlesinger.

Das Prinzip dieses hauptsächlich zum Zeichnen von Winkeln bestimmten, aus Messing hergestellten Apparates ist aus der Fig. 13 auf Taf. 2 zu ersehen.

F ist ein Lineal (Basislineal), welches mit Hilfe von zwei Zwingen mit dem Zeichenbrette verbunden werden kann.

R ist ein aus vier Teilen bestehender Rahmen, welcher sich auf dem Basislineal verschieben läßt. $Ü_1$ und $Ü_2$ sind zwei Übergriffe, welche das Abheben des Rahmens vom Basislineal verhindern. ϱ ist ein quadratischer Rahmen (der Limbusrahmen), der innerhalb des Rahmens *R* Verschiebungen nach aufwärts und abwärts gestattet. *A* ist ein einem Tellerrand ähnlicher Ring, der Alhidadenring, welcher sich auf einer mit ϱ verbundenen Führung drehen läßt. Auf dem Alhidadenringe ist eine Teilung und innerhalb desselben, mit ihm verbunden, das Lineal *L* mit der Ziehkante *z*. Am unteren Teile des Limbusrahmens ϱ ist ein zum Alhidadenringe respektive dessen Teilung gehöriger Nonius *N* angebracht. Dreht man den Alhidaden-Ring derart, daß der Nullpunkt seiner Teilung mit dem Nullpunkte des Nonius *N* stimmt, so ist die Ziehkante *z* parallel zu den langen Seiten des Rahmens *R*.

Mit der Klemme *K* läßt sich der Alhidadenring sperren und mit der Mikrometerschraube *M* fein bewegen. Aus dieser knappen Skizze geht schon hervor, daß man mit dem Apparate an jeder Stelle der Zeichenfläche gerade Linien zeichnen kann, deren Neigungen gegen die langen Seiten des Rahmens *R* gegeben sind.

Schlußbemerkung.

Die Bezifferung der Teilung am Alhydadenring ist eine doppelte. Eine lauft im Sinne der Uhrzeigerbewegung, die andere verkehrt. Die erstere verwendet man bei der Auftragung von Bussolenzügen, vorausgesetzt, daß die Bussole in der üblichen Weise, nämlich im Sinne der Uhrzeigerbewegung beziffert ist, die zweite, wenn Theodolitaufnahmen kartiert werden sollen.

5. Der Tachygraphplanimeter von Professor J. Schlesinger (Fig. 14, Taf. 2)

ist zum Zeichnen von Winkeln bestimmt und besteht im Wesen wieder aus einem Fußlineal *F*, welches sich mit dem Zeichenbrette verbinden läßt, aus der hierzu normalen Leitschiene *L*, die man

parallel zu sich selbst auf dem Fußlineale verschieben kann, und aus einem auf der Leitschiene verschiebbaren Schlitten *S*, auf welchem ein Winkelzeichner oder Strahlenzieher *W* angebracht ist. Derselbe besteht aus einem geteilten Kreissektor, der sich in die Ziehschiene Z fortsetzt, eine Rotation um das Zentrum zuläßt und mit der Schraube *R* jederzeit gesperrt werden kann. Die Größe der Rotation kann an einem am Schlitten befestigten Nonius *N* gemessen werden. Die Kreisteilung ist entweder im Sinne der Uhrzeigerbewegung beziffert oder verkehrt, je nachdem der Apparat zur Kartierung von Bussolenzügen oder Theodolitaufnahmen bestimmt ist, Die Bezifferung reicht nur von 0 bis 180°, doch steht über 0 180. über 10 190, über 20 200 usw., so daß man auch auf höhere Lesungen wie 180 einstellen kann. Die Einstellung auf 0 entspricht der Parallelstellung von *z* zu *L*.

Um denselben Apparat sowohl zur Kartierung von Bussolenzügen als auch zum Auftragen von Theodolitaufnahmen verwenden zu können, empfiehlt es sich, die Ziffernreihe auswechselbar einzurichten, d. h. sogenannte Ziffernringe in Anwendung zu bringen.

6. Winkelauftrageapparat von Neuhöfer & Sohn.
(Fig. 15, Taf. 2.)

Wesen: Ein eingeteilter und bezifferter Ring *L* mit 3 Pikiernadeln fixierbar; darin eine Alhidade *A*, halbkreisförmig, mit Nonius *N* und dem Lineale L_1. Die Bezifferung ist doppelt; für Auftragungen von Theodolitaufnahmen im Sinne der Uhrzeigerbewegung, für Auftragungen von Bussolenzügen entgegengesetzt. Die Verwendbarkeit des Apparates zum Zeichnen von Winkeln ist von selbst einleuchtend.

7. Der Auftrageapparat mit Rolltransporteur von Starke & Kammerer. (Fig. 16, Taf. 2.)

Wesen: Lineal *L* mit Teilungen, um den Pol *P* drehbar, mit Schlitten *S*, auf dem sich der Index *I*, die Nonien n_1 und n_2 und die Pikiervorrichtung *N* befinden. Der Pol ist mit einer Nadel fixierbar. Auf dem linken Linealende, welches entsprechend geformt ist, stehen die Ständer s_1 und s_2, zwischen denen der horizontale Rahmen *R* mit zwei spitzigen Schräubchen festgehalten wird. Innerhalb des Rahmens *R* befindet sich die Rolle ϱ. Sie steht auf der Zeichenfläche auf und dreht sich um die Achse aa'. Ihre Abwickelung

kann mit Hilfe eines auf dem Rahmen *R* befindlichen Zählapparates gemessen werden. Um einen Winkel auf eine Gerade *ab* aufzutragen, wird der Pol auf *a* gebracht, das Lineal mit *I* auf einen Punkt von *ab* gestellt, der Rahmen *R* ein wenig aufgehoben, die Rolle so gedreht, daß die Ablesung des Zählwerkes $0^\circ 0'$ beträgt, hierauf der Apparat um *P* so lange gedreht, bis das Zählwerk die dem aufzutragenden Winkel entsprechende Ablesung liefert und nun die Nadel *N* herabgedrückt. Die Verbindungsgerade des Poles mit dem pikierten Punkte liefert den zweiten Winkelschenkel.

In der Regel hat man auf diesen Schenkel eine Strecke aufzutragen. Man wird dann den Schlitten so lange verstellen, bis der dem Verjüngungsverhältnisse entsprechende Nonius die der Strecke zukommende Ablesung gibt und die Pikiernadel niederdrücken.

8. Die Zulegeplatte (Fig. 17, Taf. 2)

ist als Bestandteil des Bussoleninstrumentes im Wesen schon aus der Instrumentenkunde bekannt und besteht aus einer quadratischen Platte *P* mit abgeschrägter Kante *zz'*, einer Bussole und der hiezu gehörigen Arretiervorrichtung *A*.

Von ihrer Verwendung zum Auftragen von Polygonzügen, die mit der Waldbussole aufgenommen worden sind, wird später gesprochen werden.

9. Der Vollkreistransporteur aus Karton oder Zellulose. (Fig. 18, Taf. 3.)

A' ist ein mehrere Zentimeter breiter Ausschnitt, *m* die Marke für das Zentrum. Die Bezifferung fängt oben in der Verlängerung der Ziehkante bei 0 an und lauft im entgegengesetzten Sinne der Uhrzeigerbewegung.

10. Der logarithmische Rechenschieber.

Allgemeines Prinzip der logarithmischen Rechenschieber:

Die logarithmischen Rechenschieber haben hauptsächlich den Zweck, die Bildung von Produkten auf mechanischem Wege, d. h. ohne Rechnung zu ermöglichen.

Sie fundieren auf dem bekannten Lehrsatze $\log ab = \log a + \log b$. Wenn man die Logarithmen der fortlaufenden Zahlen auf zwei Lineale in demselben Maßstabe aufträgt und die erhaltenen Teilstriche

mit den diesen Logarithmen entsprechenden Zahlen bezeichnet, so kann man die zwei Lineale sofort zur mechanischen Bildung eines Produktes ab, also als logarithmischen Rechenschieber benützen. In Fig. 19 auf Taf. 3 sind die besprochenen Lineale schematisch dargestellt. Der Strich 1 bezeichnet den Anfang des Lineals oder das Ende einer Strecke, welche dem Logarithmus von 1 entspricht, also das Ende der Strecke 0, der Strich 2 ist, von links nach rechts gezählt, das Ende einer Strecke, welche dem Logarithmus von 2 entspricht (ungefähr 0·3), der Strich 3 markiert das Ende der Strecke $log\ 3$ usw. Will man z. B. das Produkt 2×3 mit Hilfe dieser zwei Lineale bilden, so braucht man nur zu $log\ 2$ $log\ 3$ zu addieren, also die zwei Lineale in die aus Fig. 20 auf Taf. 3 ersichtliche Stellung zu bringen und über dem Striche 3 des unteren Lineals am oberen abzulesen. Man findet dort 6.

Bemerkungen.

1. Die skizzierten Lineale kann man auch zum mechanischen Dividieren verwenden. Dasselbe ist in dem Lehrsatze $log \frac{a}{b} =$ $= log\ a - log\ b$ begründet und im Gegensatze zur eben besprochenen Addition von Logarithmen eine Subtraktion derselben.

Will man z. B. 6 durch 3 dividieren, so zieht man von der dem Logarithmus von 6 entsprechenden Strecke auf dem oberen Lineale die dem Logarithmus von 3 entsprechende Strecke auf dem unteren Lineale ab, stellt also 3 des unteren Lineals unter 6 des oberen und liest auf dem oberen Lineale über dem Anfang des unteren ab. Diese Ablesung ist 2.

2. In der geodätischen Praxis kommt es hauptsächlich auf die Bildung der Produkte von der Form $a \cdot sin\,\alpha$, $a \cdot cos\,\alpha$, $CL\,cos^2\,\alpha$ und $\frac{1}{2}\,CL\,sin\,2\alpha$ an. Die letzten zwei kommen bekanntlich bei der optischen Distanzmessung nach Reichenbach vor und sollen später ins Auge gefaßt werden. In den ersten zwei Fällen wären auf einem der zwei Lineale die Logarithmen von $cos\,\alpha$ respektive $sin\,\alpha$ aufzutragen, und zwar vom rechtsseitigen Ende nach links, weil sie negativ sind. Die den Logarithmen von $cos\,\alpha$ entsprechende Teilung würde mit jener für die Logarithmen von $sin\,\alpha$ zusammenfallen, weil $cos\,\alpha = sin\ (90 - \alpha)$. Doch wäre die Bezifferung der *cos*-Teilung verschieden von jener der *sin*-Teilung, und zwar würden sich je zwei zu demselben Teilstriche gehörige Zahlen zu 90° ergänzen.

Die beschriebene Einrichtung ist theoretisch ganz gut denkbar, würde aber mit Rücksicht auf den Charakter der Werte *log cos α* und *log sin α* zu einem viel zu langen, also viel zu unbequemen Lineal führen und wird durch den sogenannten Patent-Kreisrechenschieber von Forstrat Franz Riebel sehr vorteilhaft ersetzt.

Die Konstruktion dieses Apparates ist im Wesen aus der Fig. 21 auf Taf. 3 ersichtlich.

Der Kreisrechenschieber besteht aus zwei konzentrischen Kreisringen, dem inneren R_1 und dem äußeren R_2, die sich gegeneinander beliebig verstellen lassen. Auf dem äußeren Kreise von R_1 sind von einem Punkte aus im Sinne der Uhrzeigerbewegung die Logarithmen von 1—10 aufgetragen. Die Einheit hiefür ist der Umfang des erwähnten Kreises. Jeder Teilstrich ist mit der zugehörigen Zahl bezeichnet. Beim Anfangspunkte steht somit 1, weil $0 = log\,1$, und 10, weil $1 = log\,10$. Setzt man die Auftragung der Logarithmen über 10 hinaus fort, so wird der Strich 2 dem *log* 20 entsprechen, der Strich 3 dem *log* 30 usw., der Strich 10 endlich dem *log* 100. Der Grund liegt in der bekannten Tatsache $log\,20 = log\,2 \cdot 10 = log\,2 + log\,10 = log\,2 + 1$. Es besteht also die *log* 20 entsprechende Strecke aus 1, d. h. dem geteilten Kreisumfang und dem bereits aufgetragenen Bogen *log* 2 usw. Man sieht demnach, daß nach dem Übersetzen des Anfangspunktes der Teilung die Zahlen, welche bei den Teilstrichen stehen, mit 10 multipliziert werden müssen. Ebenso ist leicht einzusehen, daß nach der zweiten Übersetzung des Anfangspunktes dieselben Zahlen mit 100 zu multiplizieren sind usw.

Eine weitere Erwägung führt zu dem Schlusse, daß man auch bei der Auftragung negativer Logarithmen, d. h. der Logarithmen von Zahlen, die unter 1 liegen, auf keine neuen Striche kommen, daß aber 9 den Wert von 0·9, 8 den Wert von 0·8 usw. erhalten wird und daß somit die den Logarithmen von 1 bis 10 entsprechenden Zahlen bei Auftragungen im entgegengesetzten Sinne mit 10 zu dividieren sind. Nach erfolgter Übersetzung des Anfangspunktes sind diese Zahlen mit 100 zu dividieren usw.

Fig. 22 auf Taf. 3 ist eine schematische Skizze des Verlaufes der Logarithmen von 0·001 bis 1000. 1 ist der Anfangspunkt der Teilung. Die positiven Logarithmen sind von da aus auf der ausgezogenen, die negativen auf der gestrichelten Spirale aufgetragen. In Wirklichkeit ist diese Spirale ein einziger Kreis und die Teil-

punkte desselben sind aus Deutlichkeitsrücksichten nur mit 10—100 bezeichnet. Während des Gebrauches hat man daher daran zu denken, daß bei der Verfolgung der Teilung im Sinne der Uhrzeigerbewegung über 100 hinaus jedem Striche der 10fache Wert, bei der Verfolgung der Teilung im entgegengesetzten Sinne über 10 hinaus jedem Striche der 10. Teil des Wertes zukommt und jede neue Übersetzung des Anfangspunktes den Dezimalpunkt um eine Stelle verrückt. Ganz dasselbe gilt von den Übersetzungen eines jeden andern Teilungspunktes.

Auf dem inneren Rande des äußeren Ringes R_2 sind die Logarithmen von $\cos\alpha$ von einem mit 0 (d. h. 0°) bezeichneten Punkte aus in demselben Maßstabe wie die Logarithmen der Zahlen, aber im verkehrten Sinne aufgetragen und mit den zugehörigen α beziffert. Die entsprechende Ziffernreihe ist schwarz ausgeführt. Unter jedem α steht mit roter Schrift $(90 - \alpha)$. Die rote Ziffernreihe entspricht somit den Logarithmen von $\sin\alpha$.

Die den Logarithmen der Winkelfunktionen entsprechende Teilung springt, bevor sie den Punkt 0 respektive 0° erreicht hat, auf einen größeren, von diesem auf einen dritten, dann auf einen vierten und endlich auf einen fünften konzentrischen Kreis, derart, daß sie auf eine Art Spirale aufgetragen erscheint, also selbst auf einem verhältnismäßig kleinen Apparate sehr weit gehen kann.[1])

Das System der erwähnten konzentrischen Kreise erscheint in der Fig. 23 auf Taf. 3 skizziert.

Der innere Rand des äußeren Ringes respektive der darauf liegende Kreisbogen $0ab$ vermehrt um das Bogenstück cd soll der „nullte“ Kreis heißen, der Bogen def vermehrt um gh der „erste“ Kreis, $\widehat{hik} + \widehat{lm}$ der „zweite“ Kreis, $\widehat{mnp} + \widehat{qr}$ der „dritte“ Kreis und $\widehat{rst}$ der „vierte“ Kreis.

Um das Zentrum der Kreisringe rotiert, wie dies in Fig. 21 angedeutet erscheint, ein Arm A, dessen Ende in einen Rahmen R ausgeht. In demselben befindet sich der radial gespannte Faden F, der sogenannte Ablesefaden.

Sollen z. B. mit dem beschriebenen Apparate die Produkte $75^m \cdot \cos 26°$ und $75^m \cdot \sin 26°$ bestimmt werden, so dreht man den inneren Ring zunächst derart, daß 75 mit dem Punkte 0 (0°) des

[1]) Auf dem der Lehrkanzel des Verfassers gehörigen Apparate reicht die $\cos$-Skala bis 89° 59′ 57″, die $\sin$-Skala somit bis 0° 0′ 3″.

äußeren Ringes koinzidiert. Hierauf stellt man den Ablesefaden nacheinander auf die Striche 26° der *cos*- und *sin*-Skala ein. Die diesen Stellungen entsprechenden Ablesungen am inneren Ringe $67{\cdot}420^m$ und $32{\cdot}854^m$ sind die Produkte $75^m . \cos 26°$ respektive $75^m \sin 26°$. Der Beweis für die Richtigkeit der beschriebenen Manipulation ist mit Rücksicht auf die vorhergehenden Ausführungen fast überflüssig.

Man hat zu $\log 75$ einmal $\log \cos 26°$ und dann $\log \sin 26°$ addiert und — weil die zwei letzten Werte negativ sind — ist diese Addition eine Subtraktion gewesen.

Ist 75^m mit $\cos 5°$ und $\sin 5°$ zu multiplizieren, so ist natürlich der gleiche Vorgang einzuhalten. Man wird für $75^m \cos 5°$ $74{\cdot}71^m$ ablesen und für $75^m \sin 5°$ zunächst, d. h. am „nullten" Kreise $65{\cdot}365^m$. Da aber der die Strecke $\log \sin 5°$ markierende Strich nicht mehr am „nullten", sondern schon am „ersten" Kreise des äußeren Ringes liegt, der Punkt 75 des inneren Ringes beim Hinzufügen von $\log \sin 5°$ zu $\log 75$ demnach bereits einmal übersetzt erscheint, so liegt das Produkt $75^m . \sin 5°$ nicht zwischen 75^m und $7{\cdot}5^m$, sondern zwischen $7{\cdot}5^m$ und $0{\cdot}75^m$. Man muß also das am „nullten" Kreise gelesene Produkt 65·365 mit 10 dividieren oder den Dezimalpunkt um eine Stelle nach links versetzen. Für $75^m \sin 5°$ ergibt sich mithin $6{\cdot}5365^m$.

Wäre der Endstrich von $\log \sin 5°$ ein Strich des zweiten Kreises, so wäre der Dezimalpunkt um zwei Stellen zu verschieben, also $0{\cdot}65365^m$ zu lesen.

3. Die Fundamentalformeln der Reichenbachschen Distanzmessung sind $D = CL \cos^2 \alpha + c \cos \alpha$ und $H = \frac{1}{2} CL \sin 2\alpha + c \sin \alpha$. Die Bedeutung der einzelnen Größen ist aus der Instrumentenkunde bekannt. Bei minder genauen Arbeiten kann man statt $c \cos \alpha$ auch c schreiben, weil α gewöhnlich klein, $\cos \alpha$ somit nahezu $= 1$ ist; ebenso läßt sich das Produkt $c \sin \alpha$ in solchen Fällen ohne nennenswerten Schaden $= 0$ setzen, also vernachlässigen.

Die Produkte $CL \cos^2 \alpha$ und $\frac{1}{2} CL \sin 2\alpha$ lassen sich mit dem logarithmischen Rechenschieber Fig. 24 auf Taf. 3 bestimmen oder abschieben. Derselbe besteht aus zwei Teilen, und zwar einem Lineale und einem Schieber, der im Lineale steckt und sich in demselben verschieben läßt. In Fig. 24 *a* auf Taf. 3 ist der Querschnitt der beiden Teile dargestellt. L ist das Lineal und S der Schieber.

Auf dem Lineale befinden sich zwei vollkommen gleiche Teilungen, die jedoch ungleich beziffert sind. Die obere, auf *a* befindliche Teilung entspricht den Logarithmen von 0·4 bis 100, die untere auf *b* befindliche den Logarithmen von 4 bis 1000. Genau unter dem Logarithmus einer Zahl auf dem Streifen *a* befindet sich der Logarithmus der 10fachen Zahl auf dem Streifen *b*. Auch auf dem Schieber *S* befinden sich zwei Teilungen, die jedoch ganz verschieden sind. Die obere mit $\frac{1}{2} \sin 2\alpha$ bezeichnete Teilung entspricht den Logarithmen von $\sin 2\alpha$ und heißt die *sin*-Skala. Die Bezifferung derselben ist nicht nach 2α, sondern nach α durchgeführt, so daß z. B. der Strich 20° nicht dem $\log \sin 20°$, sondern dem $\log \sin 40°$ entspricht.

Die untere mit $\cos^2 \alpha$ markierte Teilung entspricht den Logarithmen von $\cos^2 \alpha$ und ist mit den entsprechenden α beziffert. Sie heißt die *cos*-Skala. Nachdem die Logarithmen der Zahlen auf *a* und *b* von links nach rechts laufen, so erscheinen die Logarithmen der Winkelfunktionen (negative Größen) von rechts nach links aufgetragen. Die Nullpunkte der zwei auf *S* befindlichen Skalen sind derart angenommen, daß, wenn der Nullpunkt der *cos*-Skala mit irgendeinem Teilstriche auf *b* koinzidiert, der Nullpunkt der *sin*-Skala (mit 45° bezeichnet) von dem gleich bezifferten Striche auf *a* um $\log \frac{1}{2}$ nach links absteht.

Ist nun z. B. $C = 100$, $L = 1^m$ und $\alpha = 10°$, so braucht man nur den Nullpunkt der *cos*-Skala über 100 auf *b* zu stellen, um die Produkte $100 \cdot 1^m \cdot \cos^2 10°$ und $\frac{1}{2} \cdot 100 \cdot 1^m \cdot \sin 2 \cdot 10°$ abzulesen. Das erste Produkt $= 96{\cdot}75^m$ wird man unter dem Striche 10 der *cos*-Skala auf *b* finden, das zweite $= 17{\cdot}08^m$ über dem Striche 10 der *sin*-Skala auf *a*. Die Begründung liegt in den Formeln: $\log 100 \cdot 1 \cdot \cos^2 10° = \log 100 + 0 + \log \cos^2 10°$ und $\log \frac{1}{2} \cdot 100 \cdot 1 \cdot \sin 2 \cdot 10° = \log 100 \cdot 1 \cdot \frac{1}{2} \sin 2 \cdot 10° = \log 100 + 0 + \log \frac{1}{2} + \log \sin 2 \cdot 10°$, wobei die Werte $\log \cos^2 10°$ und $\log \sin 2 \cdot 10°$ sowie $\log \frac{1}{2}$ negativ sind.

Hat die Multiplikationskonstante *C* einen andern Wert wie 100, z. B. 70, so wird man den Nullpunkt der *cos*-Skala eben nur über 70 auf *b* zu stellen haben und unter 10 der *cos*-Skala das Produkt $70 \cdot 1^m \cdot \cos^2 10°$, d. i. $67{\cdot}9^m$, über 10 der *sin*-Skala das Produkt $\frac{1}{2}\, 70 \cdot 1^m \cdot \sin 2 \cdot 10°$, d. i. $11{\cdot}96^m$, ablesen. Die Begründung erscheint mit Rücksicht auf die vorhergehenden Ausführungen überflüssig.

Hat die Größe *L* (Lattenlänge) einen andern Wert wie 1^m, z. B.

den Wert 0·8 ^{m}, so wird man bei der Bildung der Logarithmen von $70 \cdot 0{\cdot}8 \cdot \cos^2 10°$ und $\frac{1}{2} \cdot 70 \cdot 0{\cdot}8 \cdot \sin 2 \cdot 10°$ die Nullpunkte der Teilungen auf S noch um $\log 0{\cdot}8$ zu verstellen haben und diese Verstellung wird, weil $\log 0{\cdot}8$ eine negative Größe ist, nach links erfolgen müssen. Die Größe der Verstellung wird gleich sein dem Abstande der Striche 100 und 80 auf b, weil der Unterschied der Logarithmen von 100 und 80 gleich ist dem Unterschiede der Logarithmen von 1 und 0·8. Um die Manipulation der Verstellung zu erleichtern, wird man den Nullpunkt der *cos*-Skala über 70 auf b stellen und über 100 auf b am Schieber eine Marke m zeichnen. Wenn man dann die Marke auf 80 stellt und unter 10 der *cos*-Skala liest, so entspricht diese Ablesung (54·3 ^{m}) dem Produkte $70 \cdot 0{\cdot}8^{m} \cdot \cos^2 10°$. Ebenso entspricht die Ablesung auf a über dem Striche 10 der *sin*-Skala (9·55 ^{m}) dem Produkte $\frac{1}{2} \cdot 70 \cdot 0{\cdot}8^{m} \cdot \sin 2 \cdot 10°$. (Hiezu Fig. 24 b auf Taf. 3.)

Ist $L = 0{\cdot}92^{m}$ gefunden worden, so wird man die Marke m auf 92 der Teilung b stellen und nun wie früher ablesen.

In gleicher Weise ist vorzugehen, wenn die Lattenlesungen größer sind wie 1, in welchen Fällen aber die Verstellungen von selbst im entgegengesetzten, d. h. positiven Sinne erfolgen.

4. Die Werte $CL \cos^2 \alpha + c \cos \alpha$ und $\frac{1}{2}\, CL \sin 2\alpha + c \sin \alpha$ lassen sich auch mit dem Kreisrechenschieber bestimmen. Die Einrichtung desselben hiefür ist aus der Fig. 25 auf Taf. 4 zu entnehmen.

Auf dem äußeren Ringe des Kreisrechenschiebers sind die Logarithmen von $\cos^2 \alpha$ von 0° bis 45° im entgegengesetzten Sinne der Uhrzeigerbewegung aufgetragen und mit schwarzen Ziffern bezeichnet. Unter 45° steht die rote Ziffer 0 als Anfang einer roten Ziffernreihe, die im Sinne der Uhrzeigerbewegung lauft und deren Zahlen die schwarzen Zahlen auf 45 ergänzen.

Die Verwendung dieser Einrichtung stützt sich auf die Tatsache, daß $CL \cos^2 \alpha + c \cos \alpha$ annähernd gleich ist $(CL + c) \cos^2 \alpha$ und ebenso $\frac{1}{2}\, CL \sin 2\alpha + c \sin \alpha$ annähernd gleich $\frac{1}{2}(CL + c) \sin 2\alpha$. Ferner ist $\frac{1}{2}(CL + c) \sin 2\alpha = (CL + c) \cos^2(45° - \alpha) - (CL + c) \cos^2 45°$ [1].

[1] $(CL + c) \cos^2(45° - \alpha) - (CL + c) \cos^2 45° = (CL + c)\,(\cos 45° \cos \alpha + \sin 45° \sin \alpha)^2 - (CL + c)\frac{1}{2} = (CL + c)\left(\frac{1}{\sqrt{2}} \cos \alpha + \frac{1}{\sqrt{2}} \sin \alpha\right)^2 - \frac{1}{2}(CL + c) = (CL + c)\,(\frac{1}{2} \cos^2 \alpha + \frac{1}{2} \sin^2 \alpha + \cos \alpha \sin \alpha) - \frac{1}{2}(CL + c) = (CL + c)\,(\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \sin 2\alpha) - \frac{1}{2}(CL + c) = \frac{1}{2}(CL + c) + \frac{1}{2}(CL + c) \sin 2\alpha - \frac{1}{2}(CL + c) = \frac{1}{2}(CL + c) \sin 2\alpha$.

Man hat dem Gesagten zufolge in nachstehender Weise vorzugehen:

Zunächst wird der Ablesefaden auf den Nullstrich der cos^2-Skala gestellt und der innere Ring derart gedreht, daß die Ablesung $CL + c$ auf demselben auch unter den Faden zu liegen kommt. Dann stellt man den Faden auf α der schwarzen Ziffernreihe und liest auf dem inneren Ringe ab. Die Ablesung entspricht dem Werte $(CL + c)\ cos^2\alpha$.

Behufs Bestimmung von $\frac{1}{2}(CL + c)\ sin\ 2\alpha$ wird der Faden auf α der roten Ziffernreihe gestellt, am inneren Ring abgelesen, der Faden hierauf auf den rot bezeichneten Nullstrich gestellt, abermals am inneren Ringe abgelesen und diese Ablesung von der ersten subtrahiert. Die Differenz ist $= \frac{1}{2}\ (CL + c)\ sin\ 2\alpha$.

11. Die Distanztafel von Forstmeister Karl Hub.

Dieselbe dient zur Bestimmung des Produktes $CL\ cos^2\alpha$ eventuell des Binoms $CL\ cos^2\alpha + c\ cos\ \alpha$.

Sie hat folgende aus der Fig. 26 auf Taf. 4 ersichtliche Einrichtung.

Auf einem starken Kartonpapier ist ein Trapez aufgezeichnet, dessen Seiten ac und bd senkrecht sind zu ab. Die Strecke ac ist doppelt so groß wie bd. Wenn man daher ab und cd verlängert und den Schnittpunkt x nennt, so muß $ax = 2 \cdot bx$.

Jede der Strecken ac und bd ist in 100 gleiche Teile geteilt und von unten hinauf beziffert. Je zwei korrespondierende Teilungspunkte sind durch eine Gerade verbunden.

Die „Basis" der Distanztafel ab ist in ungleiche Teile geteilt und vom Punkte a gegen b mit den Zahlen 0 bis 45 bezeichnet. 0 ist mit a, 45 mit b identisch.

Die Strecke ax entspricht dem $cos^2 0° = 1$ und bx dem $cos^2 45° = 0{\cdot}5$. Irgendeine Strecke z. B. von x bis 30 entspricht dem $cos^2 30°$, wobei ax die Einheit bedeutet.

Durch jeden der Teilungspunkte von ab ist eine Senkrechte zu ab gezogen. Diese Senkrechten und die vorhin erwähnten Verbindungsgeraden der korrespondierenden Punkte in den Strecken ac und bd geben ein engmaschiges Netz von Linien, dessen Verwertung aus den nachstehenden Erörterungen hervorgehen wird.

Die Dimensionen der Distanztafel sind, wenn nur die eben beschriebenen Verhältnisse eingehalten werden, ganz gleichgültig. Eine bequeme Form hat die Tafel, wenn $ab = 200^{mm}$, $ac = 126^{mm}$ und $bd = 63^{mm}$ lang sind.

Zu der Distanztafel gehört noch der Reduktionszirkel (Fig. 27, Taf. 4). — Derselbe ist ein Doppelzirkel, d. h. ein Zirkel mit vier Spitzen (m, n, o, p), von denen je zwei, nämlich m und p respektive n und o mit dem Gelenke G in einer Geraden liegen. Das Gelenk läßt sich grob und fein verstellen und sodann fixieren.

Das Verhältnis zwischen den Spitzenabständen mn und op kann daher verschieden gerichtet werden.

Die Verwendung von Distanztafel und Reduktionszirkel soll an einem Beispiele gezeigt werden. C ist z. B. $= 93$, $L = 0{\cdot}72^{m}$ und $\alpha = 13°$.

Man bemüht sich zunächst den Reduktionszirkel durch Verstellung des Gelenkes so zu richten, daß eine der Öffnungen gleich ist der Senkrechten links (100 Einheiten), die andere aber gleich $93\,m$ in jenem Maßstabe, in welchem die Auftragung vorgenommen werden soll.

Der Zirkel, welcher die erste der bezeichneten Distanzen enthält, wird in der Regel bedeutend längere Arme haben und soll I, der andere mit den kürzeren Armen II genannt werden.

Um nun das Produkt $93 \cdot 0{\cdot}72^{m} \cdot cos^2 13°$ zu erhalten, faßt man mit dem Zirkel I die Senkrechte, welche im Punkte 13° der Basis beginnt und in der schrägen Verbindungsgeraden der korrespondierenden Punkte 72 aufhört. Die Öffnung des Zirkels II ist jetzt das verlangte Produkt, und zwar in demjenigen Maßstabe, in welchem die Auftragung durchgeführt werden soll.[1])

Man erhält also die zu bestimmenden Strecken gleich im Zirkel, während die mit dem logarithmischen Rechenschieber reduzierten Strecken erst vom Transversalmaßstabe abgenommen werden müssen. Außerdem gewährt die Verwendung der Distanztafel den Vorteil größerer Schärfe.

---

[1]) Der Beweis ist leicht erbracht. Man kann sagen: $100 : mr = 1 : cos^2 13$, folglich $mr = 100 cos^2 13$, ebenso $mn = 72 \cdot cos^2 13$. Wenn nun 100 Teilen in der Öffnung von I 93^{m} in der Öffnung von II entsprechen, so entsprechen einem der erwähnten Teile $\frac{93^{m}}{100}$, der Strecke mn demnach $72 \cdot cos^2 13 \cdot \frac{93^{m}}{100} =$ $= 93 \cdot 0{\cdot}72^{m} \cdot cos^2 13$, was zu beweisen war.

Was nun das Produkt $c \cos\alpha$ anbelangt, so läßt sich die Distanztafel relativ leicht so einrichten, daß man gleich den Wert $CL \cos^2\alpha$ vermehrt um $c \cdot \cos\alpha$ im gewünschten Maßstabe zwischen den Spitzen des Zirkels II erhält.

Man kann nämlich die Gleichung $D^m = C \cdot L^m \cos^2\alpha + c^m \cos\alpha$ auch so schreiben: $D^m = C\left(L^m + \frac{c^m}{C\cos\alpha}\right)\cos^2\alpha$.

In dieser neuen Form ist $L^m + \frac{c^m}{C\cos\alpha}$ die Lattenlesung. Nimmt man somit statt L^m, $L^m + \frac{c^m}{C\cos\alpha}$ in den Zirkel I, so erhält man im Zirkel II die um $c^m \cdot \cos\alpha$ vermehrte Größe $CL^m \cos^2\alpha$.

Wenn man nun auf jede zu ab senkrechte Gerade von ab aus nach unten das Stück $\frac{c}{C\cos\alpha}$ von jener Einheit aufträgt, welche auf der betreffenden Senkrechten 100 mal aufgetragen erscheint, so geben die Endpunkte dieser kleinen Strecken eine Kurve.

Setzt man nun jene Zirkelspitze, die vorhin auf einen Punkt von ab gehalten wurde, auf den unter diesem Punkte liegenden Kurvenpunkt, so erhält man im Zirkel II nicht mehr $CL^m \cos^2\alpha$, sondern $CL^m \cos^2\alpha + c^m \cos\alpha$.

Die besprochene Kurve ist sehr flach und es ist daher nicht notwendig auf alle zu ab senkrechten Geraden den Betrag $\frac{c}{C\cos\alpha}$ aufzutragen. In der Regel genügt die Berechnung und Auftragung von drei Ordinaten z. B. für 0°, für 30° und 45°. — Der die Endpunkte dieser drei Ordinaten verbindende Polygonzug ist ein ganz gutes Surrogat für die Kurve.

Zu bemerken wäre noch, daß in jenen Fällen, in denen die Lattenlesung über 1^m beträgt, zunächst die der halben Lattenlesung entsprechende Distanz vermehrt um den halben Zuschlag $\frac{c}{C\cos\alpha}$ bestimmt wird. Man setzt zu diesem Behufe jene Zirkelspitze, welche vorhin auf einen Punkt der besprochenen Kurve (man könnte sie Additionskurve nennen) gehalten wurde, auf den Mittelpunkt der betreffenden Kurvenordinate.[1])

[1]) Eine neue Vorrichtung zum direkten Auftragen von Distanzen, welche nach der Reichenbachschen Methode gemessen worden sind, findet man in

Das Wesentlichste über Ausgleichungen.

Programm.

1. Wesen der unvermeidlichen Beobachtungsfehler.
2. Wesen und Arten des Ausgleichens.
3. Leitender Grundsatz der streng wissenschaftlichen Ausgleichung.
4. Einige besonders wichtige und häufig vorkommende Ausgleichungen und deren Effekt.

Ad 1. Wenn man eine Strecke oder einen Winkel wiederholt mit vollkommen gleicher Sorgfalt und mit gleichen Mitteln mißt, so bekommt man bekanntlich ungleiche Werte. Der Grund hievon liegt in den sogenannten unvermeidlichen Beobachtungsfehlern, welche eine Folge sind der Unvollkommenheit unserer Sinne und Apparate.

Die wichtigsten Eigenschaften der unvermeidlichen Beohachtungsfehler sind: Geringe und ungleiche Größe und die gleiche Wahrscheinlichkeit für ihr Auftreten im positiven und negativen Sinne.[1])

Ad 2. Das Wesen des Ausgleichens soll aus folgenden ganz einfachen Aufgaben hervorgehen:

a) Eine Größe, z. B. ein Winkel, ist wiederholt direkt gemessen worden mit gleicher oder ungleicher Genauigkeit. Man hat verschiedene Werte für die Größe erhalten. Was für ein Wert soll schließlich verwendet werden? Welcher Wert hat gewissermaßen die größte Berechtigung? Die Berechnung dieses Wertes ist eine „Ausgleichung direkter Beobachtungen".

b) Besteht zwischen einer konstanten Größe x und den variablen Größen a und b eine bloß der Form nach bekannte Beziehung, in welcher aber a und b wieder voneinander abhängig sind, so läßt sich x dadurch bestimmen, daß man für einen beliebig angenommenen Wert von a den zugehörigen Wert von b beobachtet und aus der sich ergebenden Zahlengleichung die Größe x berechnet. Wird dieser Vorgang für mehrere Werte von a durchgeführt, so ergeben sich, im Gegensatze zur Theorie, nicht vollkommen gleiche

---

der „Österreichischen Vierteljahresschrift für Forstwesen", Jahrgang 1904, II. Heft, beschrieben. Sie rührt vom k. k. Forstassistenten Friedrich Hempel her und dürfte sich recht gut bewähren.

[1]) Näheres hierüber im I. Abschnitte der Ausgleichungsrechnung von F. R. Helmert (Leipzig 1872).

Werte von x. Der Grund liegt in den unvermeidlichen Fehlern, mit denen die Werte a und b stets behaftet sind.

Die Bestimmung des schließlich beizubehaltenden Wertes für x erfolgt durch die „Ausgleichung vermittelnder Beobachtungen“[1]). Ein Beispiel dieser Art ist die Bestimmung der Multiplikationskonstanten C eines Reichenbachschen Distanzmessers aus mehreren Distanzen, z. B. aus den Strecken 40 m, 60 m, 80 m und 100 m.

c) Behufs Bestimmung einer geometrischen Figur hat man mehr Größen gemessen als unbedingt notwendig sind. Es geschah dies, um sich vor groben Fehlern zu schützen und um die Qualität der Arbeit beurteilen zu können.

Nun ist es nur logisch und gerecht, alle Messungen zu verwenden, die unbedingt notwendigen und die überzähligen oder überbestimmenden. Dies führt aber wegen der den Messungen anhaftenden unvermeidlichen Beobachtungsfehler zu Widersprüchen und macht die Berechnung oder Konstruktion der Figur unmöglich.

Die Widersprüche können nun nicht anders beseitigt werden, als daß man an allen gemessenen Größen kleine Änderungen anbringt. Die Bestimmung dieser Änderungen ist eine „Ausgleichung bedingter Beobachtungen“. — Von einer solchen Ausgleichung ist schon in der Dispositionslehre auf S. 24 die Rede.

Ad 3. In den eben besprochenen Fällen a) und b) besteht das Ausgleichen in der Bestimmung eines einzigen Wertes, im Falle c) dagegen in der Bestimmung einer größeren Zahl von Werten.

In den ersten zwei Fällen hat man an den einzelnen beobachteten respektive berechneten Werten derartige Veränderungen („Verbesserungen“) anzubringen, daß diese Werte gleich werden, im Falle c) dagegen solche Veränderungen, daß die Beobachtungen gewissen theoretischen Bedingungen entsprechen.

Nun ist es nur natürlich, daß man stets bestrebt ist, die in Rede stehenden Größen oder „Rohwerte“ möglichst wenig, d. h. nur derart zu verändern, daß alle Veränderungen unter den gegebenen Umständen als die denkbar kleinsten betrachtet werden können.

---

[1]) Statt einer einzigen Konstanten und zweier voneinander abhängiger Variablen können auch einige Konstante und mehr als zwei Variable zueinander in einer bestimmten Beziehung stehen und die Aufgabe gestellt sein, die Konstanten zu ermitteln.

Dieser Forderung wird entsprochen, wenn die Summe der Quadrate der Veränderungen ein Minimum ist (aufgestellt von Karl Fried. Gauß, 1795).

Dahin zu arbeiten, daß die Summe der ersten Potenzen ein Minimum wird, wäre unrichtig, weil diese Summe mit Rücksicht auf die positiven und negativen Vorzeichen der ersten Potenzen auch dann ein Minimum — ja selbst 0 — sein kann, wenn die ersten Potenzen relativ sehr groß sind.

Jede streng wissenschaftliche Ausgleichung fundiert auf dem Gaußschen Satze von der kleinsten Quadratsumme und die Ausgleichungen mit Beachtung dieses Satzes heißen, wie bereits in der Dispositionslehre erwähnt erscheint, „Ausgleichungen auf Grund der Theorie der kleinsten Quadrate".

Die Anwendung dieser Theorie hat nicht nur den Vorteil, daß sie zu den unter den gegebenen Verhältnissen kleinsten, also natürlichsten Veränderungen führt, sondern auch noch den hohen Wert, daß man behufs Bestimmung der Veränderungen an den Rohwerten nicht herumzutasten braucht, sondern einen vollkommen sicheren Weg geht.

Ad 4. *a*) Ein und dieselbe Größe ist mit derselben Genauigkeit wiederholt, z. B. n mal gemessen worden. Man hat hiefür die Werte $o_1, o_2, o_3 \ldots . o_n$ erhalten. Es handelt sich nun darum, an Stelle von o_1, o_2 usw. einen einzigen Wert zu setzen, und zwar einen Wert M, dessen Abweichungen von o_1, o_2 usw. die denkbar kleinsten sind, der sich also allen Beobachtungen am besten anschließt oder anpaßt. Die erwähnten Abweichungen sind $M - o_1$, $M - o_2 \ldots M - o_n$. Nach 3) muß die Summe der Quadrate dieser Größen ein Minimum sein, also folgende Gleichung stattfinden:

$(M - o_1)^2 + (M - o_2)^2 + (M - o_3)^2 + \ldots . (M - o_n)^2 =$ Minimum.

Diese Gleichung ist erfüllt, sobald der erste Differenzialquotient nach $M =$ ist 0.

Es muß also:

$2(M - o_1) + 2(M - o_2) + 2(M - o_3) + \ldots 2(M - o_n) = 0$

oder $M - o_1 + M - o_2 + M - o_3 + \ldots . + M - o_n = 0$*, also

$nM = o_1 + o_2 + o_3 + \ldots . + o_n$, d. h.

$M = \frac{o_1 + o_2 + o_3 + \ldots . + o_n}{n}$; man sieht also, daß der

Wert, welcher sich allen Beobachtungen am genauesten anschließt, gleich ist dem arithmetischen Mittel der Beobachtungen.

Es ist dies eine Tatsache, die auch dem Gefühle entspricht und welche man lange ohne Beweis als feststehend betrachtet hat[1]).

In allen Abhandlungen über Ausgleichungen pflegt man die Größen $M - o_1$, $M - o_2$ usw. mit v_1, v_2 usw. zu bezeichnen. Diese Größen lassen sich selbstverständlich sehr leicht rechnen, sobald M bestimmt ist. Aus der mit * bezeichneten Relation ist zu ersehen, daß die Summe der $v = 0$ sein muß, welche Tatsache als Kontrollmittel von Wichtigkeit ist. Man pflegt die Summe der v allgemein mit $[v]$ zu bezeichnen und kann also schreiben $[v] = 0$. $[v]$ ist selbstverständlich algebraisch aufzufassen.

Weitere Betrachtungen:

α) Wenn man sich statt der n verschiedenen v n gleiche denkt, diese mit a bezeichnet und folgende Gleichung als bestehend annimmt: $v_1^2 + v_2^2 + v_3^2 + \ldots + v_n^2 = a^2 + a^2 + a^2 + \ldots + a^2$ oder $[v^2] = [vv] = na^2$, so folgt daraus $a = \pm\sqrt{\frac{[vv]}{n}}$. Man nennt a **die mittlere Abweichung der einzelnen Beobachtungen vom arithmetischen Mittel.**

β) Wenn W die Wahrheit ist, so kann man sagen:

$W = o_1 + w_1$

$W = o_2 + w_2$

$W = o_3 + w_3$ usw., wobei w_1, w_2, w_3 usw. die Abweichungen der einzelnen Beobachtungen von der Wahrheit W sind — uns natürlich ebensowenig bekannt wie die Wahrheit selbst. Die w sind als unvermeidliche Beobachtungsfehler sowohl positiv als auch negativ. Man bezeichnet die Summe der w ähnlich wie vorhin die Summe der v, also mit $[w]$ und die Summe der w^2 mit $[ww]$. Es soll nun wieder angenommen werden, daß die Summe der Quadrate der n verschiedenen $w =$ ist der Summe der Quadrate n gleicher Größen, welche mit m bezeichnet werden sollen. Es existiert dann folgende Relation: $w_1^2 + w_2^2 + \ldots + w_n^2 = m^2 + m^2 + \ldots + m^2$ oder

[1]) Die Wahrscheinlichkeitsrechnung bezeichnet das arithmetische Mittel M als jenen Wert, der die größte Wahrscheinlickkeit für sich hat, daß er der Wahrheit am nächsten steht und nennt ihn den „**wahrscheinlichsten**“.

$[ww] = nm^2$. Somit ist $m = \pm \sqrt{\frac{[ww]}{n}}$. Man nennt m (analog mit a) die mittlere Abweichung der einzelnen Beobachtungen von der Wahrheit oder auch den mittleren Fehler der einzelnen Beobachtungen. m ist ein Maßstab für die Genauigkeit, mit welcher beobachtet wurde. Je kleiner m, desto größer die Genauigkeit und umgekehrt. Wenn man die Genauigkeit der einzelnen Beobachtungen mit h bezeichnet, so ist $h = \frac{1}{m}$.

Bis nun ist aber m nicht bekannt, weil die Summe der w^2 oder $[ww]$ unbekannt ist.

Es läßt sich aber ein Näherungswert von m bestimmen.

Man gelangt zu demselben auf einem eigentümlichen Umwege, nämlich durch die Bestimmung der Abweichung des arithmetischen Mittels M von der Wahrheit. Dieselbe soll mit μ bezeichnet werden.

Vorgang um zu μ zu gelangen:

Nach früherem ist

$$W = o_1 + w_1$$
$$W = o_2 + w_2$$
$$\cdot \qquad \cdot$$
$$\cdot \qquad \cdot$$
$$\cdot \qquad \cdot$$
$$W = o_n + w_n; \text{ daraus folgt}$$

$$nW = o_1 + o_2 + o_3 + \ldots + o_n + w_1 + w_2 + w_3 + \ldots + w^n$$

oder

$$W = \frac{o_1 + o_2 + o_3 + \ldots + o_n}{n} + \frac{w_1 + w_2 + w_3 \ldots + w_n}{n} = M + \mu.$$

M ist hiebei das bekannte arithmetische Mittel der Beobachtungen und μ die Abweichung desselben von der Wahrheit.

Die Größe μ wird im allgemeinen immer kleiner sein, je größer die Zahl der Beobachtungen ist, weil mit der Zahl der Beobachtungen n unaufhörlich wächst, während der Zähler nicht recht nachkommen kann. Das letztere ist darin begründet, daß mit der Zahl der Beobachtungen die Wahrscheinlichkeit zunimmt, ein jedes positive w werde durch ein gleich großes negatives aufgehoben. Man sieht also, daß das arithmetische Mittel aus einer Wertgruppe nicht nur derjenige Wert ist, der sich sämtlichen Werten am besten anschließt,

sondern auch ein Wert, welcher der Wahrheit um so näher kommt, aus je mehr Beobachtungen er gebildet wird.

Nach dem Vorhergehenden ist $\mu = \frac{w_1 + w_2 + w_3 + \ldots + w_n}{n}$

folglich $\mu^2 = \frac{[ww]}{n^2} + \frac{2(w_1 w_2 + w_1 w_3 + \ldots + w_{n-1} w_n)}{n^2}$

Da der Zähler des zweiten Bruches aus positiven und negativen Produkten besteht, die sich nahezu auf 0 reduzieren werden, so kann man sagen: $\mu^2 \doteq \frac{[ww]}{n^2}$.

Nach früherem ist nun $[ww] = nm^2$; somit ist

$$\mu^2 \doteq \frac{m^2}{n} \text{ oder } \mu \doteq \pm \frac{m}{\sqrt{n}}.$$

Diese Formel lehrt, daß die Abweichung des Mittels von der Wahrheit durch Vermehrung der Beobachtungen respektive Vergrößerung der Zahl n beliebig reduziert werden kann.

Wenn z. B. μ nach fünffacher Beobachtung eines Winkels $\doteq \pm 20''$ ist und auf $10''$ herabgebracht werden soll, so muß die Zahl der Beobachtungen vervierfacht, also auf 20 erhöht werden.

Endbetrachtung für die Bestimmung des Wertes m.

Bekanntlich ist $W = o_1 + w_1$; dann ist aber auch

$$W = M + \mu. \text{ Daraus folgt}$$
$$o_1 + w_1 = M + \mu \text{ und}$$
$$w_1 = M - o_1 + \mu \text{ oder}$$
$$w_1 = v_1 + \mu. \text{ Ebenso ist}$$
$$w_2 = v_2 + \mu$$
$$w_3 = v_3 + \mu \text{ usw. und endlich}$$
$$w_n = v_n + \mu.$$

Quadriert man die vorliegenden Gleichungen, so erhält man:

$$w_1^2 = v_1^2 + 2v_1\mu + \mu^2$$
$$w_2^2 = v_2^2 + 2v_2\mu + \mu^2$$
$$w_3^2 = v_3^2 + 2v_3\mu + \mu^2$$
$$\cdot \qquad \cdot$$
$$\cdot \qquad \cdot$$
$$\cdot \qquad \cdot$$
$$w_n^2 = v_n^2 + 2v_n\mu + \mu^2, \text{ woraus folgt:}$$

$[ww] = [vv] + n\mu^2$, weil wegen $[v] = 0$ die Summe der zweiten Glieder, d. i. $2\mu[v]$ wegfällt.

Nachdem nun $[ww] = nm^2$ ist und $\mu^2 \doteq \frac{m^2}{n}$, so kann die letzte Gleichung auch so geschrieben werden:

$$nm^2 \doteq [vv] + m^2 \text{ oder } m^2 (n - 1) \doteq [vv].$$

Daraus folgt aber: $m \doteq \pm \sqrt{\frac{[vv]}{n-1}}$.

In dieser Form läßt sich der mittlere Fehler der einzelnen Beobachtungen einer Beobachtungsreihe rechnerisch sehr leicht bestimmen, ebenso der Wert für μ, der nun folgende Form hat: $\mu \doteq \pm \sqrt{\frac{[vv]}{n(n-1)}}$.

Zusammenstellung:

$$a = \pm \sqrt{\frac{[vv]}{n}}$$

$$m \doteq \pm \sqrt{\frac{[vv]}{n-1}}$$

$$\mu \doteq \pm \sqrt{\frac{[vv]}{n(n-1)}}.$$

Von diesen drei Werten spielen besonders die letzten zwei eine große Rolle — m bei der Beurteilung der Genauigkeit der einzelnen Beobachtungen einer Beobachtungsreihe, μ bei der Beurteilung der Genauigkeit des arithmetischen Mittels von Beobachtungen. m hängt hauptsächlich vom Apparate und von der Sorgfalt des Beobachters ab und ändert sich, solange diese Faktoren gleich bleiben, mit einer Vermehrung der Beobachtungen nur äußerst wenig; μ dagegen wird mit zunehmendem n kleiner, kann also auf ein beliebiges Maß reduziert werden.

Von zwei gleichartigen Apparaten, mit denen bei gleicher Sorgfalt ungleiche m konstatiert wurden, ist jener wertvoller, dessen Beobachtungen mit einem kleineren m behaftet sind.

Aus den vorhergehenden Ausführungen ergab sich, daß das arithmetische Mittel um so wertvoller ist, aus je mehr Beobachtungen dasselbe gebildet wird. Aber schon das arithmetische Mittel aus nur zwei Beobachtungen ist vorteihaft. Man erkennt dies aus der auf Fig. 28 (Taf. 4) basierten Betrachtung:

AB ist dort die wahre Größe einer Strecke, *AB'* der denkbar schlechteste Wert im negativen Sinne, eine gewisse Messungsart

und Sorgfalt vorausgesetzt, AB'' der denkbar schlechteste Wert im positiven Sinne.

Mißt man nur einmal, so ist immer die Gefahr vorhanden, daß man statt AB AB' oder AB'' erhält. Mißt man jedoch zweimal, so kann man — zwei verschiedene Resultate vorausgesetzt — im arithmetischen Mittel niemals die schlechtesten Resultate AB' oder AB'' erhalten. So ist z. B. das Mittel der beiden Messungsergebnisse AB'' und Aa, d. i. $A\beta$, besser wie AB''.

Durch zwei Messungen sichert man sich also zunächst gegen einen groben Fehler, durch die Bildung des arithmetischen Mittels aus denselben gegen die schlechtesten Werte, welche unter den gegebenen Verhältnissen zum Vorschein kommen können und damit gegen die größte Abweichung des Messungsergebnisses von der Wahrheit.

b) Die additionelle Konstante eines Reichenbachschen Distanzmessers, d. i. c, wurde $= 0{\cdot}42^m$ gefunden. Es ist die Multiplikationskonstante C zu bestimmen. Zu diesem Behufe wurden die Strecken 40^m, 80^m, 120^m und 160^m auf eine annähernd horizontale Feldgerade AB von A gegen B aufgetragen und das Instrument um $0{\cdot}42^m$ von A aus nach rückwärts, mit annähernd horizontaler Mittelvisur aufgestellt. Als Lattenabschnitte in den 40, 80, 120 und 160^m von A entfernten Punkten ergaben sich die Strecken $0{\cdot}4435^m$ beziehungsweise $0{\cdot}8905^m$, $1{\cdot}3380^m$ und $1{\cdot}7710^m$.

Bezeichnet man die Strecken 40^m, 80^m, 120^m und 160^m nacheinander mit D_1, D_2, D_3 und D_4, die ihnen entsprechenden Lattenabschnitte $0{\cdot}4435^m$, $0{\cdot}8905^m$, $1{\cdot}3380^m$ und $1{\cdot}7710^m$ mit L_1 respektive L_2, L_3 und L_4 und stellt man sich die Aufgabe, ein C zu bestimmen, welches sich den verschiedenen C, die sich aus L_1, L_2, L_3 und L_4 nach der Formel $D = CL$ ergeben, am besten anschließt, so gelangt man auf dem Wege einer eingehenderen mathematischen Behandlung zu der folgenden Gleichung:

$$(L_1 L_1 + L_2 L_2 + L_3 L_3 + L_4 L_4)\, C = L_1 D_1 + L_2 D_2 + L_3 D_3 + L_4 D_4$$

$$\text{oder } [LL]\, C = [LD].$$

Man nennt diese Gleichung eine „Normalgleichung“.

Aus derselben ist $C = \frac{[LD]}{[LL]}$.

Tabellarische Zusammenstellung der zur Berechnung von C erforderlichen Werte:

Index	L^m	LL	D^m	LD
1	0·4435	0·196682	40·000	17·7400
2	0·8905	0·792990	80·000	71·2400
3	1·3380	1·790244	120·000	160·5600
4	1·7710	3·136441	160·000	283·3600
Summen	. . .	5·916357	. . .	532·9000

Demgemäß ist $C = \frac{532{\cdot}9000}{5{\cdot}916357} = 90{\cdot}0723.$

Die Endformel für den in Rede stehenden Reichenbachschen Distanzmesser lautet also $D^m = 90{\cdot}0723\, L^m + 0{\cdot}42^m$.[1])

c) Zur Bestimmung eines Dreieckes ABC (Fig. 29 auf Taf. 4) sind gemessen worden: AB, dann die Winkel α und β und endlich — zunächst wegen der Kontrolle und um sich ein Urteil hinsichtlich der Genauigkeit der Winkelbeobachtungen bilden zu können — der Winkel γ. Die Summe $\alpha + \beta + \gamma$ weicht von 180° um den kleinen Betrag v ab. Ein Dreieck auf der Basis AB mit den Winkeln α, β und γ ist mithin unmöglich.

Den gemessenen Winkel γ aber ganz zu ignorieren, nachdem man ihn als Kontroll- respektive Schätzmittel verwendet hat, geht nicht gut an. Es widerspricht der Logik — ist doch γ gleichwertig mit α und β. Es widerspricht auch dem Gerechtigkeitsgefühl, die bei der Bestimmung von α und β begangenen unvermeidlichen Fehler auf den dritten Winkel allein zu übertragen.

Man wird mithin den gegebenen Umständen am besten entsprechen, wenn man ein Dreieck konstruiert, in welchem sowohl α und β als auch γ vorkommen, aber natürlich nicht in der ursprünglichen Größe (d. h. als „Rohwerte"), sondern ein wenig geändert.

Es lassen sich nun unzählig viele Dreiecke denken. Welches von denselben hat die größte Berechtigung?

---

[1]) Die Größe C (hier 90·0723) wird vielfach auch als einfaches arithmetisches Mittel aus den Werten $\frac{D_1}{L_1}$, $\frac{D_2}{L_2}$, $\frac{D_3}{L_3}$ und $\frac{D_4}{L_4}$ bestimmt.

Das natürliche Gefühl sagt wieder: Ein Dreieck, dessen Winkel mit α, β und γ möglichst übereinstimmen oder dessen Winkel von α, β und γ möglichst wenig abweichen.

Wenn die Veränderung von α (schlechtweg „Korrektur" von α) mit $\bar{\alpha}$ [1]), die von β mit $\bar{\beta}$ und jene von γ mit $\bar{\gamma}$ bezeichnet wird, so kann man sagen:

$$\bar{\alpha}^2 + \bar{\beta}^2 + \bar{\gamma}^2 = \text{Minimum, daher}$$

$$\bar{\alpha} \,.\, d\bar{\alpha} + \bar{\beta} \,.\, d\bar{\beta} + \bar{\gamma} \,.\, d\bar{\gamma} = 0 \quad \ldots \ldots \ldots (1).$$

Nun ist aber $\bar{\alpha} + \bar{\beta} + \bar{\gamma} + v = 0$, wobei $v = \alpha + \beta + \gamma - 180^\circ$. (2),

$$\text{somit } d\bar{\alpha} + d\bar{\beta} + d\bar{\gamma} = 0 \text{ oder}$$

$$\bar{\alpha} \,.\, d\bar{\alpha} + \bar{\alpha} \,.\, d\bar{\beta} + \bar{\alpha} \,.\, d\bar{\gamma} = 0 \quad \ldots \ldots \ldots (3).$$

Subtrahiert man die Gleichung (3) von der Gleichung (1), so ergibt sich:

$$(\bar{\beta} - \bar{\alpha})\, d\bar{\beta} + (\bar{\gamma} - \bar{\alpha})\, d\bar{\gamma} = 0 \quad \ldots \ldots (4)$$

Diese Gleichung ist, weil die Größen $d\bar{\beta}$ und $d\bar{\gamma}$ voneinander unabhängig sind, nur dann möglich, wenn die Koeffizienten $\bar{\beta} - \bar{\alpha}$ und $\bar{\gamma} - \bar{\alpha} = 0$ werden. Daraus folgt unmittelbar $\bar{\beta} = \bar{\alpha}$ und $\bar{\gamma} = \bar{\alpha}$ also $\bar{\alpha} = \bar{\beta} = \bar{\gamma}$. Aus der Gleichung (2) folgt nun weiter $\bar{\alpha} = \bar{\beta} = \bar{\gamma} = -\frac{v}{3}$, d. h. die Dreieckswinkel erfahren die kleinsten Veränderungen, wenn man den Fehler in der Winkelsumme auf alle drei Winkel gleichmäßig verteilt.

Die Ausgleichungsrechnung bestimmt nach erfolgter Fehlerverteilung den mittleren Fehler der „korrigierten" Winkel α, β und γ und findet, daß er kleiner ist wie der den Rohwerten anhaftende mittlere Fehler. Das Verhältnis dieser Fehler wird als der durch die Ausgleichung erzielte Genauigkeitsgewinn betrachtet und die Genauigkeit der ausgeglichenen Winkel als größer angesehen (um zirka 20%).[2])

---

[1]) Man lese: „α quer".

[2]) Benützt man zur Beurteilung, zur Messung der Genauigkeit statt des mittleren Fehlers den Maximalfehler, d. h. jenen Fehler, welcher auf Grund von Erfahrungen eventuell Versuchen unter den gegebenen Verhältnissen als der größte betrachtet werden kann, so gelangt man zu einem andern Ergebnisse.

Dasselbe soll auf Grund der Fig. 30 auf Taf. 4 erörtert werden.

ABC ist das ideale Dreieck. Die Messung des Winkels α ergab einen der zwei denkbar schlechtesten Werte, nämlich $\alpha - m$; ebenso hat man bei der

Es läßt sich übrigens noch ein anderer Genauigkeitsgewinn als Folge der Ausgleichung nachweisen. Die Mitberücksichtigung des dritten Winkels γ übt nämlich sehr häufig einen günstigen Einfluß auf die Lage des Punktes C und kann man in dieser Beziehung folgendes sagen: In allen Fällen, in denen die größte Abweichung des Punktes C von der richtigen Lage gleichzeitig eintritt mit einer der zwei größten Fehleransammlungen bei C, hat die Verhinderung dieser Ansammlungen durch Mitberücksichtigung des gemessenen γ zur Folge, daß C bestimmt aus α, β und γ von der Wahrheit nicht mehr so weit abweichen kann, wie wenn γ nicht beachtet wird. Durch Mitberücksichtigung von γ wird also C vor der unter den obwaltenden Verhältnissen möglichen größten Abweichung von der Wahrheit gesichert.

Das Gleiche gilt, wenn man zur Berechnung einer der beiden unbekannten Seiten AC oder BC einmal nur α und β, ein zweites Mal jedoch α, β und γ verwendet. Ist nämlich das Dreieck ABC so geformt, daß der schlechteste Wert von BC zugleich mit einer der zwei größten Fehleransammlungen in C eintritt, dann wird die Berücksichtigung von γ gegen den schlechtesten Wert von BC sichern.

Es soll dies durch ein Zahlenbeispiel demonstriert und hiebei der Einfachheit wegen angenommen werden, daß das Dreieck ABC (Fig. 31, Taf. 4) gleichschenkelig ist und die Basis AB zufällig fehlerlos bestimmt wurde.

Die Winkel an der Basis, α und β, im idealen Dreiecke gleich, haben z. B. die Größe von 70°; γ ist somit in diesem Dreiecke $= 40°$.

Messung von β um den Höchstbetrag des Fehlers gefehlt und statt β $\beta + m$ erhalten. Der dritte Winkel (bei C) muß jetzt gleich dem richtigen, d. h. gleich γ sein. Mißt man aber diesen Winkel, so kann man auch um $\pm m$ fehlen. Fehlt man um $+m$ und gleicht man aus, so werden die Winkel $\alpha - m$ und $\beta + m$ um $\frac{m}{3}$ verkleinert werden müssen, der Winkel bei A also noch kleiner werden wie früher. Während man demnach gelegentlich der Bestimmung des Dreieckes ABC aus bloß zwei Winkeln nur um m fehlen konnte, kann man jetzt infolge des Ausgleichens um mehr als m, d. h. um $m + \frac{m}{3}$ fehlen. Unter solchen Umständen kann man wohl von einer Erhöhung der Genauigkeit nicht sprechen.

Schon aus diesem Beispiele kann geschlossen werden, daß die Verwendung des sogenannten mittleren Fehlers zur Beurteilung des Effektes von Ausgleichungen bedingter Beobachtungen eine gewisse Vorsicht verlangt.

Um möglichst drastische Resultate zu erhalten, soll angenommen werden, daß man mit dem in Anwendung stehenden Winkelinstrumente um $m = 2°$ fehlen kann.

Aus der Fig. 32 auf Taf. 4 sieht man sofort, daß im gegebenen Falle das kleinste BC, d. i. BC_1, dann zum Vorschein kommt, wenn α und β um m zu klein bestimmt wurden. BC_1 bestimmt aus AB, α und dem aus α und β berechneten γ ist $= AB \frac{\sin(\alpha - m)}{\sin(\gamma + 2m)}$.

Das größte BC, d. i. BC_6, wird zum Vorschein kommen, wenn α und β um m zu groß bestimmt worden sind; dann ist $BC_6 =$ $= AB \cdot \frac{\sin(\alpha + m)}{\sin(\gamma - 2m)}$.

Zwischen dem Minimum und dem Maximum von BC liegen noch die Werte $BC_2 = AB \cdot \frac{\sin(\alpha - m)}{\sin(\gamma + m)}$, $BC_3 = AB \cdot \frac{\sin(\alpha - m)}{\sin\gamma}$ $BC_4 = AB \cdot \frac{\sin\alpha}{\sin\gamma}$ und $BC_5 = AB \cdot \frac{\sin\alpha}{\sin(\gamma - m)}$.

Für die Beurteilung der sechs in Rede stehenden Werte sind natürlich nur die Koeffizienten von AB von Belang.

Sie betragen im vorliegenden Falle

für BC_1	für BC_2	für BC_3	für BC_4	für BC_5	für BC_6
1·3348*	1·3857	1·4424	1·4620	1·5264	1·6180**

Mißt man γ und verteilt man den Fehler in der Winkelsumme auf α, β und γ in bekannter Weise, so werden sich 18 neue Werte für die Koeffizienten von AB ergeben — 6, wenn γ um m zu groß, 6, wenn es richtig und 6, wenn es um m zu klein erhalten wurde. Sie sind in den folgenden 3 Zeilen angegeben.

1·3744	1·3857	1·3972	1·4167	1·4294	1·4620
1·4167	1·4294	1·4424	1·4620	1·4762	1·5103
1·4620	1·4762	1·4909	1·5103	1·5264	1·5622

Der Wert * ist das Minimum, der Wert ** das Maximum. Aus dieser Zusammenstellung sieht man deutlich, daß alle Werte des Koeffizienten von AB, für deren Bestimmung nicht nur α und β, sondern auch γ gemessen und rechnerisch benützt wurde, zwischen

dem Maximum und Minimum liegen, daß also die Benützung von γ gegen den schlechtesten Wert von BC (hier $1{\cdot}6180 \cdot AB$) sichert.

Ein drastisches Beispiel betreffend die Wirkung des Ausgleichens im eben besprochenen Sinne liefert eine Meßtischpolygonisierung zwischen Triangulierungspunkten, z. B. zwischen den Punkten a und b in Fig. 33 auf Taf. 4.

Das Resultat derselben ist der Zug $a\ 1'\ 2'\ 3'\ 4'\ 5'\ 6'\ b'$. Die Ausgleichung erfolgt, wie dies später auch bei der Kartierung von Theodolitzügen besprochen werden wird, durch Parallelverschiebung der Brechungspunkte $1'\ 2'\ 3'$ usw. im Sinne des Schlußfehlers bb' proportional mit den Zugslängen von a bis zu den einzelnen Brechungspunkten.

Je größer der Schlußfehler unter sonst gleichen Verhältnissen ausfällt, desto sicherer wird der Polygonzug durch die Ausgleichung verbessert werden. Verschlechterungen werden nur bei kleineren Schlußfehlern möglich sein. Immer wird man aber sagen können, daß die Zone, in welcher sich ein ausgeglichener Zug bewegt, schmäler ist wie jene Zone, in welcher sich ein nicht ausgeglichener Zug bewegen kann.

Das schlechteste Resultat der Arbeit hängt eben auch hier mit der ungünstigsten Fehleransammlung (Ansammlung in demselben Sinne) innig zusammen.

Hängen dagegen, um wieder auf das Dreieck zurückzukommen, wie in Fig. 34 auf Taf. 4 die schlechteste Lage von C oder der schlechteste Wert von BC mit der größten Fehleransammlung bei C nicht zusammen, so ist auch die beschriebene Verteilung des Fehlers in der Winkelsumme auf die drei Winkel von keinem greifbaren Erfolg begleitet. Sie wird mitunter von Vorteil sein, mitunter aber auch nicht. Eine Sicherung gegen die größten Fehler in der Lage von C oder in der Länge von BC wird nicht eintreten.

Während dem Gesagten zufolge einem einzelnen Dreiecke aus der Mitberücksichtigung des dritten Winkels nur bedingungsweise Vorteile erwachsen, ist die Verwendung von überzähligen Messungsdaten in Dreieckssystemen immer vorteilhaft und zwar umsomehr, je mehr solcher Daten man benützt.

Es ist dies darin begründet, daß die für Triangulierungen sehr gefährlichen Fehleransammlungen in einzelnen Stationen umsoweniger möglich sind, je mehr Bedingungen man erfüllt und

daß mit der Zahl der benützten Beobachtungen die Wahrscheinlichkeit einer Paralysierung der unvermeidlichen Beobachtungsfehler respektive ihres Einflusses stetig zunimmt.

Es tritt ungefähr dasselbe ein, was vom arithmetischen Mittel aus zahlreichen Werten behauptet werden kann oder auch von einer Meßtischplatte, welche (um das sogenannte „Werfen" zu verhindern) aus zahlreichen Stücken zusammengesetzt wird.

So wird in der Fig. 35 auf Taf. 4 die Verwendung der überzähligen, durch punktierte Linien angedeuteten Visuren respektive der diesen Visuren entsprechenden Winkel stets vorteilhaft sein. Ähnliches gilt von Polygonzügen. So wird der Polygonzug 1—8, welcher zwischen die Triangulierungspunkte *a* und *b* des Dreieckes *abc* (Fig. 36, Taf. 4) eingeschaltet werden soll, ganz besonders verbessert oder „versteift", wenn außer den unbedingt notwendigen Messungen (Winkel *ca*1, dann die Winkel bei 1, 2 usw. bis 7 und die Strecken *a*1 — 1, 2 — 2, 3 usw. bis 7, 8) und außer dem Winkel 7, 8*b* und der Strecke 8*b* auch noch der Winkel bei *b* (∡ 8*bc*) verwendet wird.[1])

Diese Verbesserungen oder „Versteifungen" bestehen aber wie früher beim Dreiecke Fig. 32 und beim Polygonzuge Fig. 33 lediglich in einer Sicherung der Punktlagen gegen jene größten Abweichungen von der Wahrheit, die sich ergeben können, wenn nur unbedingt notwendige Messungsdaten verwendet werden.

Sie sind also gleichbedeutend mit Verkleinerungen oder Einengungen der Genauigkeitskreise und schließen Verschlechterungen der aus den unbedingt notwendigen Messungen hervorgehenden Resultate keineswegs aus.

---

[1]) Wenn zur Bezeichnung eines Winkels drei Zeichen (Ziffern oder Buchstaben) verwendet werden, so entspricht bekanntlich das mittlere oder zweite Zeichen stets dem Scheitelpunkte. Das erste und zweite Zeichen markieren ferner den sogenannten „ersten" Schenkel, das zweite und dritte Zeichen den „zweiten" Schenkel und den Winkel denkt man sich derart entstanden, daß der erste Schenkel um den Scheitelpunkt im Sinne der Uhrzeigerbewegung solange gedreht wird, bis er in den zweiten fällt. Dem Gesagten zufolge kann z. B. in der Fig. 36 auf Taf. 4 der Winkel 7, 8*b* nur der mit dem Bogen bezeichnete Winkel sein und wenn eine Polygonisierung von 1 über 2, 3, 4 usw. durchgeführt wird, so sind die Brechungswinkel 1, 2, 3 — 2, 3, 4 — 3, 4, 5 usw. stets die zur linken Hand gelegenen Winkel.

Wenn man auf Grund der vorhergehenden Ausführungen die Notwendigkeit und Wirkung des Ausgleichens noch einmal kurz zusammenfaßt, so kann man sagen:

Es gibt Fälle, in denen eine Ausgleichung erfolgen muß, wie dies schon auf S. 25 in der Dispositionslehre angedeutet erscheint. Würde man die Winkel des dort besprochenen Dreiecksystems nicht ausgleichen, so wäre das Dreieck 4 unter Umständen für die Detailaufnahme ganz unbrauchbar. Ähnliches gilt von der Polygonisierung zwischen *a* und *b* in Fig. 33 auf Taf. 4, wo eine geradlinige Verbindung von 6′ mit *b* zumeist sehr unangenehme Folgen für den Detail-Anschluß hätte.

In der überwiegenden Zahl der Fälle ist eine Ausgleichung wohl nicht unbedingt notwendig, wird aber doch durchgeführt.

Die Hauptmotive hiefür sind:

1. Bei allen Arten der Ausgleichung Logik und Gerechtigkeitsgefühl.

2. Bei der Ausgleichung direkter Beobachtungen die Möglichkeit, durch Bildung eines arithmetischen Mittels die Abweichung des Messungsergebnisses von der Wahrheit beliebig zu reduzieren.

3. Bei der Ausgleichung vermittelnder Beobachtungen die Möglichkeit einer genaueren Bestimmung von gewissen Werten (Konstanten).

4. In der überwiegenden Zahl der Fälle von Ausgleichungen bedingter Beobachtungen die Möglichkeit, Punktlagen durch Einengung oder Verkleinerung der Genauigkeitskreise zu verbessern.

Aus dem Gesagten geht hervor, daß das Ausgleichen auch dann, wenn es nicht unbedingt notwendig ist, Vorteile genug bietet, um ihm eine entsprechende Aufmerksamkeit zuzuwenden. Doch ist es immer besser, scharf zu beobachten wie übermäßig viel auszugleichen.

Alle bisher besprochenen Ausgleichungen basieren auf der Annahme, daß die Genauigkeit der Beobachtungen eine gleiche ist.

Im Gegenfalle ändern sich die Verhältnisse.

Wenn z. B. bei der Ausgleichung direkter Beobachtungen die Größen o_1, o_2, o_3 usw. nicht mit vollkommen gleicher Genauigkeit gemessen worden sind, dann ist das gewöhnliche arithmetische Mittel kein befriedigender Wert. Offenbar muß der zu bestimmende

Endwert den genaueren Beobachtungen näher liegen wie den minder genauen.

Eingehendere mathematische Studien führen in diesem Falle zu einem arithmetischen Mittel von folgender Form:

$$M' = \frac{p_1 o_1 + p_2 o_2 + p_3 o_3 + \ldots + p_n o_n}{p_1 + p_2 + p_3 + \ldots + p_n} = \frac{[po]}{[p]}.$$

Man nennt diesen Wert das allgemeine arithmetische Mittel. p_1, p_2, p_3 usw. sind Größen, welche sich zueinander ebenso verhalten wie die Quadrate der Genauigkeiten. Sie werden „Gewichtszahlen" oder „Gewichte" genannt. Nachdem nun die Genauigkeit einer Beobachtung bekanntlich durch den reziproken Wert ihres mittleren Fehlers ausgedrückt wird, so kann man sagen $p_1 : p_2 : p_3 : \ldots = = \frac{1}{m_1^2} : \frac{1}{m_2^2} : \frac{1}{m_3^2} \ldots$

Bei der Ausgleichung vermittelnder oder bedingter Beobachtungen von ungleicher Genauigkeit ist im Prinzipe so vorzugehen wie bei Beobachtungen von gleicher Genauigkeit, doch ist nicht die Summe der Fehlerquadrate auf ein Minimum zu bringen, sondern die Summe aus den Produkten der Gewichte der einzelnen Beobachtungen in die zugehörigen Fehlerquadrate.

Ein anderer Modus besteht darin, daß man Beobachtungen von ungleicher Genauigkeit auf solche von gleicher Genauigkeit zu bringen trachtet, wozu man sich des arithmetischen Mittels in der bekannten Weise bedienen kann, vorausgesetzt, daß dadurch keine zu große Arbeitsvermehrung eintritt.

Kartierung der in der Dispositionslehre besprochenen wichtigsten Netzformen für kleine Aufnahmen.

a) Die gerade Achse (erfordert keine Besprechung).

b) Dreieck, durch Lineartriangulierung bestimmt.

Der Punkt *c* des Dreieckes *abc* (Fig. 37, Taf. 5) wird als Schnittpunkt von zwei Bögen bestimmt, die von den Endpunkten der verjüngten Strecke *ab* aus mit den verjüngten Strecken *ac* respektive *bc* beschrieben werden.

Es ist hiebei zweckmäßiger, diese Bögen mit der Stahlspitze des Haarzirkels fein einzugravieren als sie mit Bleistift zu ziehen.

Sind die Seiten des Dreieckes so lang, daß man sie mit dem Haarzirkel nicht fassen kann, so kann man sich in zweifacher Weise helfen, und zwar:

1. Indem man einen Stangenzirkel verwendet. Die Dreieckseiten werden hiebei am besten auf eine Seite des sogenannten Sektionsrechteckes aufgetragen und von dort mit dem Stangenzirkel abgenommen.

2. Man zeichnet das Dreieck *abc* auf einem besonderen Papier verkleinert auf (z. B. $\frac{1}{2}$ oder $\frac{1}{3}$ der Verjüngung), und zwar flüchtig und zieht hierauf die Höhe cc_1.

Nun bestimmt man auf der angenommenen Basis *ab* am Reißbrette (Fig. 38, Taf. 5) den Punkt c_1 durch Verdopplung respektive Verdreifachung der aus der flüchtigen Zeichnung entnommenen Abszisse ac_1, errichtet in c_1 eine Senkrechte zu *ab*, trägt darauf die zwei- respektive dreifache Strecke cc_1 der Hilfsfigur auf und erhält so einen schon nahe am zu bestimmenden Punkte *c* gelegenen Punkt *c'*. Die genaue Bestimmung von *c* wird nun in folgender Weise vorgenommen:

Es werden *a* und *b* mit dem flüchtig bestimmten Punkte *c'* geradlinig verbunden, auf *ac'* von *a* aus die Strecke *ac* genau aufgetragen und im Endpunkte auf *ac'* ein Perpendikel errichtet. Dieses kann — ganz kurz genommen — als ein Kreisbogen betrachtet werden, der mit dem Radius *ac* von *a* aus beschrieben wurde.

Dann geht man genau so vor, um den zweiten Bogen (von *b* aus mit dem Radius *bc*) zu erhalten. Der Schnittpunkt der zwei Bögen oder vielmehr der sie ersetzenden Perpendikel ist der zu bestimmende Punkt *c*.

Bemerkung:

Die Auftragung der Strecken *ac* auf *ac'* und *bc* auf *bc'* erfolgt mit dem Haarzirkel, indem diese Strecken entsprechend zerlegt werden, oder mit dem Abschiebelineal. Das letztere ist weit besser.

c) Polygon, durch Lineartriangulierung bestimmt.

Erfordert mit Rücksicht auf das Vorhergehende keine besondere Besprechung.

d) Polygon, durch rechtwinkelige Koordinaten bestimmt (Fig. 39, Taf. 5).

Die Auftragung kann mit den gewöhnlichen Zeichenrequisiten erfolgen oder mit dem Auftrageapparate von Inspektor E. Engel. Wenn man die gewöhnlichen Zeichenrequisiten verwendet, so trägt man zuerst die Abszissen auf, legt ein Holzdreieck mit der Hypotenuse an die Abszissenachse genau an, unterstützt eine seiner Katheten mit einem Lineal (Fig. 40, Taf. 5), hält dieses fest, bringt das Dreieck in die durch punktierte Linien angegebene Lage und verschiebt es längs des Lineals derart, daß die Hypotenuse durch die aufgetragenen Punkte geht. Auf die nach der Hypotenuse gezogenen Geraden werden dann die Ordinaten der Punkte aufgetragen.

e) Die gebrochene Achse.

Um das Punktsystem *abc* (Fig. 41, Taf. 5), welches durch die Strecken *ab*, *bc* und den Winkel *abc* bestimmt ist, aufzutragen, ist es am zweckmäßigsten die Strecken *bc'* und *cc'* aus *bc* und *α* zu rechnen und dann wie im Falle *d*) vorzugehen.

f) Polygon, durch Polarkoordinaten bestimmt.

Bei der Kartierung des durch die Winkel bei *P* und durch die Distanzen *Pa*, *Pb*, *Pc* usw. gegebenen Polygons *abcdef* (Fig. 42, Taf. 5) kann man entweder ebenso vorgehen wie bei der Auftragung der gebrochenen Achse oder man verwendet einen Apparat zum Winkelzeichnen, z. B. einen Tachygraphplanimeter von Schlesinger. Zu diesem Zwecke wird *P* entsprechend angenommen, das Fußlineal des Apparates fixiert, der Winkelzeichner nacheinander auf die den Strahlen *Pa*, *Pb* usw. zukommenden zentrierten Theodolitlesungen gestellt, Leitschiene und Schlitten derart verschoben, daß die Ziehkante in jeder ihrer Stellungen *P* passiert und der Strahlenbüschel *Pa*, *Pb*, ... *Pf* gezeichnet. Trägt man auf die einzelnen Strahlen die entsprechenden Längen auf, so hat man die Punkte *a*, *b*, *c* usw.

g) Polygon, durch Polygonisierung bestimmt.

Die Kartierung von durch Polygonisierung bestimmten Polygonen ist eine besonders wichtige Aufgabe. Sie kann in dreifacher Weise durchgeführt werden, und zwar:

1. Mit Hilfe der gewöhnlichen Zeichenrequisiten,
2. mit Hilfe von Winkelauftrageapparaten und
3. mit Hilfe von berechneten Koordinaten.

Der größeren Klarheit wegen sollen diese Methoden zunächst an einem Polygonzuge (Fig. 43, Taf. 5) demonstriert werden.

Zu dessen Bestimmung oder Festlegung sind die Strecken $1, 2 = a_1$; $2, 3 = a_2$; $3, 4 = a_3$ und die Brechungswinkel $1, 2, 3 = A_2$; $2, 3, 4 = A_3$ gemessen worden.

Nach der ersten Methode kann die Auftragung in nachstehender Weise erfolgen:

Man nimmt die Strecke 1, 2 am Reißbrette, also verjüngt an und verlängert sie entsprechend; dann berechnet man $3, 3' = a_2 \sin \alpha$ und $2, 3' = a_2 \cos \alpha$ und benützt diese Längen zur Konstruktion von 3.

In ganz gleicher Weise werden die Koordinaten von 4 mit Rücksicht auf die Strecke 2, 3 als Abszissenachse berechnet und 4 aufgetragen.

Die angegebene Methode hat den Nachteil einer bedeutenden Fehleransammlung.

Die 2. und 3. Methode bedingen die Annahme des sogenannten „Südwinkels" der Seite 1, 2, d. h. des Winkels w_1 in Fig. 44 auf Taf. 5.

Man erhält diesen Winkel, wenn man durch den Anfangspunkt der Seite, hier also 1, eine Parallele zur x-Achse, d. h. zum Meridian des Koordinatenanfangspunktes gegen Süden zieht und diese Gerade um den Punkt 1 als Scharnier im Sinne der Uhrzeigerbewegung so lange dreht, bis sie mit der Geraden 1, 2 zusammenfällt.[1])

Die Durchführung der zweiten Methode erfordert die Kenntnis der Südwinkel aller drei Seiten des in Rede stehenden Polygonzuges. Hierzu soll die allgemeine Formel für die Bestimmung des Südwinkels einer Seite aus dem Südwinkel der vorhergehenden Seite und aus dem von beiden Seiten eingeschlossenen Winkel (Polygon- oder Brechungswinkel) abgeleitet werden.

Fall a) (Fig 45, Taf. 5)

$w_{n+1} = w_n - \alpha$, $\alpha = 180° - A_{n+1}$, daher

$w_{n+1} = w_n - 180° + A_{n+1} = w_n + A_{n+1} - 180°$.

---

[1]) Demgemäß kann man statt „Winkel w_1" auch „Winkel x 1, 2" schreiben.

Fall b) (Fig. 46, Taf. 5)

$w_{n+1} = w_n + \beta$, $\beta = A_{n+1} - 180°$, daher

$w_{n+1} = w_n + A_{n+1} - 180°$.

Fall c) (Fig. 47, Taf. 5)

$w_{n+1} = w_n + A_{n+1} + 180°$.

Die allgemeine Formel ist also:

$w_{n+1} = w_n + A_{n+1} \pm 180°$. Das Zeichen — gilt, wenn die Summe $w_n + A_{n+1}$ größer ist als 180°, das Zeichen + hingegen gilt, wenn diese Summe kleiner ist als 180°.

Sind w_1, w_2 und w_3 bekannt, so ist die Konstruktion des Zuges mit einem Winkelauftrageapparate ganz einfach. Hat man z. B. einen Tachygraphplanimeter, so stellt man zunächst dessen Ziehkante derart, daß sie parallel ist zur Leitschiene und nach aufwärts weist. Dies ist der Fall, wenn der Nullpunkt der Theodolitskala des Winkelzeichners mit dem Nullpunkt des Nonius N koinzidiert. Hierauf wird der Winkelzeichner gesperrt, der ganze Apparat derart gedreht, daß die Ziehkante mit der Richtung der x übereinstimmt, und das Fußlineal mit dem Zeichenbrette fest verbunden.

Dreht man nun den Winkelzeichner derart, daß am Nonius N die dem Südwinkel w_1 entsprechende Ablesung zum Vorschein kommt, so hat die Ziehkante dieselbe Lage wie a_1. Man sperrt jetzt den Winkelzeichner, verschiebt Leitschiene und Schlitten derart, daß die Ziehkante den angenommenen oder gegebenen Punkt 1 passiert, zieht nach ihr eine Gerade und trägt darauf die verjüngte Strecke a_1 auf. Das Resultat ist 2 usw.

Die beschriebene Methode hat gegenüber der ersten den großen Vorteil, daß ein im Auftragen begründeter Fehler in der Richtung der Seite a_{n-1} auf die Richtung der Seite a_n gar nicht einwirkt.

Das Prinzip der nun folgenden dritten Methode besteht darin, daß man die Koordinaten von 1 mit Rücksicht auf das in Fig. 44 auf Taf. 5 dargestellte Achsensystem annimmt, aus ihnen, den Bestimmungselementen des Polygonzuges und dem Südwinkel w_1 die Koordinaten von 2, 3, 4 rechnet und hierauf jeden der vier Punkte mit Hilfe seiner Koordinaten unabhängig von allen übrigen aufträgt. Diese Auftragung liefert entschieden die besten Resultate. Sie wird später eingehend besprochen werden.

Die Berechnung der Koordinaten von 2, 3 und 4, besprochen auf Grund der Fig. 44, setzt sich aus drei Berechnungen zusammen, und zwar:

1. Berechnung der Südwinkel w_2 und w_3 nach der für die zweite Methode entwickelten Formel.

2. Berechnung der sogenannten x- und y-Längen von a_1, a_2 und a_3.

Die x-Länge von a_1 ist die orthogonale Projektion der Seite a_1 auf die Richtung der x, die Ausdehnung von a_1 im Sinne der x-Achse, also die Strecke 1, 2'.

Mißt man diese Strecke von 1 gegen 2', so wird diese Messung von 1 ab nach abwärts oder nach aufwärts erfolgen müssen.

Wenn nun der nach abwärts gemessenen Strecke 1, 2' ein positiver Charakter beigemessen wird, so muß der nach aufwärts gemessenen Strecke naturgemäß der negative Charakter beigelegt werden.

Die Qualität der x-Längen wird nun mit der Qualität ihrer rechnerisch bestimmten Werte, nämlich der Produkte $a_1 \cdot \cos \omega_1$ vollkommen übereinstimmen.

Wenn nämlich ω_1 zwischen 0 und 90° oder zwischen 270 und 360° liegt, so ist $a_1 \cdot \cos \omega_1$ eine positive Größe. Ist hingegen ω_1 zwischen 90 und 180° oder zwischen 180 und 270° gelegen, so ist $a_1 \cdot \cos_1 \omega_1$ eine negative Größe.

Unter der y-Länge der Seite a_1 versteht man die orthogonale Projektion von a_1 auf die y-Richtung, die Ausdehnung von a_1 im Sinne der y-Achse, also die Strecke 1, $2'' = a_1 \cdot \sin \omega_1$.

Diese Strecke kann wieder positiv oder negativ sein, je nachdem man, um von 1 nach 2'' zu gelangen, nach links oder nach rechts messen muß. Auch hier bemerkt man die vollkommene Übereinstimmung zwischen der Qualität der y-Längen und jener ihrer rechnerischen Werte, nämlich der Produkte $a_1 \cdot \sin \omega_1$. Liegt ω_1 zwischen 0 und 180°, so sind die Produkte $a_1 \cdot \sin \omega_1$ positiv, liegt es zwischen 180 und 360°, so sind die bezeichneten Produkte negativ.

Hat man also die a und die hierzu gehörigen ω, so ist die Berechnung der x- und y-Längen der a äußerst einfach und erhält man gleich die Qualitätszeichen der x- und y-Längen.

3. Berechnung der Eckpunktkoordinaten.

Wird zu x_1 (Abszisse des Punktes 1) die x-Länge von $a_1 = \triangle x_{1,2}$ algebraisch addiert, so erhält man x_2, d. h. die Abszisse von 2. Addiert man zu x_2 die x-Länge von a_2 oder $\triangle x_{2,3}$, so erhält man x_3 usw.

Ebenso erhält man durch Hinzufügung der y-Länge von a_1 zu y_1 (algebraisch) y_2 oder die Ordinate des Punktes 2 usw.

Die allgemeinen Formeln für die Berechnung der Eckpunktkoordinaten sind demnach: $x_{n+1} = x_n + \triangle x_{n,\,n+1}$
$y_{n+1} = y_n + \triangle y_{n,\,n+1}$

Die Additionen sind hiebei algebraisch aufzufassen, d. h. auf die Qualitätszeichen der Posten Rücksicht zu nehmen.

Was die praktische Ausführung der Berechnungen anbelangt, so ist klar, daß man Logarithmen verwenden und tabellarisch vorgehen wird. Der Zeitersparnis halber und um Irrtümer möglichst zu vermeiden, ist es endlich notwendig, Werte gleicher Art stets unmittelbar nacheinander in die Tabellen einzutragen.[1])

Um die geschlossene Figur 1, 2, 3, 4, 5 (Fig. 48, Taf. 6) auf Grund einer Polygonisierung nach der ersten Methode, d. h. mit gewöhnlichen Zeichenrequisiten zu kartieren, brauchte man bloß die Seitenlängen a_1, a_2, a_3, a_4 und die Winkel A_2, A_3 und A_4.

Behufs Kontrolle und Verbesserung des Resultates durch Ausgleichen werden gewöhnlich noch folgende Größen gemessen: A_1, A_5 und a_5. Sind die Winkelmessungen richtig, so wird die Summe $A_1 + A_2 + A_3 + A_4 + A_5$ annähernd gleich sein $(n - 2)\,2R$, hier also nahezu 6 R. Nahezu aus dem Grunde, weil die Winkelmessungen mit unvermeidlichen Beobachtungsfehlern behaftet sind. Man kann die Differenz zwischen der Summe der gemessenen Winkel und der „Sollsumme" (hier 6 R), dann als „zulässig", d. h. „in den unvermeidlichen Beobachtungsfehlern begründet" betrachten, wenn sie die fünffache Noniusangabe des in Verwendung gestandenen Theodoliten nicht übersteigt.

Ist diese Differenz jedoch erheblich größer, so ist sie jedenfalls in groben Fehlern begründet. Es wäre nun eine Übereilung, sofort die Neumessung aller Winkel vorzunehmen, und empfiehlt sich vielmehr folgender Vorgang: Man trägt a_1 auf, zeichnet mit Hilfe eines gewöhnlichen Papiertransporteurs den Winkel 1, 2, 3, bestimmt 3, zeichnet hierauf den Winkel 2, 3, 4 usw., bis man wieder 1 erhält. Der neue Punkt 1 soll zum Unterschiede von dem ursprünglich angenommenen 1′ heißen.

Über den Schlußfehler läßt sich nun folgendes sagen:

1. Ist in einem der Winkel A_2, A_3, A_4, A_5 gefehlt, z. B. A_3 um α zu groß bestimmt worden (Fig. 49, Taf. 6), so werden die

---

[1]) Näheres hierüber auf Taf. 14.

Enden des Schlußfehlers, also die Punkte 1 und 1′, vom Scheitelpunkte des fehlerhaften Winkels (hier also von 3) gleich weit abstehen. Der Grund hiefür liegt darin, daß die Figuren 1, 2, 3 und 3, 4′, 5′, 1′ der fehlerhaften Zeichnung kongruent sind mit den Figuren 1, 2, 3 respektive 3, 4, 5, 1 der richtigen Zeichnung (Fig. 48).

Umgekehrt: Stehen die Punkte 1 und 1′ von einem der Polygonpunkte gleich weit ab, so ist dieser Punkt wahrscheinlich der Scheitelpunkt des fehlerhaft gemessenen Winkels — wahrscheinlich, weil man ja nicht wissen kann, ob der Schlußfehler nicht die Folge einer Fehlerkombination ist.

2. Ist im Kontrollwinkel A_1 gefehlt worden, so wird das Polygon trotz der unzulässig großen Abweichung der Winkelsumme gegen die „Sollsumme" nahezu schließen.

Umgekehrt: Schließt das Polygon trotz der erwähnten Differenz, so ist wahrscheinlich im Winkel A_1 gefehlt worden — wahrscheinlich wieder deshalb, weil der Schluß auch die Folge einer Kombination von Fehlern sein kann.

3. Ist die Abweichung der Winkelsumme von der „Sollsumme" unzulässig groß, keiner der Polygonpunkte aber von den Enden des Schlußfehlers gleich weit entfernt, so muß eine Neumessung aller Winkel vorgenommen werden. Das muß auch in den Fällen 1 und 2 geschehen, wenn sich die zweifelhaften Winkel als richtig erweisen.

Ist die Abweichung der Summe $A_1 + A_2 + A_3 + A_4 + A_5$ von der „Sollsumme" zulässig, so verteilt man den Fehler auf die fünf Winkel zu gleichen Teilen und geht nun genau so vor wie bei der Kartierung des Polygonzuges Fig. 43 (Taf. 5).

Man nimmt also a_1 an, berechnet die Strecken 2, 3′ und 3, 3′, konstruiert 3, dann auf Grund von a_2 den Punkt 4, auf Grund von a_3 den Punkt 5 und endlich 1 derart, als wenn es noch nicht da wäre. Es wird sich im allgemeinen wieder ein Schlußfehler ergeben.

Derselbe kann nunmehr seinen Grund nur in der Ansammlung unvermeidlicher Fehler haben oder aber in einem groben Fehler bei der Längenmessung.

In der Regel entscheidet schon das Gefühl, ob dieses oder jenes der Fall ist.

Übrigens ist es nicht allzu schwer — wohl aber langwierig — in jedem speziellen Falle die Größe der Maximalabweichung

der Punkte 1 und 1′ aus der Genauigkeit der Längen- und Winkelmessungen und der Gestalt und Größe des Polygons zu kalkulieren unter der Voraussetzung, daß nur unvermeidliche Fehler begangen worden sind.

Zeigt sich ein diese Maximalabweichung überragender Schlußfehler, so müssen „Längenfehler“ vorhanden sein — vorausgesetzt, daß man in der Berechnung und in der Auftragung, also bei der Hausarbeit nicht gefehlt hat, was relativ leicht und schnell untersucht werden kann.

Die Auffindung einer fehlerhaften Seite basiert auf folgender Erwägung:

Fehlt man in der Messung einer Seite, z. B. in der Messung von 3, 4, hat man diese Seite etwa um das Stück 4, 4′ zu lang in Rechnung gebracht (Fig. 50, Taf. 6), so wird dies eine Verschiebung der Punkte 5 und 1 um 4, 4′ parallel zur Seite 3, 4 zur Folge haben. Der Schlußfehler 1, 1′ wird also parallel sein zur falsch gemessenen Seite.

Umgekehrt: Wenn der Schlußfehler parallel ist zu einer der Polygonseiten, so ist diese Seite wahrscheinlich falsch bestimmt worden — wahrscheinlich, weil man eben nicht wissen kann, ob der Schlußfehler nicht in einer Kombination von Längenfehlern seinen Grund hat.

Man wird nun zunächst diese Seite kontrollieren. Zeigt sich zufällig kein Fehler, dann bleibt nichts übrig, als alle Polygonseiten in die Kontrolle einzubeziehen. Oft führt dann ein einfaches Abschreiten der Polygonseiten zur Konstatierung der falsch gemessenen Längen.

Zeigt sich die zum Schlußfehler parallele Seite wirklich fehlerhaft und wurde — wie dies häufig vorkommt — um eine oder mehrere Bandlängen (also um 10, 20 oder n-mal 20 m) gefehlt, so äußert sich dies ganz deutlich in der provisorischen Zeichnung, so daß die Neumessung der fehlerhaft bestimmten Seite entfallen kann.

Ist — wie dies in der Fig. 51 a auf Taf. 6 angenommen werden soll — der Schlußfehler 1, 1′ zulässig, so wird folgende Konstruktion ausgeführt, um ihn wegzuschaffen.

Man „streckt“ das ganze Polygon oder vielmehr den Polygonumfang, welcher wegen des provisorischen Charakters der Punkte 2, 3, 4 und 5 mit 1, 2′, 3′, 4′, 5′, 1′ bezeichnet werden soll, d. h.

man trägt die einzelnen Seiten in der natürlichen Reihenfolge auf eine Gerade *xy* (Fig. 51*b*, Taf. 6) nacheinander auf. So ergeben sich die Punkte 1, 2′, 3′, 4′, 5′ und 1′ auf dieser Geraden.

Durch diese Punkte zieht man nun Senkrechte zu *xy* und trägt auf die durch 1 und 1′ gehenden Senkrechten die beliebig (zirka 1 *cm*) lange Strecke *m* nach abwärts auf. — Die erhaltenen Punkte sind mit *a* bezeichnet. — Dieselbe Strecke wird nun (mit der unverändert gebliebenen Zirkelöffnung) von den Punkten 1′, 5′, 4′, 3′ und 2′ aus (Fig. 51*a*, Taf. 6) auf die Verlängerung des Schlußfehlers respektive die hiezu Parallelen nach oben aufgetragen. So ergeben sich die Punkte *a* in der Fig. 51*a*. Nun werden die zwei vorhin erwähnten Punkte *a* in der Fig. 51*b* miteinander durch eine Gerade verbunden, vom rechtsliegenden nach aufwärts die Strecke 1 *a* aus der Fig. 51 *a* übertragen und der Endpunkt 1 mit dem linksliegenden Punkte 1 geradlinig verbunden.

Um nun z. B. den Punkt 3′ zu korrigieren, faßt man die Senkrechte *a* 3 aus der Fig. 51 *b* in den Zirkel, setzt in *a* der durch 3′ gehenden Parallelen in der Fig. 51 *a* ein und erhält in dieser Parallelen unterhalb 3′ den korrigierten Punkt 3 usw.

Man hat auf diese Weise die Punkte 2′, 3′ usw. proportional mit ihren Entfernungen von 1 (gemessen an der Polygonperipherie) parallel zur Schlußfehlerrichtung verschoben.

Dazu hat man die Auftragung der kleinen Verschiebungsgrößen 2′ 2, 3′ 3, 4′ 4 und 5′ 5 indirekt ausgeführt, indem jede derselben als Differenz von zwei größeren, leicht meßbaren Strecken zum Vorschein kommt.

Das korrigierte oder definitive Fünfeck hat nun die Ecken 1, 2, 3, 4, 5.

Bemerkungen:

1. Die beschriebene Ausgleichung ist nicht streng wissenschaftlich. Doch reicht sie bei der Kartierung von kleineren Polygonen in der Regel vollkommen aus.

2. Es ist zweckmäßig, die Konstruktion des Polygons 1—5 in der Weise durchzuführen, daß man — ausgehend von der Seite 1, 2 — zunächst bis 4′ vorgeht, dann — ausgehend von derselben Seite — 5′ und endlich zum zweiten Male 4 konstruiert. Wird dieser Punkt mit 4″ bezeichnet, so ist 4′ 4″ der Schlußfehler. Im Falle seiner Zulässigkeit wird derselbe in zwei Teile zerlegt,

welche sich zueinander annähernd so verhalten wie die Längen der Züge 1, 2, 3, 4 und 1, 5, 4. Diese Züge werden dann auf den Teilungspunkt in bekannter Art graphisch ausgeglichen.

3. In der Praxis stößt man mitunter auf irrige Ansichten bezüglich der Grenze, bis zu welcher der Schlußfehler eines Polygons — eventuell eines Polygonzuges, wenn ein solcher zwischen zwei feste Punkte eingeschaltet werden soll — reichen kann.

Wir haben bisher angenommen, daß der Verteilung des Schlußfehlers ein Kalkul hinsichtlich seiner Zulässigkeit vorangeht.

Dieser Kalkul wird unter sonst ähnlichen Verhältnissen, d. h. nicht zu sehr verschiedene Polygonpunktdistanzen vorausgesetzt, für längere Züge selbstverständlich längere Schlußfehler, für kürzere Züge kürzere Schlußfehler ergeben. Im Übrigen wird das Schlußfehlermaximum rascher wachsen wie die Polygonlänge.

Die eben besprochene Zulässigkeit ist eine „Zulässigkeit mit Rücksicht auf die angewendeten Apparate und die angewendete Sorgfalt“.

Es muß aber auch — insbesondere bei einem längeren Zuge — die absolute Größe des Schlußfehlers in Betracht gezogen werden. Längere Züge werden nämlich unter sonst ähnlichen Verhältnissen mehr, kürzere weniger von der Wahrheit abweichen. Dasselbe gilt auch nach der Schlußfehlerverteilung, also von korrigierten Zügen.

Wenn man sich also mit einem längeren Polygonzuge von der Wahrheit nicht mehr entfernen will, wie mit einem kurzen Polygonzuge, so muß man unbedingt bessere Instrumente in Anwendung bringen oder man muß den längeren Zug in zwei oder mehrere Teile zerlegen, welche zwischen besser bestimmten Punkten liegen und unabhängig voneinander aufgenommen werden.

Darf z. B. der Schlußfehler eines Polygonzuges von 500 *m* Länge 0·3 *m* nicht überschreiten, so muß auch ein Polygonzug von zirka 1000 *m* Länge, um als Netz für ein gleichwertiges Detail benützt werden zu können, derart aufgenommen werden, daß der Schlußfehler höchstens 0·3 *m* beträgt. Daraus folgt, daß die Aufnahme des zweiten Zuges mit besseren Instrumenten durchgeführt werden muß, wenn man es nicht etwa vorzieht, diesen Zug durch einen Zwischenpunkt in zwei Teile zu zerlegen. Bei einem kürzeren Zuge, z. B. von 200 *m* Länge, kann dann ebensogut die Genauigkeit eine geringere sein wie bei jenem von 500 *m* Länge.

Die Kartierung des Polygons 1, 2, 3, 4, 5 (Fig. 48, Taf. 6) mit Hilfe eines Winkelauftrageapparates erfordert dieselben Vorarbeiten wie die eben besprochene Konstruktion.

Man wird also auch hier die Winkelsumme mit der Sollsumme vergleichen, im Falle eines groben Fehlers den Fehler suchen, sonst aber eine Ausgleichung wie vorhin vornehmen. Dann wird man den Südwinkel der Seite 1, 2 annehmen und nach der bekannten Formel die Südwinkel der übrigen Seiten inklusive jenes der Seite 1, 2 berechnen. Der berechnete Südwinkel der Seite 1,2 wird — eine richtige Rechnung vorausgesetzt — genau so groß sein wie der angenommene.

Nun erst wird der Winkelauftrageapparat, z. B. der Tachygraphplanimeter, in Aktion treten und genau so verwendet werden wie vorhin bei der Kartierung des Polygonzuges (Fig. 44, Taf. 5). Nur wird sich hier, weil der Punkt 1 angenommen und konstruiert wurde, ein Schlußfehler ergeben.

Derselbe wird genau so behandelt, wie früher gelegentlich der Kartierung des Polygons mit Hilfe gewöhnlicher Zeichenrequisiten. Zum Schlusse wäre noch zu bemerken, daß auch hier das Polygon als Kombination zweier, am besten annähernd gleich langer Polygonzüge betrachtet und aufgetragen werden kann.

Behufs Kartierung des Polygons 1, 2, . . . 6 (Fig. 52, Taf. 6) mit Hilfe der berechneten Koordinaten seiner Eckpunkte werden folgende Größen gemessen respektive angenommen:

1. Die Seitenlängen $a_1 \ldots a_6$
2. die Winkel $A_1 \ldots A_6$
3. der Südwinkel ω_1 und endlich
4. die Koordinaten von 1.

Mit Rücksicht darauf ergibt sich das folgende Programm für die Rechnung, vorausgesetzt, daß man sich, wie bei den zwei vorangehenden Arten der Kartierung, mit einer näherungsweisen Ausgleichung der aus der Ansammlung unvermeidlicher Fehler resultierenden Widersprüche zufrieden stellt.

1. Untersuchung der Winkelsumme $A_1 + A_2 + \ldots + A_6$ und dasselbe Verhalten wie in den beiden vorangehenden Fällen.

2. Berechnung von $\omega_2, \omega_3, \omega_4, \omega_5, \omega_6$ und endlich von ω_1. Das berechnete ω_1 muß mit dem angenommenen oder gegebenen ganz genau übereinstimmen.

3. Berechnung der x- und y-Längen aller Polygonseiten (a_1—a_5) in derselben Weise wie bei der Kartierung eines Polygonzuges. Hier ergibt sich jedoch eine Kontrolle, und zwar muß, wenn das Polygon vollkommen schließt, die algebraische Summe der x-Längen gleich sein 0 und ebenso die algebraische Summe der y-Längen gleich 0.

Ist dies nicht der Fall, sondern die algebraische Summe der x-Längen $= \delta$, die algebraische Summe der y-Längen $= \delta'$, so ist ein Schlußfehler da.

Die graphische Bedeutung von δ und δ' geht aus der Fig. 53, Taf. 6, hervor. Reiht man nämlich von 1 ausgehend die x-Längen der aufeinander folgenden Seiten algebraisch aneinander, so wächst ihre Summe bis $5'_x$ und sollte nun sinken bis auf 0. Das geschieht aber nicht. Es bleibt ein Rest 1, $1'_x$ und dies ist eben δ (hier z. B. eine positive Größe). Ebenso findet man, daß 1, $1'_y = \delta'$ ist (hier eine negative Größe). — Der Schlußfehler ist die Strecke 1, 1' und diese Strecke ist offenbar $= 1'_x\, 1'_y$, d. h. = der Hypotenuse eines rechtwinkeligen Dreieckes, dessen Katheten δ und δ' sind. Wenn man den Schlußfehler mit f bezeichnet, so erfolgt seine Berechnung nach der Formel:

$$f = \sqrt{\delta^2 + \delta'^2}.$$

Ist nun f größer als Kalkul oder Erfahrung zulässig erscheinen lassen, so kann seine Ursache nur in einem groben Verstoß liegen.

Dieser kann nur in der Berechnung der x- und y-Längen geschehen sein oder am Felde und hier nur in den Längenmessungen, weil die Winkelbestimmung bereits kontrolliert worden ist.

Die Prüfung der Berechnung der x- und y-Längen erfolgt am raschesten, indem man je zwei zueinander gehörige x- und y-Längen auf die Schenkel eines rechten Winkels flüchtig aufträgt und nachsieht, ob die Verbindungsgerade der aufgetragenen Punkte dieselbe Länge hat wie jene Polygonseite, deren x- und y-Längen eben geprüft werden.

Die Prüfung der Längenmessung am Felde respektive die Feststellung jener Polygonseite, bei deren Messung am Felde wahrscheinlich ein Fehler begangen wurde, erfolgt, indem man den Südwinkel des Schlußfehlers bestimmt und ihn mit den Südwinkeln

der Polygonseiten vergleicht. Jene Seite, deren Südwinkel nahezu gleich ist dem Südwinkel des Schlußfehlers, ist offenbar parallel zum Schlußfehler und — wie früher gezeigt wurde — **höchstwahrscheinlich** mit einem Fehler behaftet.

In unserem Falle würde sich der Südwinkel des Schlußfehlers zusammensetzen aus drei rechten Winkeln und aus dem Winkel $1'_y, 1, 1'$.

Die Tangente dieses letzteren Winkels ist der Quotient
$$\frac{1,\,1'_x}{1'_x\,1'} = \frac{\delta}{\delta'}.$$

Findet man, daß jene Seite, welche zum Schlußfehler nahezu parallel ist, richtig gemessen wurde — oder, daß keine Polygonseite die Richtung des Schlußfehlers hat, so müssen alle Seiten des Polygons neu gemessen werden.

Ist das Polygon von groben Längenfehlern befreit oder der Schlußfehler von vornherein zulässig, so kann die Ausgleichung durchgeführt werden. Sie besteht in der Verteilung von δ und δ' auf die einzelnen x- respektive y-Längen nach dem Prinzipe der **einfachen Gesellschaftsrechnung**.

Diese Verteilung erfolgt aber nicht mehr graphisch, sondern rechnerisch. Man dividiert also δ durch die absolute Summe aller x-Längen und multipliziert jede einzelne x-Länge mit dem erhaltenen Quotienten. Ebenso dividiert man die Größe δ' durch die absolute Summe der y-Längen und mulpliziert den erhaltenen Quotienten mit jeder y-Länge. Die erhaltenen Korrekturen der x-Längen werden im vorliegenden Falle mit negativem, die der y-Längen mit positivem Zeichen zu den entsprechenden x- respektive y-Längen hinzugegeben, wodurch schließlich die algebraischen Summen der x- und y-Längen $= 0$ werden.[1])

4. Die Berechnung der Eckpunktkoordinaten erfolgt genau so wie bei der Kartierung eines Polygonzuges. Die algebraische Summe aus dem x des Punktes 1 und der x-Länge von a_1 liefert das x des Punktes 2. Addiert man zu diesem die x-Länge von a_2, so erhält man das x des Punktes 3 usw. Dasselbe gilt von der Berechnung der Ordinaten.

---

[1]) Die beschriebene Verteilung von δ und δ' hat natürlich nur dann einen Sinn, wenn man den Schlußfehler f in jenem Maßstabe, in welchem man zeichnet, sieht oder wenn die zu berechnenden Koordinaten nicht nur zur Kartierung verwendet werden sollen, sondern auch zur Flächenbestimmung.

Es ist selbstverständlich, daß zur Berechnung der Eckpunktkoordinaten eines Polygons — genau so wie zu jener eines Zuges — Logarithmen und Tabellen verwendet werden.[1])

h) Kombination von Polygonzügen und

i) Kombination eines Polygons mit Polygonzügen, mit „schwebenden Zügen“ und „schwebenden Achsen“.

Die Kartierung dieser auf Taf. 6 (Fig. 54 und 55) skizzierten, aus der Dispositionslehre bereits bekannten Netzformen bietet mit Rücksicht auf die vorhergehenden Ausführungen nichts Neues mehr. Zu bemerken wäre höchstens, daß die Bestimmung einzelner Südwinkel in den angeführten Fällen nicht mehr nach der bekannten Formel für Südwinkel von Polygonseiten erfolgen kann, sondern das Resultat einer Überlegung auf Grund von Skizzen ist.

So z. B. ist es leicht, den Südwinkel von Ma (Fig. 56, Taf. 7) aus dem Südwinkel von MN und dem Winkel aMN zu berechnen. Man braucht nur eine Subtraktion auszuführen.

Für die Berechnung von Südwinkeln ist sehr häufig auch der folgende aus Fig. 57 auf Taf. 7 ersichtliche Satz von Wichtigkeit: $\sphericalangle xba = \sphericalangle xab - 180°$, d. h. die Südwinkel der Strecken ab und ba unterscheiden sich um 180°.

Auf Grund dieses Satzes läßt sich auch $\sphericalangle xBC$ in Fig. 58, Taf. 7 aus $\sphericalangle xAB$ und $\sphericalangle ABC$ berechnen. $\sphericalangle xBC$ ist nämlich $= \sphericalangle xBA + \sphericalangle ABC$, also $= \sphericalangle xAB - 180° + \sphericalangle ABC$.

k) Polygon, bestimmt durch Vorwärtsabschneiden.

$ABCDEF$ (Fig. 59, Taf. 7) ist gegeben durch AB und alle Winkel in den Dreiecken ABC, ABD, ABE und ABF.

Die Kartierung kann erfolgen:

1. Mit gewöhnlichen Zeichenrequisiten.

Vorgang: Man gleicht zunächst die Winkel in jedem Dreiecke aus, indem man die Abweichung der Winkelsumme von 180° durch 3 dividiert und jeden der Winkel um den erhaltenen Betrag ändert. Dann werden die zwei unbekannten Seiten des Dreieckes mit Hilfe des Sinussatzes berechnet und das Dreieck aus den drei Seiten konstruiert.[2])

[1]) Näheres hierüber auf Taf. 14.

[2]) Näheres über die Berechnung von Dreieckseiten auf Taf. 14.

2. Mit Hilfe eines Winkelauftrageapparates, z. B. eines Tachygraphplanimeters.

Vorgang: Man gleicht die Winkel der vorhin besprochenen Dreiecke aus, nimmt den Südwinkel von AB an, bestimmt die Südwinkel von AC, AD, AE und AF, ferner die Südwinkel von BC, BD, BE und BF, zeichnet dieselben und bringt die entsprechenden Strahlen (Rayons) zum Schnitt.

3. Mit Hilfe von Koordinaten.

Hiezu müssen die Koordinaten von A angenommen werden und — wie in 2 — der Südwinkel von AB.

Vorgang: Man gleicht die Winkel der einzelnen Dreiecke aus, rechnet die Dreieckseiten AC, AD, AE und AF (Sinussatz), bestimmt die Südwinkel dieser Strecken, dann die x- und y-Längen von AB, AC, AD, AE und AF und endlich durch algebraische Summierung derselben zum x und y von A die x und y der Punkte B, C, D, E und F.

l) Polygon als „Dreieckskette“, durch Triangulierung bestimmt.

Das Polygon $ABCDEFG$ (Fig. 60, Taf. 7) ist gegeben durch AB und alle Winkel der Dreiecke 1—5.

Die Kartierung kann wieder auf 3 Arten erfolgen:

1. Mit gewöhnlichen Zeichenrequisiten.

Vorgang: Ausgleichung der Winkel, Berechnung der Dreieckseiten und Konstruktion der Dreiecke 1—5 aus je drei Strecken.

2. Mit Hilfe eines Winkelauftrageapparates, z. B. des Tachygraphplanimeters.

Vorgang: Winkelausgleichung, Annahme des Südwinkels von AB, Berechnung der Südwinkel von AE und BE, Konstruktion von E, Berechnung der Südwinkel von BC und EC, Konstruktion von C usw.

3. Mit Hilfe von Koordinaten.

Hiezu müssen die Koordinaten von A und der Südwinkel von AB angenommen werden.

Vorgang: Winkelausgleichung, Seitenberechnung, Berechnung der Südwinkel von BA, AG, GF, FE, ED, DC, CB[1]). Berechnung

[1]) Bei dieser Berechnung kommen die inneren Winkel des Polygons $ABCD\ldots G$ zur Verwendung. Wollte man die Südwinkel von AB, BC, CD

der x- und y-Längen der genannten Seiten und endlich Koordinatenberechnung.[1])

m) Polygon als „Dreiecksnetz", durch Triangulierung bestimmt.

Das Polygon $BCDEF$ (Fig. 61, Taf. 7) ist gegeben durch AB und alle Winkel der Dreiecke 1—5.

Die Winkelausgleichung, welche den Kartierungen dieses Systems vorangeht, ist nicht mehr so einfach wie in den zwei vorhin besprochenen Fällen.

Die Bedingungen, welche die Winkel im vorliegenden Falle zunächst erfüllen müssen, wenn das Netz in sich schließen soll, sind:

1. Die Summe der drei Winkel in jedem der Dreiecke $= 180°$.
2. Die Summe der fünf um A herumliegenden Winkel $= 360°$.

Diese zwei Bedingungen werden natürlich von vornherein niemals zutreffen. Um ihnen gerecht zu werden, genügt es bei kleinen Netzen folgenden einfachen Weg einzuschlagen:

Zuerst wird die (natürlich zulässige) Differenz von $\gamma_1 + \gamma_2 + \gamma_3 + \gamma_4 + \gamma_5$ gegen $360°$ auf alle γ gleichmäßig verteilt und die so geänderten γ als definitiv angesehen. Dann korrigiert man jedes α und das hierzu gehörige β, also z. B. α_1 und β_1, indem man die Summe beider mit $180° - \gamma_1$ vergleicht und die sich ergebende Differenz auf α_1 und β_1 gleichmäßig verteilt.

Die so korrigierten α und β sind nur provisorische Werte und müssen später nochmals geändert werden. In ihrer gegenwärtigen Größe genügen sie noch nicht, um aus ihnen mit Zugrundelegung von AB ein in sich schließendes, also widerspruchsloses Netz von Dreiecken zu bilden. Wenn man z. B. von AB ausgeht, das

---

usw. berechnen, was schließlich auch geschehen könnte, so müßte man die äußeren Winkel des Polygons $ABCD \dots G$ verwenden.

[1]) Die algebraischen Summen der x- und y-Längen (δ respektive δ') sollen hier genau gleich sein Null. Dies wird jedoch infolge verschiedener Unvollkommenheiten in der Rechnung nicht zutreffen. Doch kann man stets soweit genau rechnen, daß der Schlußfehler, d. i. $f = \sqrt{\delta^2 + \delta'^2}$, in dem benützten Maßstabe vollkommen verschwindet eventuell noch kleiner ausfällt. Das letztere wird dann geschehen, wenn die zu berechnenden Koordinaten nicht nur zur Kartierung verwendet werden sollen, sondern auch zur Flächenbestimmung usw. In diesem Falle wird man außerdem δ und δ' auf die einzelnen x- respektive y-Längen proportional verteilen.

Dreieck 1, dann das Dreieck 2 usw. rechnet, so wird die Seite AB des Dreieckes 5 mit jener des Dreieckes 1 nicht identisch sein.

Zu den definitiven α und β gelangt man nun durch die sogenannte „Längenbedingung". Denkt man sich nämlich von A auf die einzelnen Seiten des Fünfeckes $BCDEF$ Senkrechte gefällt und die Fußpunkte derselben mit Z_1, Z_2 usw. bezeichnet, so lassen sich folgende Gleichungen aufstellen:

$$\begin{aligned} AZ_1 &= AB \sin \alpha_1 = AC \sin \beta_1 \\ AZ_2 &= AC \sin \alpha_2 = AD \sin \beta_2 \\ AZ_3 &= AD \sin \alpha_3 = AE \sin \beta_3 \\ AZ_4 &= AE \sin \alpha_4 = AF \sin \beta_4 \\ AZ_5 &= AF \sin \alpha_5 = AB \sin \beta_5 \end{aligned}$$

Daraus folgt:

$$\sin \alpha_1 \sin \alpha_2 \sin \alpha_3 \sin \alpha_4 \sin \alpha_5 = \sin \beta_1 \sin \beta_2 \sin \beta_3 \sin \beta_4 \sin \beta_5$$

oder: $\log \sin \alpha_1 + \log \sin \alpha_2 + \log \sin \alpha_3 + \log \sin \alpha_4 + \log \sin \alpha_5 =$
$= \log \sin \beta_1 + \log \sin \beta_2 + \log \sin \beta_3 + \log \sin \beta_4 + \log \sin \beta_5 \;.\;.\;.\;.\;.\; (1),$

welche Relation die „Sinusgleichung" oder die „Längenbedingung" genannt wird.

Nur dann, wenn die Winkel α_1, α_2 usw. β_1, β_2 usw. auch dieser Bedingung genügen, schließt das Netz. Dies wird nun im allgemeinen nicht der Fall sein. Es wird vielmehr folgende Gleichung stattfinden:

$$\log \sin \alpha_1 + \log \sin \alpha_2 + \log \sin \alpha_3 + \log \sin \alpha_4 + \log \sin \alpha_5 - \\ - \log \sin \beta_1 - \log \sin \beta_2 - \log \sin \beta_3 - \log \sin \beta_4 - \log \sin \beta_5 = w \;.\; (2).$$

Um den Widerspruch zu beseitigen, d. h. die Gleichung (2) auf 0 zu bringen, werden $\alpha_1, \alpha_2 \ldots \beta_1, \beta_2$ usw. geändert werden müssen.

Wenn die Änderung von α_1 $\bar{\alpha}_1$, jene von α_2 $\bar{\alpha}_2$ usw. genannt wird, so muß die Gleichung stattfinden:

$$\log \sin (\alpha_1 + \bar{\alpha}_1) + \log \sin (\alpha_2 + \bar{\alpha}_2) + \ldots - \log \sin (\beta_1 + \bar{\beta}_1) - \\ - \log \sin (\beta_2 + \bar{\beta}_2) - \ldots = 0 \;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\; (3)$$

Nun ist aber klar, daß die Änderung von α_1 jener von β_1 gleich und entgegengesetzt sein muß, wenn das Dreieck 1 möglich sein soll, ebenso die Änderung von α_2 gleich und entgegengesetzt jener von β_2 usw. Infolgedessen geht die Gleichung (3) über in folgende Gleichung:

$$log\,sin\,(\alpha_1 + \bar{\alpha}_1) + log\,sin\,(\alpha_2 + \bar{\alpha}_2) + \ldots - log\,sin\,(\beta_1 - \bar{\alpha}_1) - - log\,sin\,(\beta_2 - \bar{\alpha}_2) - \ldots = 0 \;\ldots\ldots\; (4)$$

Nun kann man der Einfachheit wegen ganz gut verlangen, daß $\bar{\alpha}_1 = \bar{\alpha}_2 = \bar{\alpha}_3 = \bar{\alpha}_4 = \bar{\alpha}_5 = \bar{\alpha}$ ist.

Dann geht die Relation (4) über in die Gleichung:

$$log\,sin\,(\alpha_1 + \bar{\alpha}) + log\,sin\,(\alpha_2 + \bar{\alpha}) + \ldots - log\,sin\,(\beta_1 - \bar{\alpha}) - - log\,sin\,(\beta_2 - \bar{\alpha}) - \ldots = 0 \;\ldots\ldots\; (5)$$

Ist nun $\delta \alpha_1$ die Veränderung des $log\,sin\,\alpha_1$, wenn α_1 um 1″ geändert wird, so ist $\delta \alpha_1 . \bar{\alpha}$ die Veränderung des $log\,sin\,\alpha_1$, wenn α_1 eine Veränderung um $\bar{\alpha}''$ erfährt.

Die Gleichung (5) kann man somit in folgender Form schreiben:

$$log\,sin\,\alpha_1 + \delta \alpha_1 . \bar{\alpha} + log\,sin\,\alpha_2 + \delta \alpha_2 . \bar{\alpha} + \ldots - log\,sin\,\beta_1 + + \delta \beta_1 . \bar{\alpha} - log\,sin\,\beta_2 + \delta \beta_2 . \bar{\alpha} - \ldots = 0 \;\ldots\; (6)$$

Subtrahiert man die Gleichung (2) von der Gleichung (6), so ergibt sich: $\delta \alpha_1 . \bar{\alpha} + \delta \alpha_2 . \bar{\alpha} + \ldots + \delta \beta_1 . \bar{\alpha} + \delta \beta_2 . \bar{\alpha} + \ldots = - w$

oder $\bar{\alpha}\,(\delta \alpha_1 + \delta \alpha_2 + \ldots + \delta \beta_1 + \delta \beta_2 + \ldots) = - w$

oder $\bar{\alpha} = - \dfrac{w}{\delta\alpha_1 + \delta\alpha_2 + \ldots + \delta\beta_1 + \delta\beta_2 + \ldots}$; da nun $\delta\alpha_1$ die Tafeldifferenz von $log\,sin\,\alpha_1$, $\delta \alpha_2$ die Tafeldifferenz von $log\,sin\,\alpha_2$ usw. ist, so kann man sagen: Die an den provisorischen Werten der äußeren Winkel des Netzes anzubringende Korrektur (in Sekunden) wird bestimmt, wenn man den Wert w durch die Summe der in Betracht kommenden Tafeldifferenzen dividiert und den erhaltenen Quotienten mit -1 multipliziert.

Im vorstehenden Falle werden, wie dies aus der Gleichung (5) zu ersehen ist, alle α, d. h. α_1, α_2 usw., durch Hinzufügung der negativen Größe $\bar{\alpha}$ verkleinert, alle β, d. h. β_1, β_2 usw., dagegen vergrößert, was auch der Natur der Sache entspricht, weil in der Gleichung (2) das Positive vorherrscht.

Diese Methode heißt die „übereinstimmende Methode“.

Ist die Winkelausgleichung beendet, so kann man wieder in dreifacher Weise vorgehen.

1. Mit gewöhnlichen Zeichenrequisiten.

Man berechnet hiezu die Seiten der Dreiecke 1, 2, 3, 4 und auch 5. Da $\bar{\alpha}$ niemals absolut genau bestimmt werden kann, so wird das berechnete AB mit dem angenommenen respektive gemessenen

nicht übereinstimmen. Doch wird die Abweichung — wenn $\bar{\alpha}$ auf eine Sekunde genau berechnet wurde — in der verjüngten Darstellung des Dreiecksystems im allgemeinen nicht wahrnehmbar sein.

Aus AB und den übrigen Dreiecksseiten konstruiert man nun das Dreieck 1, schließt das Dreieck 2 an, dann 3, 4 und endlich auch 5.

Mit Rücksicht darauf, daß die Konstruktion der Dreiecke 1—5 mit diversen zeichnerischen Mängeln verbunden ist, wird der konstruktiv bestimmte Punkt B mit dem angenommenen im allgemeinen nicht stimmen.

Die Verteilung des Fehlers auf die Punkte C, D, E und F erfolgt graphisch und genau so wie sie in den Figuren 51*a* und 51*b* auf Taf. 6 gezeigt wurde.

2. Mit einem Winkelauftrageapparat, z. B. dem Tachygraphplanimeter.

In diesem Falle muß wieder der Südwinkel der Seite AB angenommen werden.

Aus ihm und den korrigierten Winkeln γ_1, γ_2 . . γ_5 rechnet man zunächst die Südwinkel von AF, AE, AD und AC, zeichnet den Strahlenbüschel um A herum, rechnet dann die Südwinkel von BA, BC, CD, DE, EF und FB und bestimmt mit Hilfe derselben die Punkte C, D, E, F und endlich auch B. Dieser Punkt B wird zwar in der Basis liegen, aber mit dem Endpunkte derselben nicht vollkommen stimmen.

Der Grund liegt in diversen Manipulationsfehlern und wird die Verteilung des Fehlers wieder wie in den Figuren 51*a* und 51*b* auf Taf. 6 durchgeführt.

3. Mit Hilfe von Koordinaten.

Hiezu müssen wieder außer dem Südwinkel der Strecke AB die Koordinaten von A angenommen werden.

Die rechnerische Arbeit gestaltet sich nach durchgeführter Ausgleichung der Winkel folgendermaßen:

a) Berechnung der Dreiecksseiten, wobei sich, wie im Falle 1, die berechnete und die gegebene Strecke AB wegen des Fehlers in der Bestimmung von $\bar{\alpha}$ nur annähernd gleich ergeben werden.

b) Berechnung der Südwinkel von BC, CD, DE, EF und FB aus dem Südwinkel von AB.

c) Berechnung der x- und y-Längen dieser Strecken und

Bildung der algebraischen Summen derselben. Diese Summen (δ und δ') werden, weil das Polygon $BCDEF$ — wie aus a hervorgeht — nicht vollkommen schließt, nicht gleich Null sein. Der Schlußfehler ($\sqrt{\delta^2 + \delta'^2}$) wird aber — wenn $\bar{\alpha}$ auf 1″ genau berechnet wurde — in der starken Verjüngung, in welcher man gewöhnlich arbeitet, nicht wahrnehmbar sein, so daß seine Verteilung auf die einzelnen x- und y-Längen überflüssig erscheinen wird. Das setzt natürlich voraus, daß die zu bestimmenden Koordinaten nur zur Kartierung verwendet werden sollen. Will man sie auch zur Flächenbestimmung benützen, so wird es sich empfehlen, eine genauere Berechnung von $\bar{\alpha}$ und eine Verteilung des Schlußfehlers durchzuführen.

d) Berechnung der Koordinaten von B aus den Koordinaten von A und der x- und y-Länge von AB, dann der Koordinaten von C, D, E und F aus den Koordinaten von B und den x- und y-Längen der äußeren Dreiecksseiten.

Schlußbemerkung:

Bei der Berechnung von Korrekturen behufs Durchführung von Ausgleichungen drängt sich fortwährend die Frage auf, wie weit diese Berechnung reichen soll. Schon eine flüchtige Erwägung lehrt, daß für die Beantwortung dieser Frage dieselben Umstände von Wichtigkeit sind wie für die Genauigkeit der Feldarbeiten, d. h.

1. die Entfernungen der in Betracht kommenden Punkte,
2. ob die Punktpositionen voneinander abhängig sind oder nicht und endlich
3. ob die zu korrigierenden Daten nur zur Kartierung dienen sollen oder auch zur Flächenbestimmung eventuell zur rechnerischen Ableitung anderer Daten, wovon noch gesprochen werden wird.

Bevor nun auf die Kartierung des Details übergegangen wird, soll die Auftragung von Punkten mit Hilfe von Koordinaten besprochen werden.

Diese erfolgt am zweckmäßigsten auf Grund eines sogenannten Hektarennetzes.

Die Einrichtung desselben ist aus der Fig. 62, Taf. 7, zu ersehen.

Es ist ein Rechteck von den bekannten Dimensionen der Aufnahmssektion mit von 100^m zu 100^m geteilten Seiten und zwei

Systemen gerader Linien, welche die korrespondierenden Teilungspunkte verbinden.

Die von den horizontalen Parallelen begrenzten Flächenstreifen heißen „Schichten“, die dazu normalen Streifen „Kolonnen“. Das schraffierte Quadrat ist ein Hektar.

Die Konstruktion des Hektarennetzes muß mit einer besonderen Sorgfalt durchgeführt werden. Zunächst ist der Rand oder das Sektionsrechteck zu zeichnen. Das Wesen dieser Konstruktion besteht darin, daß man zwei kongruente rechtwinkelige Dreiecke *abc* und *abd*, welche symmetrisch liegen und auf der Basis *ab* des Sektionsrechteckes aufstehen, aus den Seitenlängen konstruiert. Die Spitzen dieser zwei Dreiecke sind die oberen Eckpunkte des Sektionsrechteckes (Fig. 63, Taf. 7).

Bei der nun folgenden detaillierten Erklärung der Konstruktion auf Grund der Fig. 64 auf Taf. 7 wird vorausgesetzt, daß man außer den gewöhnlichen Zeichenrequisiten noch ein Abschiebelineal besitzt.

Es ergibt sich nun folgender Vorgang:

Ziehen einer Horizontalen, und zwar dort, wo beiläufig die Basis des Rechteckes gewünscht wird. Auftragung einer ganz kurzen, zirka 2^{mm} langen Strecke *ma* auf diese Horizontale. Ziehen der Marken 1, 2, . . . 14, 15, *b* im Abstande von je 100^{m} mit dem Schiebelineal. Auftragung der Strecke $bn = ma$. Errichten von Senkrechten zu der Horizontalen *mn* in den Punkten *m* und *n*. Es genügt vollkommen, sich hiebei der gewöhnlichen Holzdreiecke zu bedienen. Auf jede dieser Senkrechten werden nun von *m* respektive von *n* aus mit Hilfe des Abschiebelineals 12 Strecken von je 100^{m} und eine Strecke von 50^{m} aufgetragen, wodurch sich die Marken 16 bis 28 und 29 bis 41 ergeben.

Hierauf folgen nachstehende Manipulationen:

Ziehen der Geraden 28, 41. Verbindung von *a* mit 41 und *b* mit 28. Diese Verbindungsgeraden repräsentieren Linien, die sehr nahe an den Diagonalen *ac* und *bd* des Sektionsrechteckes liegen. Sie sollen die „falschen“ Diagonalen genannt werden. Auf die falschen Diagonalen werden nun von *a* aus gegen 41 und von *b* aus gegen 28 die richtigen Diagonalenlängen mit Hilfe des Abschiebelineals aufgetragen. Die richtige Diagonalenlänge ist $= \sqrt{1600^2 + 1250^2} = 2030{\cdot}3^{m}$ So ergeben sich die Punkte *p* und *q*.

Durch p wird nun eine Normale zu a, 41, durch q eine Normale zu b, 28 gezogen. Diese Normalen können auf kurze Distanz ganz gut als Kreisbögen betrachtet werden, die man aus den Zentren a und b mit der Öffnung 2030·3^m beschrieben hat. Ebenso kann man kurze, in der Nähe von 28 und 41 gelegene Stücke der Geraden 28, 41 als Bögen betrachten, die aus den Zentren a und b mit dem Radius 1250^m beschrieben worden sind. Die Schnittpunkte c und d entsprechen somit den oberen Eckpunkten des Sektionsrechteckes. Ihre Entfernung muß natürlich noch kontrolliert werden. Dies geschieht mit dem Abschiebelineal.

Zeigt sich ein kleiner Fehler (bis etwa $\frac{1}{3}^{mm}$), so werden c und d um die Hälfte desselben verstellt.

Die zwischen den korrigierten Punkten c und d gelegene Strecke wird hierauf mit Hilfe des Abschiebelineals mit den 100er Marken versehen.

Nun folgt die Ausführung. Sie besteht darin, daß man das Rechteck $abcd$, ferner die Verbindungsgeraden der korrespondierenden 100er Marken, insoweit sie innerhalb der Rechtecksfläche liegen, mit zarten und hellen Tuschlinien auszieht und zum Schlusse die 100er Marken nummeriert.

Bemerkungen:

1. Statt in m und n kann man die Normalen zur Basis auch in a und b errichten. Theoretisch genommen ist dies zwar besser, praktisch aber minder gut, weil die Punkte p, 41 und c respektive q, 28 und d allzu nahe aneinander zu liegen kommen, die Konstruktion somit an Deutlichkeit einbüßt.

2. Vielfach wird das Sektionsrechteck auch dadurch bestimmt, daß man die Dreiecke acb und acd aus ihren Seiten auf der gemeinsamen Basis ac aufbaut, wozu b und d zunächst roh und dann mit Hilfe des Abschiebelineals genau bestimmt werden. Es erscheint wohl überflüssig, diese Konstruktion detailliert zu besprechen.

3. Es existieren Messingschablonen zur Bestimmung des Sektionsrechteckes und der in dessen Seiten befindlichen 100er Marken. Die Eckpunkte des Rechteckes und die erwähnten Marken werden dann mit Hilfe einer feinen Nadel durchpikiert.

Die Auftragung eines Punktes, dessen Koordinaten berechnet wurden, erfolgt in der Weise, daß man zunächst jenen Hektar aufsucht, in welchem sich der Punkt befindet und hierauf den Punkt

als Schnittpunkt von zwei zueinander senkrechten Geraden bestimmt. Die Fig. 65 auf Taf. 7 erläutert dies näher.

Bemerkungen:

α) Um bei Massenauftragungen den betreffenden Hektar nicht so leicht zu verlieren, bezeichnet man ihn mit einem kleinen, schweren Körper — mit einem Bleiknopf, einer Münze usw.

β) Wenn die aufzutragende Abszisse oder Ordinate aus einer runden Zahl von Hunderterstrecken und einem kleinen Überschuß besteht und dieser Überschuß mit dem Zirkel nicht gut gefaßt werden kann, so faßt man 100^m vermehrt um den Überschuß und trägt diese Strecke von der nächsten Hektarenlinie aus auf. Die Fig. 66 auf Taf. 8 erläutert dies.

Die eben besprochene Auftragung von Punkten mit Hilfe gerechneter Punktkoordinaten hat anderen Auftragungen gegenüber hauptsächlich den Vorteil, daß die Konstruktionsfehler sehr klein sind und sich nicht ansammeln können.

Detailauftragungen.

Die Bestimmung der Detailpunkte ist bei geodätischen Aufnahmen die Massenarbeit. Sie muß daher billig sein. Das ist nur dann der Fall, wenn sowohl die Feldarbeit als auch die Hausarbeit billig sind. Die erstere ist es bekanntlich dann, wenn die Detailträger nahe am Detail angenommen werden, die letztere, wenn man Rechnungen vermeidet und nur mit gewöhnlichen Zeichenrequisiten und Auftrageapparaten arbeitet.[1])

Nach der Dispositionslehre wird das Detail an die Linien der Detailnetze in folgender Weise angebunden oder angeheftet:

1. Durch rechtwinkelige Koordinaten,
2. durch Lineartriangulierung,
3. durch „Rayon und Maß",
4. durch „Rayon und Schnitt" und endlich
5. durch Polygonisierung mit der Waldbussole oder Detailpolygonisierung.

[1]) Eine Auftragung von Detailpunkten mit Hilfe berechneter Koordinaten erscheint nur dann motiviert, wenn diese Koordinaten aus anderen Gründen, z. B. wegen einer genauen und einfachen Flächenbestimmung, ermittelt worden sind.

In den ersten zwei Fällen fungieren die Ecken der Detailnetze oder die Detailträger als Achsenpunkte, in den Fällen 3 und 4 als Standpunkte, im Falle 5 als Stützpunkte.

Die Kartierung von Detailpunkten, welche mit Hilfe rechtwinkeliger Koordinaten bestimmt worden sind, erfolgt mit den gewöhnlichen Zeichenrequisiten oder mit Engels Auftrageapparat und bietet nichts Neues, ebenso die — nur ausnahmsweise vorkommende — Bestimmung einzelner Punkte durch Lineartriangulierung. Die Kartierung des Details, welches durch „Rayon und Maß" und „Rayon und Schnitt" festgelegt wurde, bedingt die Konstruktion von Strahlenbüscheln mit Hilfe von Winkelauftrageapparaten.[1]) Soll man z. B. mit einem Tachygraphplanimeter den Strahlenbüschel Fig. 67, Taf. 8. zeichnen, so wird man den Winkelzeichner auf die der Visur von I nach II entsprechende zentrierte Lesung stellen, sperren, den Apparat derart verstellen, daß die Ziehkante mit I II zusammenfällt und nun das Fußlineal fixieren.

Stellt man nun den Winkelzeichner nacheinander auf die den Visuren I 1, I 2 usw. entsprechenden zentrierten Lesungen ein und verschiebt man Schlitten und Leitschiene derart, daß die Ziehkante den Punkt I passiert, so kann man die Strahlen I 1, I 2 usw. zeichnen. Die Bestimmung der Strahlenlängen mit dem logarithmischen Rechenschieber — wenn „Rayon und Maß" und die Methode von Reichenbach angewendet wurden — ist bekannt. Um die Strahlen, in denen die Punkte 1, 2, 3 usw. liegen, leicht zu finden respektive nicht zu verwechseln, werden dieselben in der aus der Fig. 67 auf Taf. 8 ersichtlichen Art bezeichnet. Man schreibt die Nummer so, daß sie vom Strahle geschnitten erscheint und setzt unmittelbar hinter dieselbe einen Punkt auf den Strahl. Ist nach der Methode „Rayon und Schnitt" detailliert worden, wie z. B. in Fig. 68, Taf. 8, so werden eben zwei Strahlenbüschel konstruiert. Die Strahlen vom Punkte II aus werden natürlich nur

[1]) Die Bestimmung der Grenzsteine bei Aufnahmen der österreichischen Staatsforste erfolgt durch „Rayon und Maß" aus den Brechungspunkten der um und in den Wald gelegten Züge. Die Strahlenlängen werden nach der Friedrichschen Methode bestimmt, die Grenzsteine jedoch nicht mit Hilfe eines Apparates aufgetragen, sondern mit Hilfe von berechneten Koordinaten, die auf das Hauptsystem bezogen werden. Die Koordinatenberechnung erfolgt hier in erster Linie wegen einer schärferen und einfachen Flächenbestimmung.

ganz kurz gezogen und die gefundenen Schnittpunkte pikiert, eingeringelt und nummeriert.

Die Aufgabe, zwischen vorhandene Stützpunkte Detailzüge einzuschalten, welche mit Hilfe einer Waldbussole aufgenommen wurden, kann in mehrfacher Weise durchgeführt werden. Die gebräuchlichsten Methoden sind:

1. Mit der Zulegeplatte der Waldbussole,
2. mit dem Tachygraphplanimeter,
3. mit Hilfe eines Vollkreistransporteurs aus Karton oder Zellulose.

Ad 1. Die Auftragung eines Zuges mit Hilfe der Zulegeplatte erfordert des besseren Verständnisses wegen eine kurze Erläuterung des Vorganges während der Aufnahme. Diese Erläuterung soll mit jener der Auftragung kombiniert werden. Die Waldbussole besteht im Wesen aus dem Statife, dem Unterbau (Hülse, Vorrichtung zum Vertikalstellen der Vertikalachse, Kompaß auf einer quadratischen um die Vertikalachse drehbaren Platte — der „Zulegeplatte“ — montiert) und dem Oberbau mit dem Fernrohr.

Der Oberbau ist mit der Zulegeplatte in der Regel so verbunden, daß die orthogonale Projektion der Visierlinie auf die Zulegeplatte mit der Geraden NS (Nord-Süd) im Kompaß zusammenfällt und parallel ist mit der Ziehkante zz' der Zulegeplatte (Fig. 69, Taf. 8). Das Okular des Fernrohres befindet sich — wenn die Fernrohrlage eine normale ist, was immer vorausgesetzt werden soll — über S, das Objektiv über N.

Wenn nun der Zug A, 1, 2 usw. im Anschlusse an die Gerade AB (Fig. 70, Taf. 8) aufgenommen werden soll, so wird in folgender Weise vorgegangen: Meßgerechte Aufstellung des Apparates in A, Visur nach B (Orientierungsvisur). Ablesungen bei der Nord- und wegen der Kontrolle auch bei der Südspitze der Nadel. Drehung des Apparates, bis die Visur durch den „Bindepunkt“ 1 geht. Neuerliche Ablesung bei der Nord- und Südspitze.

Um nun den Winkel $1AB$ zeichnen zu können, wird die Ziehkante der Zulegeplatte, die sich vom Instrumente trennen läßt, an AB am Reißbrette gelegt und dieses so lange gedreht, bis die Nordspitze jene Lesung gibt, die man am Felde notiert hat, als man in A stand und nach B visierte. Nun ist das Reißbrett orientiert,

d. h. AB und alle anderen Linien am Reißbrette zu den gleichbenannten Linien am Felde parallel gestellt.

Die Orientierung muß in irgendeiner Art gesichert werden (durch Festklemmen des Reißbrettes an den Zeichentisch, durch Beschweren mit nicht magnetischen Gewichten usw).

Dreht man jetzt die Zulegeplatte so lange, bis die Nordspitze jene Lesung angibt, die man notiert hat, als man in A stand und nach 1 visierte, so hat die Ziehkante offenbar jenen Winkel beschrieben, den AB und A 1 bilden. Wird also die Ziehkante in dieser gedrehten Lage an A angeschoben und nach ihr eine Gerade gezogen, so entspricht diese Gerade der Richtung A 1. Wird die Strecke A 1 in verjüngtem Maße auf die gezogene Gerade aufgetragen, so ergibt sich der Tischpunkt 1.

Um nun die Gerade 1, 2 am Reißbrette zu erhalten, sollte man eigentlich das Instrument in 1 aufstellen, nach 2 visieren, ablesen, zu Hause angelangt die Zulegeplatte entsprechend drehen, an 1 anlegen und die Gerade ziehen.

Die Aufstellung in 1 ist nun nicht notwendig. Wenn man sich nämlich mit dem Instrumente gleich in 2 aufstellt und von da nach 1 visiert, so erhält man bei der Südspitze dieselbe Lesung wie wenn man in 1 steht, nach 2 visiert und bei der Nordspitze liest, oder mit anderen Worten: Die zur bequemen Konstruktion der Linie 1, 2 notwendige Nordlesung für die Visur von 1 nach 2 ist gleich der Südlesung, welche der Visur von 2 nach 1 entspricht.

Um die Gerade 2, 3 am Reißbrette zu erhalten, wird von 2 aus nach 3 visiert, abgelesen, zu Hause die Ziehkante der erhaltenen Lesung entsprechend gedreht, an 2 angelegt und die Gerade gezogen.

Man entnimmt aus den vorhergehenden Ausführungen folgendes Programm für die Aufnahme: Meßgerechte Aufstellung in A, Visuren nach B und 1. Aufstellung in 2, Visuren nach 1 und 3 usw. Dazu müssen die Längen der Strecke A 1—1, 2—2, 3 usw. bestimmt werden. Diese Aufnahmsmethode heißt die „Springstandaufnahme".

Für das Zeichnen ergibt sich folgendes Programm: Orientierung des Reißbrettes mit Hilfe der Nordlesung, welche der Visur von A nach B entspricht, Zeichnen der Linie von A nach 1 mit Hilfe der Nordlesung, welche man erhielt, als man in A stand und nach 1 visierte. Auftragung des Punktes 1. Zeichnen der Linie von 1 nach 2 mit Hilfe der Südlesung von 2 nach 1, d. h. indem

man die Nordspitze der Nadel (n) auf die Südlesung einstellt, welche der Visur von 2 nach 1 entspricht. Auftragung von 2. Zeichnen der Linie von 2 nach 3 mit Hilfe der Nordlesung für die Visur von 2 nach 3. Auftragung von 3 usw.

Bemerkungen:

a) Man kann auch bei gleichbleibendem Vorgang am Felde die Konstruktion so durchführen, daß nur die Nordlesungen verwendet werden.

In diesem Falle muß man aber die Zulegeplatte während des Zeichnens sehr stark drehen, was die Arbeit sehr verzögert, weil die Nadel erst nach längerem Warten zur Ruhe gelangt.

b) Die Verteilung eines als zulässig anerkannten Schlußfehlers am Ende des aufgetragenen Zugteiles, also beim nächstfolgenden Stützpunkte, geschieht in bekannter Weise (siehe Fig. 51 *a* und 51 *b* auf Taf. 6).

Ad 2. Die Auftragung eines Bussolenzuges mit einem Tachygraphplanimeter erfolgt in nachstehender Weise:

Man stellt den Kreissektor auf die der Visur von A nach B (AB ist die Orientierungsgerade) entsprechende Nordlesung und sperrt ihn. Nun legt man die Ziehkante an die Gerade AB und fixiert das Fußlineal. Wird nun der Kreissektor auf die der Visur von A nach 1 entsprechende Nordlesung gedreht, so schließt die gegenwärtige Stellung der Ziehkante mit der früheren offenbar den Winkel $1AB$ ein. Wenn also die Ziehkante durch Parallelbewegung (L am Fußlineal und Schlitten auf L) so gestellt wird, daß sie A enthält, so ist die Richtung A 1 am Brette gegeben und kann gezeichnet werden. Nun wird die verjüngte Strecke A 1 auf den gezogenen Rayon aufgetragen, der erhaltene Punkt 1 bezeichnet, der Kreissektor auf die der Visur von 2 nach 1 entsprechende Südlesung eingestellt, die Ziehkante wieder parallel verschoben bis sie durch 1 geht, der Rayon von 1 gegen 2 gezogen usw.

Nicht unerwähnt darf bleiben, daß bei der Winkelauftragung jene Ziffernreihe des Sektors verwendet werden muß, welche in demselben Sinne lauft wie die Ziffernreihe auf der Bussole.

Gewöhnlich ist es die im Sinne der Uhrzeigerbewegung laufende Reihe. Die andere Ziffernreihe ist bekanntlich für die Auftragung theodolitischer Winkeldaten bestimmt.

Die Schlußfehlerverteilung erfolgt in bekannter Weise (siehe Fig. 51 *a* und 51 *b* auf Taf. 6).

Ad 3. Die Konstruktion eines Bussolenzuges mit Hilfe des erwähnten Vollkreistransporteurs aus Karton oder Zellulose ist nur bei sehr geringwertigen Zügen zulässig.

Des leichteren Verständnisses wegen soll angenommen werden, daß sie bereits durchgeführt wurde, und zwar auf einem Pauspapier.

Wenn *a* und *b* die Endpunkte des auf dem Pauspapier liegenden Polygonzugteiles sind und *A* und *B* die auf dem Reißbrette befindlichen Stützpunkte, zwischen welche der Polygonzugteil eingeschaltet werden soll, so wird, wenn man *a* auf *A* legt, *b* mit *B* nicht übereinstimmen. Man schwenkt nun die Gerade *ab* derart, daß *b* auf einen Punkt der Geraden *AB* zu liegen kommt, beurteilt den Schlußfehler und verteilt ihn, wenn er zulässig erscheint, im Sinne der Geraden *AB*, d. h. parallel zu ihr, in bekannter Weise. Gewöhnlich wird aber diese Verteilung nach Augenmaß vorgenommen. Man legt also *a* auf *A*, *b* auf die Gerade *AB*, fixiert das Pauspapier und pikiert die nach Augenmaß etwas verstellten Zugpunkte auf das Zeichenpapier gleich durch.

Was nun die Konstruktion des Zuges mit dem bekannten Vollkreistransporteur (Fig. 18, Taf. 3) anbelangt, so ist diese höchst einfach. Man stand z. B. im Punkte *A* und hat, nach dem ersten Bindepunkte visierend, die Nordlesung 340° erhalten. (Eine Orientierung ist hier nicht notwendig, weil *ab* auf *AB* gelegt wird.) Die Zulegeplatte hatte demnach, wenn die seitlichen Ränder des Papieres die Nordsüdrichtung vorstellen, die aus der Fig. 71 auf Taf. 8 ersichtliche Lage. Legt man daher die Ziehkante des Transporteurs, d. i. 0,180 in Fig. 72 auf Taf. 8 parallel zur Nordsüdrichtung, *m* auf den dem Punkte *A* entsprechenden Punkt *a* und markiert man die mit 340° bezeichnete Stelle des Transporteurumfanges, so wird, wenn man die Ziehkante um *m* herum in die Richtung der Marke dreht, der nach der Ziehkante gezogene Rayon mit der Nordsüdrichtung denselben Winkel einschließen wie die Ziehkante der Zulegeplatte mit der Nordsüdrichtung des Feldes.

Auf den gezogenen Rayon wird nun die Strecke *A* 1 verjüngt aufgetragen und in 1 ebenso verfahren wie in *a* usw.

Die Lesungen sind so wie früher zu benützen, d. h. einmal die Nord- dann die Südlesung, dann wieder die Nordlesung

usw. Um das Parallelstellen der Ziehkante zur Nordsüdrichtung zu erleichtern, ist es sehr zweckmäßig, das Pauspapier auf ein sogenanntes Millimeterpapier zu legen. Auf einem Pauspapierbogen werden bei Massenpolygonisierungen viele Polygonzüge aufgetragen, nummeriert, in die entsprechenden Stützpunktintervalle eingehängt, nach Augenmaß korrigiert und während des Korrigierens durchgestochen. Daß solchen Arbeiten gute Skizzen zugrunde gelegt werden müssen, ist selbstverständlich.

Schlußbemerkungen:

a) Polygonisierungen mit der Waldbussole bieten mancherlei Vorteile.

Zunächst braucht man das Instrument nur in jedem zweiten Brechungspunkte aufzustellen; dann liegt es im Wesen der Arbeit, daß man in allen Fällen, in denen die Eckpunkte des aufzunehmenden Polygonzuges nicht ausgepflockt sind und hinsichtlich ihrer Wahl eine gewisse Freiheit gestatten, das Instrument nicht zu zentrieren braucht. Es ist dies z. B. bei der Aufnahme von Bestandesgrenzen der Fall und einer bedeutenden Zeitersparnis gleichzuhalten.

Besonders charakteristisch ist für die Polygonisierung mit der Bussole der Umstand, daß die Richtung irgendeiner Seite von jener der vorhergehenden Seite ganz unabhängig ist, daß sich also Fehler in den Richtungen der Seiten nicht fortpflanzen können. Trotz sehr mangelhafter und unsicherer Ablesungen auf dem Kompaß der Waldbussole ist diese mit Rücksicht auf den vorhin erwähnten Umstand zur Aufnahme kurzseitiger Züge weit besser geeignet wie Meßtisch und Theodolit.

Je kürzer die Seiten des Zuges sind, desto weniger können sich die Ablesefehler bei der Kartierung äußern. Oft genug sind infolgedessen die Fehler in den Richtungen der aufgetragenen Seiten nicht wahrnehmbar und ist dann der zum Vorschein kommende Schlußfehler — wenn auch die Seitenlängen genügend gut bestimmt worden sind — lediglich in den zeichnerischen Manipulationsfehlen begründet.

b) Die Bussolendaten kann man auch zur Berechnung der Koordinaten von Polygonpunkten verwenden.

Man benützt in diesem Falle mit Vorteil eine Bussole, deren Teilung im entgegengesetzten Sinne der Uhrzeigerbewegung, d. h. „widersinnisch“ beziffert ist.

Wäre die Richtung des geographischen Meridians mit jener des magnetischen identisch, so hätte man in der Ablesung bei der Südspitze der Nadel (s) auch schon den Südwinkel von AB (Fig. 73, Taf 8). Nachdem aber die Richtung des magnetischen Meridians von jener des geographischen abweicht — in unseren Gegenden gegenwärtig gegen Norden gesehen um 7° 30′ nach links —, so muß man von allen Südlesungen 7° 30′ abziehen, um die Südwinkel zu erhalten. Aus diesen und den Seitenlängen kann man nun die Koordinaten der Brechungspunkte gerade so berechnen als wenn der Zug mit einem Theodoliten aufgenommen worden wäre. Diese Berechnung wird jedoch in Österreich nur äußerst selten durchgeführt.

Kartierung von Gebieten, welche einen größeren Teil der Aufnahmssektion umfassen eventuell so groß sind wie diese selbst.

Wie aus der Dispositionslehre bekannt ist, können Aufnahmen von solchen Gebieten nur auf Grund einer Triangulierung ausgeführt werden. Man spannt über das Aufnahmsgebiet ein oder mehrere Dreiecke, bestimmt dieselben durch Messung einer Basis und der Dreieckswinkel, entwickelt aus den Dreieckspunkten oder mit Zugrundelegung derselben die Detailträger und aus diesen das Detail.

Zu den Detailträgern gelangt man, indem man zwischen die Dreieckspunkte gestreckte Polygonzüge einhängt, zwischen diese Züge (Hauptzüge) Nebenzüge legt und in das System der Polygonzüge sogenannte Messungslinien einbindet — oder man bestimmt die Detailträger aus den Dreieckspunkten durch „Rayon und Schnitt“, „seitlichen Schnitt“ und „Rückwärtseinschneiden“, also ganz unabhängig voneinander. Die Detailpunkte werden im ersten Falle in der Regel mit Hilfe rechtwinkeliger Koordinaten, ausnahmsweise durch Lineartriangulierung bestimmt; im zweiten Falle dagegen mit Hilfe von „Rayon und Maß“ oder „Rayon und Schnitt“. Bei Forstaufnahmen muß zwischen den Detailträgern mit der Waldbussole polygonisiert werden.

Die erste Methode stellt bekanntlich das Wesen der neueren oder Polygonalmethode dar, die zweite das Wesen der älteren

oder Meßtischmethode. Den letzterwähnten Vorgang dagegen könnte man als die forstliche Methode hinstellen.

Die Detailträger, denen innerhalb jeder der besprochenen Methoden eine sehr wichtige Rolle zufällt, werden mit Hilfe berechneter Koordinaten aufgetragen oder — bei geringeren Genauigkeitsansprüchen — aus den Triangulierungspunkten konstruktiv abgeleitet. Im ersten Falle ist die Triangulierung bloß eine mathematische Grundlage der Kartierung. Im zweiten Falle dagegen muß sie am Zeichenbrette vorliegen und ist mithin eine graphische Grundlage. Ihre Auftragung erfolgt in der Regel mit Hilfe berechneter Koordinaten; mitunter auch, indem man die einzelnen Dreiecke aus den berechneten Dreiecksseiten mit Stangenzirkel oder Abschiebelineal konstruiert. Die Konstruktion der Triangulierung mit Hilfe eines Winkelauftrageapparates ist wegen der langen Dreiecksseiten nicht zu empfehlen oder überhaupt nicht ausführbar.

Die in Rede stehende Triangulierung ist eine Triangulierung der vierten Ordnung und besteht in der Bestimmung von Dreiecken, welche entweder durchweg auf derselben Strecke — der Basis — aufstehen oder eine Kette oder endlich ein Netz bilden.

Derlei Ketten und Netze sollen zum Unterschiede von später vorkommenden „eingeschalteten" Ketten und Netzen als „freie" bezeichnet werden und — weil sie nur eine Aufnahmssektion beherrschen — als Sektionsketten" respektive „Sektionsnetze".

Das Wesentlichste über die Berechnung eventuell Konstruktion von Triangulierungen der vierten Ordnung für eine Aufnahmssektion.

Bemerkungen betreffend die Basisbestimmung.

Die Basis AB eines Dreiecksystems für eine Aufnahmssektion ist häufig so lang, daß sie nicht direkt gemessen werden kann. Die Durchführung der direkten Messung erfordert eben einen langen ebenen Terrainstreifen, der nicht immer leicht zu finden ist. Man leitet dann die Strecke AB aus einer andern Strecke ab ab, die viel kürzer ist als AB und diese recht scharf schneidet. Fig. 74 auf Taf. 8 erläutert dies.

ab heißt die Messungsbasis, AB die Rechnungsbasis. Außer der Strecke ab werden gemessen die Winkel α, β, γ und δ. Aus ab, α und γ kann nach dem Sinussatze aB, aus ab, β und δ nach

demselben Satze aA gerechnet werden. Zuletzt rechnet man aus aA, aB und $\alpha + \beta$ nach dem Carnotschen Satze AB. — Ganz so kann man auch AB aus bB, bA und $\gamma + \delta$ bestimmen. Es wird natürlich dasselbe Resultat herauskommen. Die zweifache Berechnung von AB hat hier bloß den Wert einer Kontrolle.

Das Resultat (AB) wird in dem schon wiederholt besprochenen Sinne verbessert, wenn man auch die Winkel m und n mißt und bei der Feststellung von α, β, γ und δ mitberücksichtigt, indem man die Differenzen von $\alpha + \gamma + m$ und $\beta + \delta + n$ gegen 180° auf alle drei Winkel der Dreiecke abB beziehungsweise abA gleichmäßig verteilt.

Es gibt selbstverständlich noch andere Wege, um das Resultat (AB) weiter zu verbessern, indem z. B. noch die zwei Teile der Winkel m und n gemessen und in den Kalkul einbezogen werden usw. Für die Bestimmung der Rechnungsbasis eines Systems vierter Ordnung genügt indes einer der angegebenen Wege.

Manchmal ist es nicht möglich, eine gerade Basis anzunehmen.

Zwischen A und B (Fig. 75, Taf. 8) ist z. B. stark bewaldetes Terrain. Durch dasselbe führt aber eine Straße, hart an A und B vorbei. Man hat zwischen A und B an der Straße einen Punkt a angenommen, die Strecken Aa und aB und außerdem den Winkel α gemessen. Nun ist die Bestimmung der Distanz AB gleichbedeutend mit der Anwendung des Carnotschen Satzes. Zur Verbesserung des Resultates können die Winkel m und n benutzt werden.

Bemerkungen betreffend die aus einigen Dreiecken auf gemeinsamer Basis bestehende Triangulierung für eine Aufnahmssektion.

Die Berechnung der Koordinaten von Punkten dieses Systems ist von S. 49 her bekannt.

Die Konstruktion der einzelnen Dreiecke aus der Basis und je zwei berechneten Seiten mit Hilfe von Stangenzirkel oder Abschiebelineal ist gleichfalls bekannt.

Bemerkungen betreffend die Sektionskette.

1. Die Berechnung der Koordinaten von Punkten einer einfachen Kette bietet mit Rücksicht auf die Ausführungen auf S. 49 nichts Neues. Ist die Triangulierung eine graphische Grundlage

für die weiteren Arbeiten, so ist derart zu rechnen, daß man den Schlußfehler nicht wahrnimmt. Ist sie eine mathematische Grundlage, dann wird man einen kleineren Schlußfehler anstreben und seine „Komponenten" (δ und δ') verteilen. Die Konstruktion der Kettendreiecke aus ihren Seiten mit Stangenzirkel oder Abschiebelineal ist bekannt. Diese Konstruktion ist jedoch nur dann zu empfehlen, wenn die Zahl der Kettendreiecke eine geringe ist (etwa 5 bis 6).

2. Außer der einfachen, eben erwähnten Kettenform gibt es noch Ketten mit „umgeschlagenen" Dreiecken. So ist z. B. in der Kette (Fig. 76, Taf. 9) das Dreieck BEF ein „umgeschlagenes" oder „umgeklapptes" Dreieck. Über die Berechnung solcher Ketten ist nichts Besonderes zu sagen.

3. Mitunter kommen auch Kombinationen von Dreiecksketten vor. So repräsentiert die Fig. 77 auf Taf. 9 eine Kombination von zwei Ketten. Über die Berechnung solcher Systeme ist ebenfalls nichts Besonderes zu sagen.

4. Sehr häufig — besonders im übersichtlichen Terrain — sind von einzelnen Eckpunkten der Kette mehr Visuren möglich, als die Bestimmung der Kette unbedingt erfordert. Infolgedessen kann man einen Teil der Kette auf mehrfache Art bestimmen.

So z. B. läßt sich das Trapezoid $ABFE$ in der Fig. 78 auf Taf. 9 auf dreifache Art festlegen.

Man bestimmt nämlich die Punkte F und E aus den Dreiecken ABF und ABE oder man bestimmt zuerst das Dreieck ABF und dann AFE oder endlich zuerst ABE und dann BEF.

Entscheidend ist hiebei die Form der Dreiecke. Man erkennt hieraus die Notwendigkeit einer guten Skizze des Dreiecksystems.

Die beste Methode, die Kette Fig. 78 unter den obwaltenden Umständen zu bestimmen, wird allerdings jene sein, in welcher alle von A, B, F und E aus meßbaren Winkel des Trapezoides $ABFE$ berücksichtigt erscheinen (8).

Die Berücksichtigung dieser acht Winkel führt zu einer nicht unbedeutenden „Versteifung", „Verspreizung" oder „Verstrebung" des Trapezoides $ABFE$ und damit auch zu einer Verbesserung der Kette, wohl aber auch zu einer bedeutenden Komplikation der Rechnung und ist in Punktsystemen der vierten Ordnung nicht am Platze.

5. Es ist stets von großer Wichtigkeit, die Qualität einer Triangulierung zu untersuchen.

Am rationellsten geschieht dies durch Messung einer von der Basis möglichst entlegenen Dreiecksseite und Vergleich des Messungsresultates mit dem Ergebnisse der Rechnung. In der Regel wird eine solche Probemessung ausführbar sein. Man nennt die behufs Prüfung gemessene Strecke die Kontrollbasis. Sie kann als überzählige Größe in die Rechnung einbezogen werden, was aber keineswegs einfach ist, weil das Resultat der direkten Messung im allgemeinen höher bewertet werden muß wie jenes der Rechnung.

Deshalb erfolgt diese Einbeziehung in den Kalkul bei den in Rede stehenden Systemen der vierten Ordnung nicht. Die Probemessung wird hier lediglich der Kontrolle wegen durchgeführt.

6. In manchen Fällen werden von Punkten der Dreieckskette aus besondere Punkte bestimmt, welche gleichwertig sind mit den Punkten der Kette, mit der letzteren jedoch in keinem organischen Zusammenhange stehen. Ein solcher Punkt ist z. B. H (Fig. 79, Taf. 9); derselbe wurde von F und E aus bestimmt.

Man kann diesen Punkt als einen „isolierten" bezeichnen.

Der Grund, warum derselbe in das System der die Kette bildenden Punkte — das „Grundsystem" — nicht einbezogen wurde, kann verschieden sein und zwar:

a) H ist ein Fixpunkt; man verlangt aber, daß die Kettenpunkte durchweg Standpunkte sind, um alle Dreieckswinkel direkt bestimmen zu können.

b) H ist wohl ein Standpunkt, die Visur von H nach A oder von A nach H aber unmöglich.

c) H ist ein Standpunkt und alle Visuren möglich; man will aber die Zahl der Dreiecke, welche die Kette bilden, reduzieren, um die Fehleransammlung einzudämmen. In diesem Falle hat man also den Punkt H gewissermaßen absichtlich isoliert.

Die konstruktive Bestimmung von H oder die Berechnung seiner Koordinaten erfolgt natürlich erst dann, wenn das Grundsystem fertig gestellt ist.

In den Fällen *a*) und *c*) ist H aus zwei Dreiecken (AEH und FEH) zu bestimmen und der Mittelpunkt der Positionen zu verwenden.

7. Die Strecke, aus welcher der isolierte Punkt bestimmt wird, braucht nicht immer eine Dreiecksseite der Kette zu sein. So z. B. wird der isolierte Punkt J (Fig. 79, Taf. 9) aus AD und den drei

Winkeln des Dreieckes *ADJ* berechnet oder konstruiert. *AD* rechnet man zu diesem Behufe aus den Koordinaten von *A* und *D* respektive aus den Strecken *AC* und *CD* und dem Winkel *DCA*. Wenn sich die Winkel *DAJ* und *JDA* nicht messen lassen, weil von *A* nach *D* und umgekehrt nicht visiert werden kann, dann werden sie aus den Winkeln *CAJ*, *JDC*, *CAD* und *ADC* bestimmt.

CAJ und *JDC* werden gemessen, *CAD* und *ADC* aus den Koordinaten von *A*, *C* und *D* oder aus den Strecken *AC* und *CD* und dem Winkel *DCA* berechnet. — Ein zulässiger Fehler in der Winkelsumme $DAJ + AJD + JDA$ wird gleichmäßig auf alle drei Winkel verteilt.

Bemerkungen betreffend das Sektionsnetz.

1. Die Berechnung der Koordinaten von Punkten eines Sektionsnetzes, welches aus einigen um einen Punkt gruppierten Dreiecken besteht, erfolgt genau so, wie dies auf S. 50 mit Zugrundelegung des Detailnetzes (Fig. 61, Taf. 7) besprochen wurde. Einen sichtbaren Schlußfehler wird man durch Verteilung von δ und δ' stets wegschaffen, einen unsichtbaren nur dann, wenn das Sektionsnetz eine mathematische Grundlage für die weiteren Arbeiten bilden soll. In diesem Falle wird es sich auch empfehlen, $\bar{\alpha}$ genauer zu berechnen.

Das in Rede stehende Sektionsnetz kann auch aus den berechneten Dreiecksseiten mit Stangenzirkel oder Abschiebelineal konstruiert werden. Die Ausgleichung des sich ergebenden Schlußfehlers erfolgt genau so, wie dies gelegentlich der Besprechung des Detailnetzes angegeben wurde, d. h. graphisch nach den Fig. 51*a* und 51*b* auf Taf. 6.

2. Ist die Grundlage einer Kartierung ein ausgedehnteres Sektionsnetz, z. B. das Netz Fig. 80 auf Taf. 9, so empfiehlt es sich, die Auftragung seiner Eckpunkte nur aus berechneten Koordinaten vorzunehmen.

Eine Konstruktion dieses Netzes aus den Dreieckseiten ist nicht zweckmäßig.

Die Berechnung der Netzpunktkoordinaten fußt in diesem Falle auf dem folgenden Programm:

a) Berechnung der Koordinaten des aus den Dreiecken 1—5 bestehenden Netzes in bekannter Weise.

b) Ausgleichung der Winkel im System 6—9.

Diese Ausgleichung erfolgt so wie im System 1—5 nach der „übereinstimmenden“ Methode.

Hiebei werden die aus den Koordinaten *B*, *C* und *F* berechneten Strecken *BC*, *BF* sowie der Winkel *CBF* als definitiv angesehen und nun in folgender Weise vorgegangen:

Man zieht zunächst den Winkel *CBF* von 360° ab und vergleicht den erhaltenen Wert mit $\gamma_6 + \gamma_7 + \gamma_8 + \gamma_9$. Ein eventueller zulässiger Unterschied wird nun auf γ_6, γ_7, γ_8 und γ_9 gleichmäßig verteilt und diese Winkel als definitiv betrachtet. Nun werden die α und β genau so behandelt wie früher, d. h. man bestimmt z. B. im Dreiecke 6 $180° - \gamma_6$ (wobei γ_6 korrigiert in Betracht kommt) und vergleicht diese Differenz mit der Summe $\alpha_6 + \beta_6$. Die Abweichung dieser Summe von $180° - \gamma_6$ wird nun auf α_6 und β_6 gleichmäßig verteilt. Die so korrigierten Werte α_6 und β_6 sind wieder nur provisorisch und würden einen übereinstimmenden Kalkul des aus den Dreiecken 6—9 bestehenden Netzes nicht zulassen. Um die Werte α und β definitiv festzustellen, werden wieder Normale gefällt von *B* auf die einzelnen Außenseiten des Partialnetzes (6—9). Die Punkte Z_6, Z_7, Z_8 und Z_9 sind die Fußpunkte dieser Normalen. Es ergeben sich nun wieder folgende Gleichungen:

$$BZ_6 = BF \sin \alpha_6 = BG \sin \beta_6$$
$$BZ_7 = BG \sin \alpha_7 = BH \sin \beta_7$$
$$BZ_8 = BH \sin \alpha_8 = BJ \sin \beta_8$$
$$BZ_9 = BJ \sin \alpha_9 = BC \sin \beta_9.$$

Daraus folgt:

$$BF \sin \alpha_6 \cdot \sin \alpha_7 \cdot \sin \alpha_8 \cdot \sin \alpha_9 = BC \sin \beta_6 \cdot \sin \beta_7 \cdot \sin \beta_8 \cdot \sin \beta_9 \text{ oder}$$
$$\log BF + \log \sin \alpha_6 + \log \sin \alpha_7 + \log \sin \alpha_8 + \log \sin \alpha_9 - \log BC -$$
$$- \log \sin \beta_6 - \log \sin \beta_7 - \log \sin \beta_8 - \log \sin \beta_9 = 0.$$

Diese Gleichung wird wieder nicht zutreffen.

Statt 0 wird herauskommen w'.

Führt man dieselbe Betrachtung durch wie vorhin (S. 51), so findet man, daß $-w'$ dividiert durch die Summe der in Betracht kommenden Tafeldifferenzen jene Anzahl von Sekunden liefert, um welche die provisorischen Werte von α_6, α_7, α_8, α_9, β_6, β_7, β_8 und β_9 zu korrigieren sind. Ist w' positiv, so müssen α_6, α_7, α_8, α_9 verkleinert und β_6, β_7, β_8, β_9 vergrößert werden. Ist w' negativ, so muß das Umgekehrte geschehen.

c) Berechnung der noch unbekannten Dreieckseiten im System 6—9.

d) Berechnung der Südwinkel von FG, GH, HJ und JC aus den Koordinaten von B und F und den ausgeglichenen Dreieckswinkeln.

e) Berechnung der x- und y-Längen der genannten Strecken und Bildung ihrer algebraischen Summen. Die algebraische Summe der x-Längen von FG, GH, HJ und JC sollte, theoretisch genommen, gleich sein der algebraischen Summe der x-Längen von FB und BC. Da aber die Größe $\bar{\alpha}$ für das System 6—9 nicht absolut genau bestimmt worden ist, so wird diese Gleichung nicht genau zutreffen. Ähnliches gilt von den y-Längen der genannten Strecken.

Der Schlußfehler wird genau so behandelt wie vorhin bei der Berechnung des aus den Dreiecken 1—5 bestehenden Systems.

f) Berechnung der Koordinaten von G, H und J aus den Koordinaten von F und den vorhin angeführten eventuell verbesserten x- und y-Längen.

3. Im übersichtlichen Terrain lassen sich wieder, wie in Sektionsketten, von einzelnen Punkten des Sektionsnetzes mehr Visuren ausführen, wie dies unbedingt notwendig ist. Hinsichtlich ihrer Verwendung kann auf die Sektionskette hingewiesen werden.

4. Von der Kontrollbasis gilt dasselbe, was vorhin bei der Besprechung der Sektionsketten gesagt wurde.

5. So wie in Sektionsketten kommen auch in Sektionsnetzen „isolierte“ Punkte vor. Die Netze repräsentieren dann wieder „Grundsysteme“, welche vollkommen fertiggestellt werden, bevor man die isolierten Punkte konstruiert oder rechnet.

Die Isolierung einzelner Punkte ist wieder durch die Unzugänglichkeit der Punkte bedingt (Fixpunkte) oder durch Lokalverhältnisse oder endlich, man isoliert absichtlich, um die Fehleransammlung einzuengen.

Kartierung von Detailträgern innerhalb des Systems von Triangulierungspunkten:

Dieselbe erfolgt entweder mit Hilfe berechneter Koordinaten oder auf konstruktivem Wege.

Zur Berechnung der Koordinaten von Detailträgern müssen die Koordinaten der Triangulierungspunkte unbedingt bekannt sein.

Für die konstruktive Bestimmung der Detailträger ist die Kenntnis der Koordinaten der Triangulierungspunkte von hoher Wichtigkeit, aber nicht unerläßlich. Die Detailträgerkonstruktion kann auch auf Grundlage einer Zeichnung der Triangulierung durchgeführt werden.

Berechnung der Detailträgerkoordinaten auf Grund der Koordinaten der Triangulierungspunkte.

Nach früherem muß man zwei Fälle unterscheiden, und zwar:

a) Die Detailträger sind Brechungspunkte von Polygonzügen, welche zwischen Triangulierungspunkte oder Punkte anderer Züge eingehängt werden.

b) Die Detailträger sind Punkte, welche unabhängig voneinander durch Vorwärtsabschneiden, Seitwärtsabschneiden oder Rückwärtseinschneiden bestimmt worden sind.

Ad *a*) In Fig. 81, Taf. 9, sind A, B, P, Q Triangulierungspunkte, 1, 2, 3 . . . . n die Eckpunkte eines zwischen A und B hängenden, gestreckten Polygonzuges, α_A der sogenannte Anschlußwinkel, α_B der Abschlußwinkel desselben, $\beta_1, \beta_2 \ldots \beta_n$ die Brechungswinkel und ω_P, ω_A, ω_1, $\omega_2 \ldots \omega_B$ die in Betracht kommenden Südwinkel.

Gegeben sind die Koordinaten von A, B, P und Q. Gemessen wurden α_A, α_B, alle β und alle Polygonseiten. Zu berechnen sind die Koordinaten von 1, 2, 3 . . . n.

Das Programm für diese Berechnung stellt sich folgendermaßen dar:

1. Berechnung von ω_P und ω_B.
2. Ausgleichung der Winkel α_A, β_1, β_2 . . . β_n, α_B.
3. Berechnung der Südwinkel ω_A, ω_1, ω_2 . . . ω_n, ω_B.
4. Berechnung der x- und y-Längen der Polygonseiten.
5. Berechnung der Koordinaten von 1, 2, 3 . . . n.

Ad 1. $\omega_P = 180° + \varrho$ und $tg \cdot \varrho = \dfrac{y_P - y_A}{x_P - x_A}$

$$\omega_B = 360° - \sigma \text{ und } tg \cdot \sigma = \frac{y_B - y_Q}{x_Q - x_B}.$$

Ad 2. $\omega_A = \omega_P + \alpha_A - 180°$

$$\omega_1 = \omega_A + \beta_1 - 180°$$
$$\omega_2 = \omega_1 + \beta_2 - 180°$$
$$\cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot$$
$$\cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot$$
$$\cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot$$
$$\cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot$$
$$\cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot$$
$$\omega_B = \omega_n + \alpha_B + 180°.$$

Somit

$$\omega_B = \omega_P + \alpha_A + \beta_1 + \beta_2 + \ldots + \beta_n + \alpha_B - m \cdot 180°$$ oder

$$\omega_B - \omega_P = \alpha_A + \beta_1 + \beta_2 + \ldots + \beta_n + \alpha_B - m \cdot 180°,$$ d. h.:

Wenn man die Strecken PA und BQ in das System der Polygonseiten einbezieht, so kann man sagen: die Differenz zwischen dem Südwinkel der letzten und der ersten Seite ist gleich der Summe aller gemessenen Winkel vermindert um eine runde Anzahl von gestreckten Winkeln, die sich natürlich sofort ergibt.

Wegen der unvermeidlichen Beobachtungsfehler wird diese Gleichung nicht genau zutreffen. Ist der Widerspruch zulässig, so verteilt man ihn zu gleichen Teilen auf alle α und β.

Nach der Instruktion für die österreichische Katastralvermessung darf der Fehler in der Winkelsumme $\alpha_A + \beta_1 + \beta_2 + \ldots + \alpha_B$ den Betrag $75\sqrt{n+1}''$ nicht überschreiten. Nur bei sehr ungünstigen Messungsverhältnissen wird ein größerer Betrag toleriert (bis 1·5 von $75\sqrt{n+1}''$).

Ad 3. Nach erfolgter Ausgleichung der Winkel α und β werden die Südwinkel ω_A, $\omega_1 \ldots \omega_n$, ω_B gerechnet und muß nun das berechnete ω_B mit dem gegebenen respektive aus den Koordinaten von B und Q abgeleiteten genau übereinstimmen.

Ad 4. Die Berechnung der x- und y-Längen der Polygonseiten aus deren Längen und Südwinkeln bietet nichts Neues.

Hier gibt es aber wieder eine Kontrolle. Die algebraische Summe der x-Längen der Polygonseiten muß nämlich gleich sein der x-Länge der Strecke AB und ebenso muß die algebraische Summe der y-Längen der Polygonseiten gleich sein der y-Länge von AB. Natürlich werden diese Bedingungen wieder nicht genau erfüllt erscheinen, weil ja die Polygonseiten mit Fehlern behaftet sind und auch die Südwinkel keine wahren Werte vorstellen.

Der Fehler in der algebraischen Summe der x-Längen soll wieder mit δ, jener in der algebraischen Summe der y-Längen mit δ' bezeichnet werden.

Nach der Instruktion zur Durchführung der österreichischen Katastralvermessung sind δ und δ' zulässig, wenn folgende Bedingungen erfüllt erscheinen:

α) Wenn die Differenz zwischen der Strecke AB gerechnet aus den Koordinaten von A und B und gerechnet aus den algebraischen Summen der provisorischen x- und y-Längen der Polygonseiten[1]) den Wert $0.0006\,[s] + 0{\cdot}02\,\sqrt{[s]}$ nicht überschreitet.

Unter $[s]$ ist hiebei die Summe der Polygonseiten zu verstehen und der angegebene Wert je nach den Messungsverhältnissen um 20% zu vermindern oder zu vermehren.

β) Wenn die Differenz zwischen dem Südwinkel der Strecke AB gerechnet aus den Koordinaten von A und B und gerechnet aus den algebraischen Summen der x- und y-Längen der Polygonseiten den Wert $\frac{2([s]+100)}{AB}$ Minuten nicht übersteigt.

Treffen diese Bedingungen zu, so erfolgt die Verteilung von δ und δ' auf die einzelnen x- und y-Längen, und zwar hier gewöhnlich im Verhältnisse der Polygonseiten. Man rechnet also $\frac{\delta}{[s]}$ dann $\frac{\delta'}{[s]}$ und multipliziert damit jede Polygonseite. Die erhaltenen Produkte sind die den entsprechenden x- und y-Längen zukommenden Korrekturen.

Ad 5. Addiert man (algebraisch) zur Abszisse von A die korrigierte x-Länge der Strecke A 1, so erhält man die Abszisse von 1, und schlägt man zur Ordinate von A die korrigierte y-Länge von A 1 algebraisch hinzu, so erhält man die Ordinate von 1 usw.

Besondere Fälle der Berechnung von Eckpunktkoordinaten eingehängter Polygonzüge.

1. Ist einer der Triangulierungspunkte, zwischen welche ein Polygonzug eingeschaltet werden soll, unzugänglich, z. B. B in Fig. 82 auf Taf. 9, so ist die Messung eines Abschlußwinkels und der letzten Seite (nB) unmöglich. Man nimmt dann einen Punkt r

[1]) Hypotenuse eines rechtwinkeligen Dreieckes, dessen Katheten gleich sind den algebraischen Summen der x- und y-Längen der Polygonseiten.

entsprechend an, mißt die Strecke nr, ferner die Winkel α und β und rechnet daraus nB. Aus ω_P, dem Anschlußwinkel α_A, den Brechungswinkeln des Zuges, den Seiten $A\,1$—1, 2—2, 3 usw. bis nB kann man zunächst die provisorischen, dann die definitiven x- und y-Längen und zum Schlusse die Koordinaten von 1, 2 usw. berechnen.

Auf eine bessere Versteifung des Zuges durch Mitberücksichtigung des Abschlußwinkels muß man hier freilich verzichten.

2. Befindet sich in der Nähe des unzugänglichen Punktes ein durch Koordinaten bestimmter Punkt, nach welchem sich von r visieren läßt, z. B. s in Fig. 83 auf Taf. 9, so kann man auf indirektem Wege den Abschlußwinkel des Zuges mit Rücksicht auf die Strecke Bs bestimmen und durch Einbeziehung dieses Winkels in die Koordinatenrechnung den Zug wesentlich versteifen.

Man mißt zu diesem Behufe außer nr und den Winkeln α und β noch den Winkel δ, rechnet aus dem Dreiecke 1 den Winkel γ, dann rB und aus dem Dreiecke 2 die Winkel ε und φ.[1]) Winkel $360° - (\gamma + \varphi)$ liefert den Abschlußwinkel des Polygonzuges, welcher samt der aus dem Dreiecke 1 berechneten Strecke nB in bekannter Weise zur Berechnung der Eckpunktkoordinaten verwendet wird.

Ad b) Über die Berechnung der Koordinaten von Detailträgern, welche aus Triangulierungspunkten der vierten Ordnung durch „Vorwärtsabschneiden" bestimmt worden sind, ist nichts Besonderes zu sagen. Das Rechnungsprogramm besteht aus der Winkelausgleichung, Dreieckseitenberechnung, der Südwinkelbestimmung, der Berechnung von x- und y-Längen und der Koordinaten.

Ist der seitliche Schnitt angewendet worden, so entfällt die Winkelausgleichung.

Ist ein Detailträger a (Fig. 84, Taf. 10) aus den Triangulierungspunkten A, B und C und den Winkeln m und n zu berechnen (Pothenotsches Problem), so berechnet man zunächst nach der in der Dispositionslehre (S. 16) angegebenen Art den Winkel α und dann aus AC und den Winkeln α und m die Koordinaten von a. — Natürlich kann man auch BC und die Winkel β und n verwenden.

[1]) r muß zu diesem Zwecke derart gewählt werden, daß rB kleiner ist wie sB.

Konstruktive Bestimmung der Detailträger aus Triangulierungspunkten, deren Koordinaten gegeben sind.

Sie betrifft wieder *a*) die Konstruktion von Polygonzügen und *b*) die Konstruktion von Punkten, welche unabhängig voneinander durch Vorwärtsabschneiden, seitlichen Schnitt oder Rückwärtseinschneiden bestimmt worden sind.

Ad *a*) Die Konstruktion eines zwischen den Triangulierungspunkten *A* und *B* hängenden Polygonzuges erfolgt am besten aus Südwinkeln mit dem Tachygraphplanimeter, und zwar von *A* und *B* gegen einen Brechungspunkt, welcher ungefähr in der Mitte des Zuges liegt. Vor der Berechnung der Südwinkel ist die Ausgleichung der Anschluß- und Brechungswinkel genau so vorzunehmen, wie dies für die Koordinatenberechnung geschehen ist.

Ist kein Tachygraphplanimeter vorhanden, so lassen sich die zwei Zughälften auch nach jener Methode auftragen, welche als erste auf Grund der Fig. 43, Taf. 5, beschrieben wurde, was freilich minder genau ist. Die Ausgleichung der zwei Zugteile erfolgt auf den Mittelpunkt des Schlußfehlers in bekannter Art graphisch.

Ad *b*) Die Konstruktion von Detailträgern, welche aus Triangulierungspunkten durch Vorwärtsabschneiden, Seitwärtsabschneiden oder Rückwärtseinschneiden bestimmt worden sind, ist gleichbedeutend mit der Konstruktion von Dreiecken, die auf Triangulierungsseiten aufstehen und deren Winkel gemessen oder berechnet wurden.

Ist z. B. *I* in Fig. 85 auf Taf. 10 durch Vorwärtsabschneiden aus *A* und *B*, *II* durch Seitwärtsabschneiden aus *B* und *C* und *III* durch Rückwärtseinschneiden aus *A*, *B* und *C* festgelegt worden, so wird man die Dreiecke 1, 2 und 3 oder 1, 2 und 4 konstruieren müssen, um zu den Punkten *I*, *II* und *III* am Brett zu gelangen. Behufs Konstruktion des Dreieckes 3 wird der Winkel *BAIII*, behufs Konstruktion des Dreieckes 4 der Winkel *IIICB* berechnet werden müssen.[1]) Die Konstruktion der in Rede stehenden Dreiecke wird entweder aus den berechneten Dreiecksseiten mit Hilfe von Stangenzirkel oder Abschiebelineal erfolgen oder aus berechneten Südwinkeln mit Hilfe eines Winkelauftrageapparates. Bei längeren Dreiecksseiten wird man stets die erste Methode verwenden. Die Konstruktion eines durch Rückwärtseinschneiden festgelegten Detail-

[1]) Seite 16 der Dispositionslehre.

trägers mit Hilfe eines Winkelauftrageapparates wird mitunter wesentlich erleichtert, wenn man ihr die Methode von Bohnenberger und Bessel zugrunde legt.

Denkt man sich nämlich in Fig 86*a*, Taf. 10, den Detailträger *a* aus den Punkten vierter Ordnung *A*, *B* und *C* bereits bestimmt, durch *A*, *B* und *a* einen Kreis gezogen, *a C* zum Hilfspunkt *z* in der Kreisperipherie verlängert und *A* sowohl wie *B* mit *z* verbunden, so ergeben sich an der Basis *AB* des gegebenen Dreieckes jene Winkel, die man am Felde behufs Bestimmung von *a* gemessen hat (*m* und *n*).

Zeichnet man umgekehrt die Winkel *m* und *n* in der aus der Fig. 86*a* ersichtlichen Weise über die Basis *AB* auf, so ergibt sich der Hilfspunkt *z*. Die Verbindungsgerade von *z* mit *C* liefert den richtigen Mittelrayon, in welchem sich der Punkt *a* befindet. Derselbe kann nun mit Hilfe des Rayons *Aa* bestimmt und mit dem Rayon *Ba* kontrolliert werden oder umgekehrt.

Die Strahlen *Az* und *Bz* werden nach vorheriger Berechnung ihrer Südwinkel, die sichtlich sehr einfach ist, mit Hilfe eines Winkelauftrageapparates, z. B. eines Tachygraphplanimeters, in bekannter Art gezeichnet, der Apparat hierauf vom Brette losgemacht, mit 0 der Theodolitteilung auf 0 des Kreisnonius gestellt, mit der Ziehkante an die Gerade *zC* angeschoben, am Reißbrette fixiert, auf die dem Winkel *n* entsprechende Ablesung gedreht und so verschoben, daß die Ziehkante den Punkt *B* passiert. Ihr Schnittpunkt mit der Geraden *zC* ist *a*. Ganz analog kann *a* mit Hilfe des Strahles *Aa* bestimmt werden. Man wählt jenen Strahl, der *zC* schärfer schneidet und benutzt den zweiten nur zur Kontrolle. Wenn *a* innerhalb des Dreieckes *ABC* liegt (Fig 86*b*, Taf. 10), so werden auf der Basis *AB* nicht die „Gesichtswinkel“ *m* und *n* gezeichnet, sondern $r = 180° - m$ und $s = 180° - n$, und zwar unterhalb *AB*.

Die angegebene Methode hat gegenüber den vorher besprochenen Konstruktionsarten von *a* den großen Vorteil, daß ihre Durchführung nur ganz unbedeutende Rechnungen voraussetzt. Sie ist aber unbrauchbar, wenn die Strecke *Cz* zu kurz ausfällt, wie dies in Fig. 86*c* (Taf. 10) der Fall ist. Man trachte daher zur Bestimmung eines Detailträgers durch Rückwärtseinschneiden ein Dreieck zu verwenden, dessen Spitze dem Standorte entgegensieht oder welches den Standort einschließt (Fig. 86*a* respektive 86*b* auf Taf. 10).

Konstruktion von Detailträgern, wenn die Triangulierungspunkte nicht mit Hilfe von berechneten Koordinaten aufgetragen, sondern durch Konstruktion bestimmt worden sind.

Wie in den vorhergehenden Fällen hat man auch hier wieder zwei Arten von Detailträgern ins Auge zu fassen, nämlich

a) Brechungspunkte von Polygonzügen und

b) Punkte, die voneinander unabhängig bestimmt worden sind.

Ad *a*) Die Konstruktion eines zwischen zwei Triangulierungspunkten (A und B in Fig. 87, Taf. 10) eingehängten Zuges erfolgt von A und B aus gegen die Mitte und wird am besten mit einem Tachygraphplanimeter durchgeführt, jedoch nicht aus Südwinkeln wie früher, sondern aus Winkeln, welche die Polygonseiten mit irgend einer gegebenen Richtung einschließen — aus sogenannten Richtungswinkeln.[1]) Für die linke Zughälfte wird man z. B. die Richtung AP, für die rechte die Richtung BQ verwenden. Der Richtungswinkel von $A\,1$ mit Rücksicht auf AP ist dann jener Winkel, den man erhält, wenn man AP im Sinne der Uhrzeigerbewegung dreht, bis es mit $A\,1$ zusammenfällt. Der Richtungswinkel von $B\,5$ für die Richtung BQ ist jener Winkel, den die Gerade BQ durchfährt, wenn man sie in gleichem Sinne wie AP um B in die Gerade $B\,5$ dreht. Man erkennt die Analogie zwischen diesen Winkeln und den Südwinkeln. Diese sind eben Richtungswinkel mit Rücksicht auf den südlichen Teil der Abszissenachse.

Die Berechnung der Richtungswinkel von 1, 2 und 2, 3 mit Rücksicht auf AP aus dem Winkel $PA\,1$ und den Brechungswinkeln $A\,1$, 2 und 1, 2, 3 sowie der Richtungswinkel von 5, 4 und 4, 3 mit Rücksicht auf BQ aus dem Winkel $QB\,5$ und den Brechungswinkeln $B\,5$, 4 und 5, 4, 3 erfolgt nach derselben einfachen Formel, wie sie für die Südwinkel von Polygonzügen entwickelt wurde.

Die Ausgleichung des in 3 entstehenden Schlußfehlers erfolgt auf den Mittelpunkt desselben in graphischer Weise und ist bekannt.

Die Zugteile A—3 und B—3 lassen sich im Notfalle auch mit gewöhnlichen Zeichenrequisiten konstruieren, indem man die erste der auf Grund der Fig. 43, Taf. 5 beschriebenen Methoden ver-

---

[1]) Die Bestimmung von Südwinkeln würde im vorliegenden Falle Abmessungen von der Zeichnung notwendig machen, wäre also ungenau und außerdem sehr zeitraubend.

wendet. Die Fehleransammlung ist hier aber wesentlich größer wie bei der Verwendung von Richtungswinkeln und Winkelauftrageapparaten.

Schließlich soll noch bemerkt werden, daß man bei der Anwendung der beiden eben beschriebenen Methoden auf den Vorteil einer Ausgleichung der Anschluß- und Brechungswinkel leider verzichten muß.

Ad *b*) Die Konstruktion von Detailträgern, welche durch Vorwärtsabschneiden, Seitwärtsabschneiden und Rückwärtseinschneiden festgelegt worden sind, erfolgt auch hier mit Hilfe von Stangenzirkel oder Abschiebelineal aus berechneten Dreiecksseiten oder mit Hilfe eines Auftrageapparates. Die erste Methode wird man dann anwenden, wenn die Dreiecksseiten lang sind. Wenn die Entfernungen der hiezu benützten Triangulierungspunkte nicht in Zahlen vorliegen, werden sie von der Zeichnung abgenommen werden müssen, was natürlich einen Nachteil darstellt. Die zweite Methode wird man nur dann verwenden, wenn die Dreiecksseiten kurz sind. Hiebei wird man aber nicht Südwinkel auftragen, sondern die am Felde gemessenen Winkel, weil die Südwinkelberechnung Abmessungen von der Zeichnung bedingt und außerdem zeitraubend ist.

Wenn die Dreiecke, aus denen die Bestimmung eines Detailträgers nach den erwähnten Methoden erfolgen kann, ungünstig geformt sind, dann verwendet man mindestens zwei davon und betrachtet den Mittelpunkt der Verbindungsgeraden beider Resultate als Endergebnis.

Kartierung der Detailpunkte auf Grund der innerhalb des Systems von Triangulierungspunkten bestimmten Detailträger.

Dieselbe bietet den seinerzeit besprochenen Detailkartierungen gegenüber im Wesen nichts Neues mehr.

Nur über sogenannte Zugsverknotungen sollen einige Bemerkungen gemacht werden und über die Verwendung von Transversalen oder Traversen.

Bei Forstaufnahmen kommt es häufig vor, daß sich mehrere Züge in einem Punkte vereinigen, der nicht leicht schärfer bestimmt werden kann wie die anderen Zugsecken.

So repräsentieren in Fig. 88 auf Taf. 10 die Punkte *a*, *b*, *c* und *d* Detailträger, zwischen denen Detailpolygonisierungen mit dem

gemeinsamen Punkte e ausgeführt werden sollen, ohne daß dieser Punkt als Detailträger bestimmt werden kann. Die Zugteile 1, 2, 3 und 4 „verknoten“ sich im Punkte e. e ist ein „Knotenpunkt“. Man hat es mit einer Zugsverknotung zu tun.

Polygonisiert man von a, b, c und d gegen e und kartiert man die vier Zugteile, so werden sich naturgemäß vier verschiedene Punkte e ergeben, also vier verschiedene x ($x_1 \ldots x_4$) und vier verschiedene y ($y_1 \ldots y_4$). Die arithmetischen Mittel von $x_1 \ldots x_4$ und $y_1 \ldots y_4$ als Koordinaten des definitiven Punktes e zu betrachten, geht nicht gut an, weil die 4 x, die man erhalten hat, und ebenso die 4 y im allgemeinen nicht als gleich genau betrachtet werden können, d. h. ungleiche Gewichte haben.

Wenn L_1, L_2, L_3 und L_4 die Längen der Zugteile 1 . . 4 sind, so können die Gewichte von x_1, x_2, x_3, x_4 und ebenso von y_1, y_2, y_3 und y_4, d. h. p_1, p_2, p_3 und p_4 diesen Längen umgekehrt proportional gesetzt werden. Man kann also $p_1 = \frac{1}{L_1}$, $p_2 = \frac{1}{L_2}$, $p_3 = \frac{1}{L_3}$ und $p_4 = \frac{1}{L_4}$ setzen. Infolgedessen ist dann die Abszisse des definitiven Knotenpunktes, d. h.

$$x = \frac{p_1 x_1 + p_2 x_2 + p_3 x_3 + p_4 x_4}{p_1 + p_2 + p_3 + p_4}$$

und dessen Ordinate

$$y = \frac{p_1 y_1 + p_2 y_2 + p_3 y_3 + p_4 y_4}{p_1 + p_2 + p_3 + p_4}.$$

Auf den aus x und y konstruierten Punkt e sind die Züge 1 . . 4 graphisch auszugleichen.

Die Verwendung von Transversalen oder Traversen ist aus der Fig. 89 auf Taf. 10 zu ersehen.

Um die leicht gebogenen Furchen zwischen den Grenzen 1, 2, 3 und 1′, 2′, 3′ des vorliegenden Parzellenkomplexes zu bestimmen, hat man aus einem zweckmäßig gewählten Standpunkte s die Schnittpunkte der Furchen mit den Transversalen 1, 1′—2, 2′—3, 3′ anvisiert und die Winkel gemessen, welche die einzelnen Visuren mit der Verbindungsgeraden von s mit einem von s aus sichtbaren Triangulierungspunkte M bilden.

Konstruiert man nun die Punkte 1, 2, 3, 1′, 2′, 3′ und den erwähnten Strahlenbüschel, so gelangt man zu den Punkten a, b, c, d usw.

Kartierung von Gebieten, welche mehrere Aufnahmssektionen umfassen.

Die Aufnahme solcher Gebiete stützt sich auf ein ausgedehnteres System von Punkten der vierten Ordnung, welche gewöhnlich als Eckpunkte von Dreiecksketten oder Dreiecksnetzen festgelegt werden.

Mit Rücksicht auf die große Fehleransammlung, welche sich bei der Aufnahme solcher ausgedehnterer Ketten und Netze fühlbar macht, müssen die Dreieckswinkel sehr genau gemessen und — um die Zahl der voneinander abhängigen Dreiecke zu reduzieren — Punktisolierungen absichtlich durchgeführt werden.

Die Kartierung der in Rede stehenden Dreiecksysteme kann wegen ihrer Ausdehnung nur mit Hilfe gerechneter Koordinaten erfolgen. Wollte man die Dreiecke aus ihren Seiten konstruieren, so müßte man dies in einem sehr kleinen Maßstabe tun und dann in den größeren Maßstab übergehen, was absolut falsch wäre.

Mit zunehmender Ausdehnung des Punktsystems der vierten Ordnung muß — wie schon erwähnt wurde — die Winkelbestimmung immer mehr und mehr verschärft werden. Es geschieht dies lediglich wegen der von der Basis weit abstehenden Dreiecke. Alle anderen Dreiecke, besonders die in der Nähe der Basis gelegenen, werden dadurch zu gut bestimmt, d. h. besser und infolgedessen teurer als es eine rationell oder ökonomisch durchgeführte Detailaufnahme bedingt.

Die mit der Ausdehnung des Dreiecksystems wachsende Schärfe in der Winkelbestimmung ist daher dem Gesagten zufolge nur bis zu einer gewissen Grenze zu empfehlen, dann entschieden unökonomisch.

Über diese Grenze hinaus arbeitet man bekanntlich billiger, wenn man einige wenige der Triangulierungspunkte der vierten Ordnung zu großen Dreiecken verbindet, damit ein neues System höherer Ordnung (dritte Ordnung) schafft und aus diesem die Punkte der vierten Ordnung bestimmt.

Mit Rücksicht auf die Ausdehnung der Dreiecke der dritten Ordnung und darauf, daß von den Punkten der dritten Ordnung die Punkte der vierten Ordnung, dann die Detailträger und endlich die Detailpunkte selbst abhängen, werden die Winkel im System

der dritten Ordnung mit erhöhter Sorgfalt gemessen und nach strengeren Methoden ausgeglichen.

Im nachstehenden erscheinen diese Methoden beschrieben und gleichzeitig jene Aufgaben besprochen, die zur Bestimmung des Punktsystems der vierten Ordnung aus jenem der dritten führen.

Das Programm dieser Abhandlungen ist folgendes:

I. Berechnung der Kette der dritten Ordnung,

II. Berechnung des Netzes der dritten Ordnung,

III. Einschaltung von Ketten der vierten Ordnung zwischen Punkte der dritten Ordnung und

IV. Einschaltung einzelner Punkte der vierten Ordnung in Punktsysteme der dritten Ordnung.

Ad I. **Die Berechnung einer Kette der dritten Ordnung** bietet einer solchen der vierten Ordnung gegenüber im Wesen nichts Neues.

Nur hinsichtlich der eventuell möglichen überzähligen Visuren ist eine besondere Bemerkung nötig.

Ist z. B. die Kette in Fig. 90 auf Taf. 10 ein Dreiecksystem der dritten Ordnung, so werden bei der Berechnung des Trapezoides *ABCD* behufs Versteifung oder Verstrebung desselben in der Regel alle durch die Diagonalen entstehenden Winkel am Umfange, also die Winkel a, b, c, d, e, f, g und h benützt.

Es ist demnach folgende Aufgabe näher ins Auge zu fassen:

Zur Bestimmung des Trapezoides *ABCD* sind gegeben: *AB* (entweder die Basis der Kette oder eine bereits rechnerisch abgeleitete Dreiecksseite, und die Winkel a, b, c, d, e, f, g und h. Das Trapezoid ist zu rechnen.

Aus den Winkeln $a, b, c \ldots h$, wie sie am Felde gemessen worden sind, werden sich die Dreiecke *ABC*, *ABD*, *BDC* und *ACD* nicht zusammenstellen lassen.

Die bezeichneten Winkel werden, um die Zusammenstellung zu ermöglichen, geändert werden müssen.

Die Änderung oder Korrektur von a soll mit $\bar{a}$, jene von b mit $\bar{b}$ usw. bezeichnet werden.

Die Korrekturen $\bar{a}$, $\bar{b}$, $\bar{c}$ usw. müssen nun zunächst folgenden Bedingungen genügen:

α) Den sogenannten **Winkelbedingungen**, nämlich

$$\bar{a} + \bar{b} + \bar{c} + \bar{d} + v_1 = 0, \text{ wobei } v_1 = a + b + c + d - 180^\circ \ldots (1)$$
$$\bar{c} + \bar{d} + \bar{e} + \bar{f} + v_2 = 0, \quad \text{„} \quad v_2 = c + d + e + f - 180^\circ \ldots (2)$$
$$\bar{e} + \bar{f} + \bar{g} + \bar{h} + v_3 = 0, \quad \text{„} \quad v_3 = e + f + g + h - 180^\circ \ldots (3)$$

Ein Trapezoid, in welchem die Winkelbedingungen allein erfüllt sind, wird sich noch nicht vollkommen widerspruchsfrei zeichnen lassen, d. h. wenn man AB annimmt und mit Hilfe der korrigierten Winkel a, b, c das Dreieck ABC und mit Hilfe der korrigierten Winkel a, b, h das Dreieck ABD zeichnet, so wird man e und f in der gezeichneten Figur mit den korrigierten Winkeln e und f nicht vollkommen übereinstimmend finden.

Es wird wieder, ähnlich wie im Netze vierter Ordnung, eine „Längenbedingung" aufgestellt werden müssen. Dies geschieht wie früher. Man denkt sich nämlich vom Schnittpunkte S der Diagonalen des Trapezoides auf dessen Seiten Senkrechte gefällt und kann dann schreiben:

$$S\alpha = SA \sin a = SB \sin b$$
$$S\beta = SB \sin c = SC \sin d$$
$$S\gamma = SC \sin e = SD \sin f$$
$$S\delta = SD \sin g = SA \sin h$$

Daraus folgt:

$$\sin a \sin c \sin e \cdot \sin g = \sin b \cdot \sin d \cdot \sin f \cdot \sin h \text{ oder}$$
$$\log \sin a + \log \sin c + \log \sin e + \log \sin g - \log \sin b -$$
$$- \log \sin d - \log \sin f - \log \sin h = 0 \quad \ldots \quad (m).$$

Die gemessenen Winkel werden dieser Gleichung von vornherein nicht genügen. Es wird vielmehr:

$$\log \sin a + \log \sin c + \log \sin e + \log \sin g - \log \sin b - \log \sin d -$$
$$- \log \sin f - \log \sin h = v_4 \text{ sein} \quad \ldots \quad (n).$$

Nun sollen die Korrekturen der Winkel, also $\bar{a}$, $\bar{b}$, $\bar{c}$ usw. auch derart berechnet werden, daß die Gleichung (m) erfüllt erscheint.

Es muß also: $\log \sin (a + \bar{a}) + \log \sin (c + \bar{c}) + \log \sin (e + \bar{e}) +$
$+ \log \sin (g + \bar{g}) - \log \sin (b + \bar{b}) - \log \sin (d + \bar{d}) - \log \sin (f + \bar{f}) -$
$- \log \sin (h + \bar{h}) = 0$ . . . . (p)

Statt $\log \sin (a + \bar{a})$ kann man wieder schreiben $\log \sin a + \delta a \, . \, \bar{a}$, wobei δa die Veränderung von $\log \sin a$ für den Fall bedeutet, daß a um 1″ verändert wurde, also die Tafeldifferenz von $\log \sin a$ pro Sekunde.

Die Gleichung (p) läßt sich somit in folgender Form schreiben:

$$\log\sin a + \delta a\cdot\bar{a} + \log\sin c + \delta c\cdot\bar{c} + \log\sin e + \delta e\cdot\bar{e} + \log\sin g + \\ + \delta g\cdot\bar{g} - \log\sin b - \delta b\cdot\bar{b} - \log\sin d - \delta d\cdot\bar{d} - \log\sin f - \delta f\cdot\bar{f} - \\ - \log\sin h - \delta h\cdot\bar{h} = 0 \quad \ldots\ldots\ldots \quad (q)$$

Wird die Gleichung (n) von der Gleichung (q) abgezogen, so ergibt sich: $\delta a\cdot\bar{a} + \delta c\cdot\bar{c} + \delta e\cdot\bar{e} + \delta g\cdot\bar{g} - \delta b\cdot\bar{b} - \delta d\cdot\bar{d} - \delta f\cdot\bar{f} - \delta h\cdot\bar{h} = -v_4$.

Zu den Gleichungen (1), (2) und (3) kommt daher noch

β) Die **Längenbedingung** in folgender Form:

$$\delta a\cdot\bar{a} + \delta c\cdot\bar{c} + \delta e\cdot\bar{e} + \delta g\cdot\bar{g} - \delta b\cdot\bar{b} - \delta d\cdot\bar{d} - \delta f\cdot\bar{f} - \delta h\cdot\bar{h} + \\ + v_4 = 0 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (4)$$

Der besseren Übersicht wegen sollen alle vier Bedingungsgleichungen noch einmal in unmittelbarer Folge aufgeschrieben werden:

$\bar{a} + \bar{b} + \bar{c} + \bar{d} + v_1 = 0$, wobei $v_1 = a + b + c + d - 180^\circ$ . . (1)

$\bar{c} + \bar{d} + \bar{e} + \bar{f} + v_2 = 0$, „ $v_2 = c + d + e + f - 180^\circ$ . . (2)

$\bar{e} + \bar{f} + \bar{g} + \bar{h} + v_3 = 0$, „ $v_3 = e + f + g + h - 180^\circ$ . . (3)

$\delta a\cdot\bar{a} + \delta c\cdot\bar{c} + \delta e\cdot\bar{e} + \delta g\cdot\bar{g} - \delta b\cdot\bar{b} - \delta d\cdot\bar{d} - \delta f\cdot\bar{f} - \delta h\cdot\bar{h} + v_4 = 0$, wobei $v_4 = \log\sin a + \log\sin c + \log\sin e + \log\sin g - \log\sin b - \log\sin d - \log\sin f - \log\sin h$ . . . . (4).

Man sieht sofort, daß diesen Bedingungen in **mehrfacher** Weise entsprochen werden kann, weil zur Bestimmung der acht Unbekannten a, b, c . . . . h nur vier Gleichungen vorliegen.

Stellt man aber die Forderung auf, daß die Korrekturen **möglichst klein** sein sollen, so ergibt sich für eine jede derselben — wie gleich gezeigt werden wird — auf einem **relativ einfachen Wege** nur **ein** Wert.

Der aufgestellten Forderung wird bekanntlich dann entsprochen, wenn man so rechnet, daß **die Summe der Quadrate der Korrekturen ein Minimum wird.**

Es muß also sein:

$$\bar{a}^2 + \bar{b}^2 + \bar{c}^2 + \bar{d}^2 + \bar{e}^2 + \bar{f}^2 + \bar{g}^2 + \bar{h}^2 = \text{Minimum}.$$

Dies ist nach den Prinzipien der höheren Mathematik dann der Fall, wenn der erste Differenzialquotient des obigen Ausdruckes gleich ist 0, d. h., wenn folgende Gleichung stattfindet:

$$\bar{a}.d\bar{a} + \bar{b}.d\bar{b} + \bar{c}.d\bar{c} + \bar{d}.d\bar{d} + \bar{e}.d\bar{e} + \bar{f}.d\bar{f} + \bar{g}.d\bar{g} + \bar{h}.d\bar{h} = 0 \;..\; (I)$$

Differenziert man die Gleichungen (1)—(4), so erhält man die folgenden Gleichungen:

$$d\bar{a} + d\bar{b} + d\bar{c} + d\bar{d} = 0 \ldots\ldots (1')$$
$$d\bar{c} + d\bar{d} + d\bar{e} + d\bar{f} = 0 \ldots\ldots (2')$$
$$d\bar{e} + d\bar{f} + d\bar{g} + d\bar{h} = 0 \ldots\ldots (3')$$
$$\delta a \cdot d\bar{a} + \delta c \cdot d\bar{c} + \delta e \cdot d\bar{e} + \delta g \cdot d\bar{g} - \delta b \cdot d\bar{b} - \delta d \cdot d\bar{d} -$$
$$- \delta f \cdot d\bar{f} - \delta h \cdot d\bar{h} = 0 \ldots\ldots (4')$$

Multipliziert man die erste der Gleichungen mit K_1, die zweite mit K_2 usw., wobei K_1, K_2 usw. — die sogenannten „Korrelaten" — vorläufig unbekannte Werte repräsentieren, so erhält man folgende neue Gruppe von Gleichungen:

$$K_1 \cdot d\bar{a} + K_1 d\bar{b} + K_1 d\bar{c} + K_1 d\bar{d} = 0 \ldots (1'')$$
$$K_2 \cdot d\bar{c} + K_2 d\bar{d} + K_2 d\bar{e} + K_2 d\bar{f} = 0 \ldots (2'')$$
$$K_3 \cdot d\bar{e} + K_3 d\bar{f} + K_3 d\bar{g} + K_3 d\bar{h} = 0 \ldots (3'')$$
$$K_4 \cdot \delta a \cdot d\bar{a} + K_4 \cdot \delta c \cdot d\bar{c} + K_4 \cdot \delta e \cdot d\bar{e} + K_4 \cdot \delta g \cdot d\bar{g} -$$
$$- K_4 \cdot \delta b \cdot d\bar{b} - K_4 \cdot \delta d \cdot d\bar{d} - K_4 \cdot \delta f \cdot d\bar{f} - K_4 \cdot \delta h \cdot d\bar{h} = 0 \ldots (4'').$$

Addiert man die auf der linken Seite stehenden Glieder der vier Gleichungen, so ergibt sich folgende Relation:

$$(K_1 + K_4 \delta a) d\bar{a} + (K_1 - K_4 \delta b) d\bar{b} + (K_1 + K_2 + K_4 \delta c) d\bar{c} +$$
$$+ (K_1 + K_2 - K_4 \delta d) d\bar{d} + (K_2 + K_3 + K_4 \delta e) d\bar{e} +$$
$$+ (K_2 + K_3 - K_4 \delta f) d\bar{f} + (K_3 + K_4 \delta g) d\bar{g} + (K_3 - K_4 \delta h) d\bar{h} = 0 \,.\, \text{(II)}$$

Die Gleichung (II) stellt eine Beziehung zwischen $d\bar{a}$, $d\bar{b}$, $d\bar{c}$ usw. vor, welche unter allen Umständen Gültigkeit hat, d. h. ganz allgemein ist.

Soll diese Gleichung in die Relation (I) übergehen, so müssen die Unbekannten K_1, K_2, K_3 und K_4 derart gewählt werden, daß sie den nachstehenden Bedingungen Genüge leisten:

$$\bar{a} = K_1 + K_4 \delta a$$
$$\bar{b} = K_1 - K_4 \delta b$$
$$\bar{c} = K_1 + K_2 + K_4 \delta c$$
$$\bar{d} = K_1 + K_2 - K_4 \delta d$$
$$\bar{e} = K_2 + K_3 + K_4 \delta e$$
$$\bar{f} = K_2 + K_3 - K_4 \delta f$$
$$\bar{g} = K_3 + K_4 \delta g$$
$$\bar{h} = K_3 - K_4 \delta h.$$

Man nennt diese Gleichungen „Korrelatengleichungen".

Um nun die Korrelaten rechnen zu können, werden die Werte für $\bar{a}$, $\bar{b}$, $\bar{c}$ usw. in die Gleichungen (1)—(4) substituiert. Es ergeben sich auf diese Art die folgenden vier Relationen — die sogenannten „Normalgleichungen“:

$$4K_1 + 2K_2 + K_4(\delta a - \delta b + \delta c - \delta d) + v_1 = 0 \; . \; . \; . \; . \; . \; (1''')$$

$$2K_1 + 4K_2 + 2K_3 + K_4(\delta c - \delta d + \delta e - \delta f) + v_2 = 0 \; . \; . \; . \; (2''')$$

$$2K_2 + 4K_3 + K_4(\delta e - \delta f + \delta g - \delta h) + v_3 = 0 \; . \; . \; . \; . \; . \; (3''')$$

$$\delta a \,.\, K_1 + \delta a^2 \,.\, K_4 + \delta c \,.\, K_1 + \delta c \,.\, K_2 + \delta c^2 \,.\, K_4 + \delta e \,.\, K_2 + \delta e \,.\, K_3 + \delta e^2 \,.\, K_4 + \delta g \,.\, K_3 + \delta g^2 \,.\, K_4 - \delta b \,.\, K_1 + \delta b^2 \,.\, K_4 - \delta d \,.\, K_1 - \delta d \,.\, K_2 + \delta d^2 \,.\, K_4 - \delta f \,.\, K_2 - \delta f \,.\, K_3 + \delta f^2 \,.\, K_4 - \delta h \,.\, K_3 + \delta h^2 \,.\, K_4 + v_4 = 0 \; . \; . \; . \; . \; . \; (4''').$$

Ordnet man die Glieder der Gleichung (4''') nach K_1, K_2, K_3 und K_4, so ergibt sich folgende neue Form für die Gleichung (4'''):

$$K_1(\delta a + \delta c - \delta b - \delta d) + K_2(\delta c + \delta e - \delta d - \delta f) + K_3(\delta e + \delta g - \delta f - \delta h) + K_4(\delta a^2 + \delta c^2 + \delta e^2 + \delta g^2 + \delta b^2 + \delta d^2 + \delta f^2 + \delta h^2) + v_4 = 0.$$

Bezeichnet man $\delta a + \delta c - \delta b - \delta d$ mit α
$\delta c + \delta e - \delta d - \delta f$ „ β
$\delta e + \delta g - \delta f - \delta h$ „ γ und
$\delta a^2 + \delta c^2 + \delta e^2 + \delta g^2 + \delta b^2 + \delta d^2 + \delta f^2 + \delta h^2$ mit δ,

so erscheinen die „Normalgleichungen“ in folgender Form:

$$4K_1 + 2K_2 + K_4 \,.\, \alpha + v_1 = 0 \; . \; . \; . \; . \; . \; (1'''')$$

$$2K_1 + 4K_2 + 2K_3 + K_4 \,.\, \beta + v_2 = 0 \; . \; . \; (2'''')$$

$$2K_2 + 4K_3 + K_4 \,.\, \gamma + v_3 = 0 \; . \; . \; . \; . \; . \; (3'''')$$

$$K_1\alpha + K_2\beta + K_3\gamma + K_4 \,.\, \delta + v_4 = 0 \; . \; . \; (4'''')$$

Aus den Normalgleichungen lassen sich nun die Korrelaten und aus diesen mit Hilfe der Korrelatengleichungen die Winkelkorrekturen berechnen.

Von der Durchführung der erwähnten Berechnungen soll hier Umgang genommen werden.

Ad II. **Die Berechnung eines Dreiecksnetzes der dritten Ordnung** weicht im Prinzipe von jener eines Dreiecksnetzes der vierten Ordnung gleichfalls nicht ab.

Doch wird die Winkelausgleichung in der Regel streng wissenschaftlich durchgeführt.

Sie basiert auf demselben Grundsatze wie die Ausgleichung der Winkel eines Trapezoides und soll im nachfolgenden auf Grund der Fig. 91 auf Taf. 11 eingeleitet werden.

Gemessen wurden wieder die Basis AB und alle Winkel, also A_1, B_1, C_1, A_2, C_2, D_2 usw.[1])

Natürlich werden sich die Dreiecke 1, 2, 3 usw. respektive das aus denselben bestehende Polygon B, C, D, E, F mit Zugrundelegung dieser Winkel noch nicht widerspruchslos zusammenstellen lassen. Die Winkel A_1, B_1, C_1 usw. werden kleine Veränderungen erfahren müssen. Die Veränderung oder Korrektur von A_1 soll $\bar{A}_1$, jene von B_1 $\bar{B}_1$ genannt werden usw.

Die Winkelkorrekturen müssen nun offenbar folgenden Bedingungen genügen:

$\bar{A}_1 + \bar{B}_1 + \bar{C}_1 + v_1 = 0$, wobei $v_1 = A_1 + B_1 + C_1 - 180°$ ...(1)

$\bar{A}_2 + \bar{C}_2 + \bar{D}_2 + v_2 = 0$, „ $v_2 = A_2 + C_2 + D_2 - 180°$ ...(2)

$\bar{A}_3 + \bar{D}_3 + \bar{E}_3 + v_3 = 0$, „ $v_3 = A_3 + D_3 + E_3 - 180°$ ...(3)

$\bar{A}_4 + \bar{E}_4 + \bar{F}_4 + v_4 = 0$, „ $v_4 = A_4 + E_4 + F_4 - 180°$ ...(4)

$\bar{A}_5 + \bar{B}_5 + \bar{F}_5 + v_5 = 0$, „ $v_5 = A_5 + B_5 + F_5 - 180°$ ...(5)

$\bar{A}_1 + \bar{A}_2 + \bar{A}_3 + \bar{A}_4 + \bar{A}_5 + v_6 = 0$, wobei
$v_6 = A_1 + A_2 + A_3 + A_4 + A_5 - 360°$ . . . . (6)

endlich

$\delta B_1 . \bar{B}_1 + \delta C_2 . \bar{C}_2 + \delta D_3 . \bar{D}_3 + \delta E_4 . \bar{E}_4 + \delta F_5 . \bar{F}_5 - \delta C_1 . \bar{C}_1 -$
$- \delta D_2 . \bar{D}_2 - \delta E_3 . \bar{E}_3 - \delta F_4 . \bar{F}_4 - \delta B_5 . \bar{B}_5 + v_7 = 0$, wobei
$v_7 = log\,sin\,B_1 + log\,sin\,C_2 + log\,sin\,D_3 + log\,sin\,E_4 + log\,sin\,F_5 -$
$- log\,sin\,C_1 - log\,sin\,D_2 - log\,sin\,E_3 - log\,sin\,F_4 - log\,sin\,B_5$ ist. (7)

Man sieht sofort, daß diesen Bedingungen in mehrfacher Weise entsprochen werden kann, weil zur Berechnung der fünfzehn Unbekannten $\bar{A}_1$, $\bar{A}_2$, $\bar{A}_3$, $\bar{A}_4$, $\bar{A}_5$, $\bar{B}_1$, $\bar{B}_5$, $\bar{C}_1$, $\bar{C}_2$ usw. nur sieben Gleichungen vorliegen.

Man kommt nun wieder zu ganz bestimmten Werten der Korrekturen, wenn man die Bedingung aufstellt, daß dieselben möglichst klein sind, daß also ihre Quadratsumme ein Minimum ist.

---

[1]) Winkel A_1 ist der Winkel des Dreieckes 1 mit dem Scheitelpunkte A, Winkel B_1 der Winkel des Dreieckes 1 mit dem Scheitelpunkte B usw. Es ist dies eine Bezeichnung, welche von nun ab noch wiederholt angewendet erscheint.

Die Durchführung der Berechnung weicht von jener der Winkelkorrekturen eines Trapezoides gar nicht ab und soll daher hier nicht weiter behandelt werden.

Bemerkungen zu I und II:

a) Die Bestimmung der Basis einer Kette oder eines Netzes der dritten Ordnung erfolgt ihrer bedeutenden Länge wegen (4^{km} und darüber) fast stets indirekt. Die Prinzipien sind schon von den Systemen der vierten Ordnung aus bekannt.

Selbstverständlich werden aber hier die zwei Teile der Winkel *m* und *n* (Fig. 74, Taf. 8) mit in den Ausgleichskalkul einbezogen.

Derselbe ist dann ganz genau so durchzuführen, wie dies in I gelehrt wurde.

b) Die Berechnung der Winkelkorrekturen in den Fällen I und II auf streng wissenschaftliche Art ist ziemlich schwerfällig.

Man kann viel Arbeit ersparen, ohne die Genauigkeit wesentlich zu vermindern, wenn man die Winkelbedingungen und die Längenbedingung getrennt berücksichtigt.

Es werden nämlich die kleinsten Winkelkorrekturen berechnet, ohne die Längenbedingung zu beachten. Natürlich schließt dann das Elaborat nicht. — Um nun den Schluß herbeizuführen, wird der Längenbedingung genau so Genüge geleistet, wie seinerzeit im Netze der vierten Ordnung, d. h. es wird angenommen, daß die Winkel, welche um den im Innern des Trapezoides oder Polygons gelegenen Punkt herum liegen, bereits definitiv sind und keine Veränderungen mehr erfahren dürfen, während die Winkel am Umfange des Trapezoides oder Polygons entsprechend „korrigiert“ werden.

Daß diese Methode nur eine Näherungsmethode genannt werden kann, braucht kaum besonders bemerkt zu werden. Wenn es aber nicht auf eine ganz besondere Genauigkeit ankommt, kann sie immerhin angewendet werden.

c) Die Dreiecksysteme der dritten Ordnung bestehen häufig aus Grundsystemen und „isolierten“ Punkten.

Es sollen hier die zwei wichtigsten Fälle der Bestimmung isolierter Punkte in Systemen der dritten Ordnung näher ins Auge gefaßt werden.

Fall α. $ABCD$ (Fig. 92, Taf. 11) ist ein aus zwei Dreiecken des Systems der dritten Ordnung bestehendes Trapezoid. E ist der zu bestimmende isolierte Punkt, und zwar ein **Standpunkt**.

Zu seiner Festlegung sind die Winkel A_1, B_1, B_2, C_2, C_3, D_3, D_4, A_4 und endlich auch die Winkel um E herum, also E_1, E_2, E_3 und E_4 gemessen worden.

Zur Berechnung der zwölf Winkelkorrekturen hat man neun Bedingungsgleichungen, nämlich:

$$\overline{A_1} + \overline{B_1} + \overline{E_1} + v_1 = 0, \text{ wobei } v_1 = A_1 + B_1 + E_1 - 180^\circ \quad \ldots (1)$$
$$\overline{B_2} + \overline{C_2} + \overline{E_2} + v_2 = 0, \quad " \quad v_2 = B_2 + C_2 + E_2 - 180^\circ \quad \ldots (2)$$
$$\overline{C_3} + \overline{D_3} + \overline{E_3} + v_3 = 0, \quad " \quad v_3 = C_3 + D_3 + E_3 - 180^\circ \quad \ldots (3)$$
$$\overline{D_4} + \overline{A_4} + \overline{E_4} + v_4 = 0, \quad " \quad v_4 = D_4 + A_4 + E_4 - 180^\circ \quad \ldots (4)$$
$$\overline{B_1} + \overline{B_2} + v_5 = 0, \quad " \quad v_5 = B_1 + B_2 - ABC \quad \ldots\ldots (5)$$
$$\overline{C_2} + \overline{C_3} + v_6 = 0, \quad " \quad v_6 = C_2 + C_3 - BCD \quad \ldots\ldots (6)$$
$$\overline{D_3} + \overline{D_4} + v_7 = 0, \quad " \quad v_7 = D_3 + D_4 - CDA \quad \ldots\ldots (7)$$
$$\overline{A_4} + \overline{A_1} + v_8 = 0, \quad " \quad v_8 = A_1 + A_4 - DAB \quad \ldots\ldots (8)$$

und:

$$\delta A_1 \cdot \overline{A_1} + \delta B_2 \cdot \overline{B_2} + \delta C_3 \cdot \overline{C_3} + \delta D_4 \cdot \overline{D_4} - \delta B_1 \cdot \overline{B_1} - \delta C_2 \cdot \overline{C_2} - \\ - \delta D_3 \cdot \overline{D_3} - \delta A_4 \cdot \overline{A_4} + v_9 = 0, \text{ wobei}$$

$$v_9 = \log\sin A_1 + \log\sin B_2 + \log\sin C_3 + \log\sin D_4 - \log\sin B_1 - \\ - \log\sin C_2 - \log\sin D_3 - \log\sin A_4 \quad \ldots\ldots (9)$$

Der weitere Weg zur Bestimmung der **kleinsten** Werte von $\overline{A_1}$, $\overline{B_1}$, $\overline{E_1}$ usw. ist bekannt. Er ist ziemlich zeitraubend.

Wenn die Genauigkeitsansprüche nicht gar zu hoch sind, kann man wieder ein Näherungsverfahren in Anwendung bringen.

Es besteht darin, daß man zunächst nur die acht ersten, d. h. die Winkelbedingungen, berücksichtigt und ihnen entsprechend die **kleinsten** Winkelkorrekturen berechnet.

Wollte man nun, um der Längenbedingung zu genügen — wie bei der **näherungsweisen** Ausgleichung der Winkel eines Trapezoides und Dreiecksnetzes der dritten Ordnung — die um E gelegenen vier Winkel als **definitiv** betrachten und die äußeren Winkel der Dreiecke um **denselben** kleinen Wert ändern, so würden sich in den Summen $A_1 + A_4$, $D_3 + D_4$ usw. neuerdings Widersprüche ergeben.

Man wird diese Kalamität umgehen, indem man die Längenbedingung gar nicht berücksichtigt, dafür aber nach erfolgter Aus-

gleichung der Winkel auf Grund der Winkelbedingungen die Position von E aus jedem der Dreiecke 1, 2, 3, 4 rechnet und die sich ergebenden Koordinaten „mittelt".

Fall β. $ABCD$ (Fig. 92, Taf. 11) ist ein aus zwei Dreiecken eines Systems der dritten Ordnung bestehendes Trapezoid. E ist der zu bestimmende isolierte Punkt derselben Ordnung, hier aber ein Fixpunkt (auch „verlorener" Punkt). Zu seiner Festlegung sind die Winkel A_1, B_1, B_2, C_2, C_3, D_3, D_4 und A_4 gemessen worden.

Für die Berechnung der Winkelkorrekturen $\overline{A_1}$, $\overline{B_1}$, $\overline{B_2}$, $\overline{C_2}$ usw. lassen sich folgende Bedingungsgleichungen aufstellen:

$$\overline{A_4} + \overline{A_1} + v_1 = 0, \quad \text{wobei } v_1 = A_4 + A_1 - DAB \quad \ldots (1)$$
$$\overline{B_1} + \overline{B_2} + v_2 = 0, \quad \text{„} \quad v_2 = B_1 + B_2 - ABC \quad \ldots (2)$$
$$\overline{C_2} + \overline{C_3} + v_3 = 0, \quad \text{„} \quad v_3 = C_2 + C_3 - BCD \quad \ldots (3)$$
$$\overline{D_3} + \overline{D_4} + v_4 = 0, \quad \text{„} \quad v_4 = D_3 + D_4 - CDA \quad \ldots (4)$$

und $\delta A_1 . \overline{A_1} + \delta B_2 . \overline{B_2} + \delta C_3 . \overline{C_3} + \delta D_4 . \overline{D_4} - \delta B_1 . \overline{B_1} - \delta C_2 . C_2 -$
$- \delta D_3 . \overline{D_3} - \delta A_4 . \overline{A_4} + v_5 = 0,$

wobei $v_5 = log sin A_1 + log sin B_2 + log sin C_3 + log sin D_4 -$
$- log sin B_1 - log sin C_2 - log sin D_3 - log sin A_4 \quad \ldots (5)$

Über die Bestimmung der acht möglichst kleinen Korrekturen aus den vorliegenden fünf Bedingungsgleichungen ist nichts weiter zu sagen.

Unter Umständen kann natürlich auch hier ein Näherungsverfahren in Anwendung gebracht werden, indem man, wie im Falle α, nur die Winkelbedingungen (1—4) berücksichtigt, hierauf die Koordinaten des Punktes E aus jedem der vier Dreiecke rechnet und die gefundenen Werte mittelt.

Die Winkelbedingungen allein führen in diesem Falle zu einem höchst einfachen Ausgleichsmodus.

Es ist nämlich $\overline{A_1} = \overline{A_4} = - \frac{v_1}{2}$

$$\overline{B_1} = \overline{B_2} = - \frac{v_2}{2}$$

$$\overline{C_2} = \overline{C_3} = - \frac{v_3}{2} \quad \text{und}$$

$$\overline{D_3} = \overline{D_4} = - \frac{v_4}{2}.$$

Der Fall α ist eigentlich eine Kombination des mehrfachen Vorwärts- und Rückwärtseinschneidens und heißt vielfach „kombiniertes Einschneiden“. Der Fall β ist ein „mehrfaches Vorwärtsabschneiden“.

d) Was die überzähligen Visuren in Netzen der dritten Ordnung anbelangt, so spielen hier wieder diejenigen von ihnen, welche die zweiten Diagonalen einzelner Trapezoide des Netzes repräsentieren, eine nicht unbedeutende Rolle, indem dann alle acht durch die zwei Diagonalen des Trapezoides gebildeten Winkel am Umfange desselben in den Kalkul einbezogen werden. Die Berücksichtigung anderer überzähliger Visuren dagegen kompliziert den Kalkul zu sehr, als daß man sie empfehlen könnte.

Ad III. **Einschaltung von Ketten der vierten Ordnung zwischen Punkte der dritten Ordnung.**

Zwischen die Punkte der dritten Ordnung A und B (Fig. 93, Taf. 11) soll eine Kette der vierten Ordnung, bestehend aus sechs Dreiecken, eingeschaltet werden. Gemessen wurden alle Winkel der Dreiecke 1—6. Es sind die Koordinaten der Punkte a, b, c, d, e und f rechnerisch zu bestimmen. Diese Aufgabe kommt dann vor, wenn das Terrain keine Übersicht gewährt. Sie wird übrigens auch dann durchgeführt, wenn das Terrain übersichtlich ist, die in Rede stehende Kette der vierten Ordnung jedoch ohne Basismessung bestimmt werden soll.

Die Winkelausgleichung erfolgt im vorliegenden Beispiele ganz einfach, indem man die Differenzen der Winkelsummen in den einzelnen Dreiecken gegen 180° auf die Dreieckswinkel gleichmäßig verteilt.

Ist dies geschehen, so wird die Berechnung der Dreiecksseiten durchgeführt, und zwar ohne eine derselben zu messen.

Das Prinzip ist ähnlich demjenigen, welches seinerzeit bei der Besprechung des Hansenschen Problems in Anwendung gebracht wurde.

Man nimmt nämlich an, die Seite Ab habe eine gewisse beliebige Länge Ab'. Unter dieser Voraussetzung berechnet man nach dem Sinussatze die anderen Dreiecksseiten Aa', $a'b'$ usw.

Die erhaltenen Werte sind natürlich nur provisorisch und wurden deshalb mit dem Apostroph gekennzeichnet.

Um zu den definitiven zu gelangen, schlägt man folgenden Weg ein:

Man verlegt A in den Ursprung A' eines Koordinatensystems, welches „Hilfssystem" genannt werden soll (Fig. 94, Taf. 11) und nimmt an, der Südwinkel von $A'b'$ sei $= 90°$. Unter dieser Voraussetzung berechnet man die Koordinaten von a', b', c', d', e', f' und B'. Wenn $x'_{B'}$ die Abszisse und $y'_{B'}$ die Ordinate des Punktes B' ist, so ergibt sich die Länge $A'B' = \sqrt{x'^2_{B'} + y'^2_{B'}}$; außerdem ist $tg\, m = \frac{x'_{B'}}{y'_{B'}}$.

In demselben Verhältnisse, in welchem nun die Längen $A'B'$ und AB zueinander stehen, werden auch offenbar die Längen $A'b'$ zu Ab, $A'a'$ zu Aa, $a'b'$ zu ab usw. stehen müssen, d. h. man braucht, um zu den richtigen Dreiecksseiten Ab, Aa, ab usw. zu gelangen, nur die provisorischen Längen $A'b'$, $A'a'$ $a'b'$ usw. mit der Zahl $\frac{AB}{A'B'}$ zu multiplizieren.

Man nennt die hier besprochene Methode die „Methode der fingierten Basis".

Multipliziert man die Koordinaten von a', b', c', d', e', f' mit $\frac{AB}{A'B'}$, so erhält man die Koordinaten des Punktsystems a, b, c, d, e, f, bezogen auf das Hilfssystem.

Um nun zu den Koordinaten der Punkte a, b, c, d, e und f mit Rücksicht auf jenes System zu kommen, auf welches die Punkte A und B bezogen erscheinen (das „Hauptsystem"), wählt man den bekannten Weg der Transformation der rechtwinkeligen Koordinaten.

Man hat demnach allgemein folgende Aufgabe zu lösen:

Gegeben die Koordinaten des Punktes P (Fig 95, Taf. 11) bezogen auf das System x', y'. — Gesucht die Koordinaten desselben Punktes, bezogen auf das System x, y. Die Neigung der Achsen oy und $o'y'$ ist α. Die Koordinaten von o', bezogen auf das System xy, seien a (Abszisse) und b (Ordinate).

Man kann nun sagen: $x_P = Ps = a + y'_P \sin\alpha + x'_P \cos\alpha$

$$y_P = Pr = b + y'_P \cos\alpha - x'_P \sin\alpha$$

a und b oder die Koordinaten von A mit Rücksicht auf das Hauptsystem sind im vorliegenden Falle gegeben. Der Winkel α läßt

sich leicht bestimmen. Man braucht nur von dem Winkel, den AB mit oy einschließt, den Winkel m abzuziehen.

Die Tangente des ersten Winkels ist $\frac{x_B - x_A}{y_B - y_A}$ und $tg\,m$ ist von früher her bekannt.

Es ist nämlich $= \frac{x'_{B'}}{y'_{B'}}$, wobei $x'_{B'}$ und $y'_{B'}$ die Koordinaten von B' mit Rücksicht auf das Hilfssystem bedeuten.

Ad IV. **Einschaltung einzelner Punkte der vierten Ordnung in Punktsysteme der dritten Ordnung.**

Wenn das Terrain genügende Übersicht gestattet, dann kann man die Punkte der vierten Ordnung auch unabhängig voneinander aus Gruppen von Punkten der dritten Ordnung bestimmen.

Die wichtigsten Methoden hiefür sind:

1. Das mehrfache Vorwärtsabschneiden,
2. Das mehrfache Rückwärtseinschneiden und
3. Das kombinierte Einschneiden.

Die Methode 1 entspricht im Wesen der Bestimmung isolierter Fixpunkte in Systemen dritter Ordnung und besteht darin, daß man den Punkt a der vierten Ordnung aus A, B, C und D der dritten Ordnung (Fig. 96, Taf. 11) mit Hilfe der Winkel A_1, B_1, B_2, C_2, C_3, D_3, D_4 und A_4 fixiert.

Die Winkelausgleichung in A erfolgt, indem man die Differenz $A_1 + A_4 - DAB$ auf A_1 und A_4 gleichmäßig verteilt; dasselbe geschieht in B, C und D. Sodann rechnet man die Koordinaten von a aus den Dreiecken 1, 2, 3 und 4 und „mittelt" sie.

Die Methode 2 besteht in der mehrfachen Anwendung des schon aus der Dispositionslehre bekannten Pothenotschen Problems. Es werden die Winkel um a herum gemessen, auf 360° gleichmäßig ausgeglichen, hierauf die Koordinaten von a aus den Punktgruppen ABC, BCD, CDA und DAB bestimmt und gemittelt.

Die Methode 3 — dem Wesen nach dieselbe, die bei der Isolierung von Standpunkten in Systemen der dritten Ordnung angewendet wird — verwendet zur Bestimmung von a die Winkel um a herum und die Winkelpaare in A, B, C und D.

Man gleicht die Winkel eines jeden der vier Dreiecke auf 180° aus, rechnet die Koordinaten von a aus jedem der Dreiecke

und bildet hierauf die arithmetischen Mittel der x und y oder man berechnet nach erfolgter Herstellung der Dreiecksschlüsse Aa aus den Dreiecken 1 und 4, mittelt die beiden Werte und erhält $\overline{Aa}$. Dann bestimmt man den Südwinkel von Aa aus dem Südwinkel von AD und dem korrigierten Winkel A_4, endlich aus dem Südwinkel von AB und dem korrigierten Winkel A_1, mittelt diese Südwinkel und erhält einen Südwinkel $\overline{xAa}$. Aus den Koordinaten von A, der Strecke $\overline{Aa}$ und dem Südwinkel $\overline{xAa}$ werden hierauf die Koordinaten von a abgeleitet. In analoger Weise bestimmt man die Koordinaten von a aus den Dreiecken 1 und 2, 2 und 3 und 3 und 4. Die arithmetischen Mittel der vier verschiedenen x und vier verschiedenen y geben das definitive x respektive das definitive y von a.

Die Bestimmung eines Punktes der vierten Ordnung aus Punkten der dritten Ordnung durch mehrfaches Vorwärtsabschneiden kann auch auf graphischem Wege erfolgen. Das Prinzip des hierbei einzuhaltenden Vorganges ist folgendes:

Man konstruiert in einem relativ großen Maßstabe, z. B. $\frac{1}{10}$, $\frac{1}{5}$, $\frac{1}{6}$ der Natur, jenes System von Linien, welches sich um den zu bestimmenden Punkt herum ergibt, wenn man ihn von den umgebenden Punkten der dritten Ordnung anvisiert. Die n dargestellten Visuren schneiden sich in $\frac{n(n-1)}{2}$ Punkten, welche die Ecken der sogenannten fehlerzeigenden Figur bilden. — Aus dieser Figur wird dann auf verschiedene Arten auf den zu bestimmenden Punkt geschlossen.

Die Konstruktion der fehlerzeigenden Figur soll auf Grund der Fig. 97 auf Taf. 11 besprochen werden.

In dieser Figur ist A, B, C, D und E ein Punktsystem der dritten Ordnung und a ein Punkt der vierten Ordnung. Zu seiner Bestimmung sind die Winkel A_1, B_2, C_3, D_4 und E_5 gemessen worden und nun die fehlerzeigende Figur zu zeichnen.

Vorgang im Wesen:

1. Man bestimmt den Punkt a aus dem bestgeformten der Dreiecke 1—5, z. B. aus dem Dreiecke 1, und betrachtet denselben als provisorisch. Er soll a_0 und seine Koordinaten x_0 und y_0 heißen.

2. Aus x_0, y_0 und den Koordinaten der Punkte C, D und E lassen sich die Strecken Ca_0, Da_0, Ea_0 und deren Südwinkel rechnen.

3. Hierauf rechnet man die Unterschiede der Südwinkel von Ca_0 und Ca, von Da_0 und Da und Ea_0 und Ea, wobei unter den Südwinkeln von Ca, Da und Ea die aus den gemessenen Winkeln C_3, D_4 und E_5 abgeleiteten Südwinkel zu verstehen sind.

4. Nun werden die Abstände der Visuren Ca, Da und Ea vom provisorischen Punkte a_0 oder die sogenannten Querverschiebungen (α respektive β und γ) bestimmt, indem man die Bogensekundenformel verwendet. So z. B. wird sich der Abstand der Visur Ca von a_0 (α) in folgender Weise rechnen lassen:

$$\alpha^m \cdot 206{,}265'' = (xCa_0 - xCa)'' \cdot Ca_0{}^m.$$

5. Sobald die Querverschiebungen bestimmt sind, nimmt man einen großen Kreis mit Randteilung, verlegt a_0 in dessen Mittelpunkt, berechnet die Südwinkel von a_0A, a_0B usw. und verbindet nun a_0 mit den diesen Südwinkeln entsprechenden Punkten der Randteilung. So hat man den Strahlenbüschel a_0A, a_0B, a_0C, a_0D und a_0E gezeichnet.

Zieht man sodann zu a_0C im Abstande α und zwar — je nachdem $\sphericalangle xCa$ größer oder kleiner ist wie $\sphericalangle xCa_0$ — oben oder unten eine Parallele, so stellt diese die Visur Ca mit Rücksicht auf a_0 vor. In analoger Weise werden die Visuren Da und Ea dargestellt und man hat in den Schnittpunkten von Aa_0, Ba_0, Ca, Da und Ea (10) die Ecken der fehlerzeigenden Figur.

In Fig. 98 auf Taf. 11 ist der erwähnte Kreis mit Randteilung und die fehlerzeigende Figur in einer starken Verkleinerung zu sehen.

Die Feststellung des Punktes a auf Grund der fehlerzeigenden Figur erfolgt in mannigfaltiger Weise.

Es existieren Methoden von Bertot, D'Ocagne, Klingatsch usw.

Der Verfasser wendet folgendes Verfahren an: Er zieht zu jeder der gezeichneten Visuren zwei symmetrisch gelegene Parallele derart, daß er behaupten kann, die richtige Visur müsse sich innerhalb des so erhaltenen Flächenstreifens befinden.

Die Entfernungen dieser symmetrischen Parallelen von der dargestellten Visur sind offenbar bestimmt durch den Maximalfehler jenes Winkels, der die betreffende Visur fixiert, und durch die Länge der Visur. Beide Größen sind bekannt*) und braucht man sie nur

*) Der Maximalfehler eines Theodoliten kann annähernd dadurch bestimmt werden, daß man einen Winkel sehr oft mißt und den Unterschied der zwei am stärksten differierenden Werte halbiert.

wieder in die Bogensekundenformel einzusetzen, um die erwähnten Entfernungen zu erfahren. Sind die Parallelen zu allen Visuren, die sogenannten „Nebenlinien“, gezeichnet, also die Flächenstreifen dargestellt, innerhalb deren die verschiedenen Visuren liegen müssen, so kann man wohl folgendes behaupten: Der Punkt a kann sich nur innerhalb jenes Polygons befinden, welches allen gezeichneten Flächenstreifen gleichzeitig angehört.

Es ist dies ein gewöhnlich schon sehr kleines Polygon, dessen Schwerpunkt — beiläufig angenommen — als Punkt a benützt werden kann. Fig. 99 auf Taf. 11 soll das Übergreifen der bewußten Flächenstreifen und die schließlich erfolgende Wahl des Punktes a innerhalb des allen Streifen gemeinsamen kleinen Polygons klar machen.

Der gewählte Punkt a wird zum Schlusse dadurch festgestellt, daß man seine Koordinaten mit Rücksicht auf die durch a_0 gehenden Achsenrichtungen abgreift und zu den Koordinaten von a_0 addiert.

Bemerkungen:

1. Die Bestimmung der Querverschiebungen und der Abstände der „Nebenlinien“ von den dargestellten Visuren mit Hilfe der Bogensekundenformel ist eine relativ langwierige Arbeit. Sie wird viel rascher und genügend genau auf Grund eines Diagramms von Trigonometer Horský ausgeführt. Dasselbe dient verschiedenen Zwecken, soll aber hier nur als Mittel zur Bestimmung der erwähnten Querverschiebungen und Abstände ins Auge gefaßt werden.

Behufs Konstruktion des Horskýschen Diagramms wird eine Strecke AB (Fig. 100, Taf. 12) und ihre Richtungsänderung $\triangle''$ beliebig angenommen, die dieser Richtungsänderung entsprechende „Querverschiebung“ ϱ nach der bekannten Formel $\varrho = \frac{\triangle''}{206265''} AB$ gerechnet, mit AB ein Kreisbogen beschrieben und von B aus mit ϱ in C durchschnitten. Hiebei wird aber für ϱ ein weit größerer Maßstab benützt wie für AB. Teilt man nun die Sehne BC in $\triangle$ gleiche Teile, so sind 1, 2, 3 usw. hievon die den Richtungsänderungen von 1, 2, 3 usw. Sekunden entsprechenden Querverschiebungen am Ende des Radius AB.

Sie können an dem unmittelbar neben BC gezeichneten Linearmaßstabe für ϱ abgelesen werden.

Handelt es sich nun darum, die dem Radius AB' und der Richtungsänderung von $\triangle_1'' = B\gamma$ zugehörige Querschiebung zu bestimmen, so zieht man durch B' eine Parallele zu BC ($B'C'$), verbindet γ mit A und schneidet damit $B'C'$.

$B'\gamma'$ ist die gesuchte Querverschiebung, die mit Hilfe des erwähnten Linearmaßstabes abgemessen werden kann.

2. Sind behufs Bestimmung des Punktes a (Fig. 97, Taf. 11) in den Punkten A, B, C, D und E je zwei Winkel gemessen worden, also A_1, A_5, B_1, B_2 usw., so ist der Weg, den man wählt, um die Koordinaten von a auf graphischem Wege zu bestimmen, im Wesen derselbe wie vorhin. Doch hat man nicht mehr fünf Visuren zu konstruieren, sondern zehn. Bestimmt man zu jeder dieser Visuren die „Nebenlinien", so erhält man Flächenstreifen, von denen sich je zwei zusammengehörige, d. h. parallele, teilweise übergreifen. Infolgedessen werden die zur Feststellung von a verwendeten Flächenstreifen im allgemeinen schmäler, also geeigneter sein als früher.

Kartierung der Detailträger und der Details innerhalb eines Systems von Punkten der vierten Ordnung, welche aus solchen der dritten Ordnung abgeleitet wurden.

Dieselbe unterscheidet sich von der Kartierung der Detailträger und des Details innerhalb einer Aufnahmssektion im Wesen gar nicht. Doch führt hier — im großen Gebiete — die konstruktive Bestimmung einzelner Detailträger, welche nahe an den Grenzen der Aufnahmssektionen liegen, zu Schwierigkeiten und erscheint es daher zweckmäßiger, solche Detailträger mit Hilfe berechneter Koordinaten aufzutragen.

Zum Schlusse dieser Ausführungen erübrigt nur noch der Übersicht wegen einen Rückblick auf die Aufnahme und Kartierung größerer Gebiete zu werfen.

Hiebei soll ein Territorium ins Auge gefaßt werden, welches ein oder mehrere Landesrechtecke (Triangulierungssektionen) umfaßt.

In diesem Falle wird also der Aufnahme ein selbständiges oder freies Dreiecksystem der dritten Ordnung zugrunde gelegt, d. h. eine Kette oder ein Netz mit Seitenlängen von ungefähr 4—9000 ^{m}. Die Bestimmung der Basis erfolgt indirekt. Man hat demnach eine

Messungs- und eine Rechnungsbasis zu unterscheiden. Das Dreieckssystem der dritten Ordnung zerfällt häufig in ein Grundsystem und in isolierte oder „verlorene“ Punkte. Es ist hier die Grundlage aller weiteren Arbeiten, also das „Ausgangssystem“. Die Winkelmessung erfolgt in der Regel mit Mikroskoptheodoliten, die Ausgleichung nach strengen Methoden — besonders wenn die Dreiecke sehr groß sind.

Die nun folgende Bestimmung der Punkte vierter Ordnung, deren relativ geringe Entfernungen bedingt sind durch allerlei bekannte Umstände, besteht aus Ketteneinschaltungen oder Punkteinschaltungen.

Ketteneinschaltungen werden durchgeführt, wenn das Terrain wenig Übersicht gewährt, Punkteinschaltungen, wenn es übersichtlich ist. Beide Arten der Bestimmung von Punktsystemen der vierten Ordnung setzen gute, nicht zu große Dreiecke der dritten Ordnung voraus. Es ist dies leicht einzusehen.

Zerlegt man nämlich eine sehr lange Kette der vierten Ordnung in kurze Ketten und hängt man eine jede derselben zwischen zwei Punkte der dritten Ordnung ein, so ist klar, daß trotz eines relativ bedeutenden Fehlers im Abstande dieser zwei Punkte die einzelnen Dreiecke der vierten Ordnung brauchbar sein können. Der Fehler im Abstande der zwei Stützpunkte wird sich eben auf die Dreiecke der vierten Ordnung verteilen. Wenn nun aber, wie in Fig. 101 auf Taf. 12, eingeschaltete Ketten aneinander stoßen, so werden — wie dies schon in der Dispositionslehre auf S. 54 ausgeführt erscheint — einzelne Punkte der vierten Ordnung wie *b*, *h* und *d* je zwei Ketten angehören, ihre Koordinaten daher zweimal und natürlich verschieden zum Vorschein kommen. Das „Mitteln“ der gefundenen Koordinaten wird nun nachträgliche Änderungen der Dreiecke zur Folge haben, die im allgemeinen um so größer und störender sein werden, je größer und je mangelhafter das Dreieck ABC ist.

Daß Einschaltungen einzelner Punkte der vierten Ordnung unter sonst gleichen Umständen um so bessere Resultate liefern, je kleiner und besser die Dreiecke der dritten Ordnung sind, braucht kaum bewiesen zu werden. Die Einschaltung von Punkten der vierten Ordnung in große Dreiecke der dritten bedingt lange Visuren und diese bewirken immer große Querverschiebungen. Endlich sind die Wege, die von den Punkten der dritten Ordnung zu benachbarten

Punkten der vierten Ordnung bei Punkteinschaltungen führen, im allgemeinen nicht gleich, weshalb die gegenseitige Lage der Punkte der dritten Ordnung auch sehr gut sein muß, um genügend gute Dreiecke der vierten zu erhalten.*)

Sind die Dreiecke der dritten Ordnung sehr groß oder mangelhaft bestimmt, so wird also, dem Gesagten zufolge, keine der beiden Einschaltungsmethoden entsprechen. Dann kann man sich nur dadurch helfen, daß man das Dreiecksystem der vierten Ordnung als Ganzes in jenes der dritten einzwängt, also eine Netzeinschaltung durchführt.

Das hat aber eine enorme Ausgleichungsarbeit zur Folge und wird daher in der Regel umgangen.

Zur Ableitung des Punktsystems der vierten Ordnung aus jenem der dritten genügen im allgemeinen minder feine Apparate wie zur Bestimmung des letzteren, ebenso auch minder strenge Ausgleichsverfahren, also Nährungsmethoden. Dies ist allerdings nur dann der Fall, wenn man der Bestimmung des Ausgangssystems eine entsprechend große Sorgfalt zugewendet hat, was vom ökonomischen Standpunkte stets vorteilhaft ist, und zwar um so mehr, je mehr die Zahl der Punkte der vierten Ordnung jene der dritten überwiegt.

Die Kartierung der abgeleiteten Punkte der vierten Ordnung kann mit Rücksicht auf die Ausdehnung des Systems der dritten Ordnung ausschließlich nur mit Hilfe von gerechneten Koordinaten erfolgen.

Die Bestimmung der Detailträger innerhalb des Punktsystems der vierten Ordnung erfolgt durch Einhängen der sogenannten Hauptzüge, der Nebenzüge und Messungslinien oder indem die Detailträger unabhängig voneinander durch einfaches Vorwärtsabschneiden, Seitwärtsabschneiden oder Rückwärtseinschneiden festgelegt werden.

Hinsichtlich der Qualität der Feldapparate und Ausgleichungsmethoden kann in der Regel eine neuerliche Reduktion Platz greifen.

Die Kartierung der Detailträger erfolgt mit Hilfe berechneter Koordinaten oder konstruktiv, wobei die gewöhnlichen Zeichenrequisiten, der Stangenzirkel, das Abschiebelineal oder auch Winkelauftrageapparate in Verwendung treten.

---

*) Siehe S. 47 der Dispositionslehre.

Mitunter wird das Gros der Detailträger konstruktiv bestimmt und nur einzelne derselben, deren Konstruktion Schwierigkeiten verursacht, mit Hilfe berechneter Koordinaten aufgetragen.

Zur Festlegung des Details verwendet man fünf Methoden („Rayon und Schnitt", „Rayon und Maß", rechtwinkelige Koordinaten, Lineartriangulierung und Detailpolygonisierung), zur Kartierung des Details zumeist und zwar aus Billigkeitsrücksichten, gewöhnliche Zeichenrequisiten und Winkelauftrageapparate — berechnete Koordinaten nur dann, wenn dieselben wegen einer schärferen Flächenermittlung bestimmt werden mußten.

Die eben entwickelte Übersicht, betreffend die Aufnahme und Kartierung eines mehrere Landesrechtecke umfassenden Gebietes, läßt auf die Durchführung noch größerer Aufnahmen schließen. Sie erfolgt nach denselben Prinzipien, beginnt jedoch mit Dreieckssystemen der zweiten oder der ersten Ordnung.

Konstruktion von Schichtenplänen.

Mit der Horizontalaufnahme und Kartierung des Vermessungsgebietes ist die Arbeit des Geometers in der Regel noch nicht erschöpft. Die Horizontalprojektion der verschiedenen Grenzen — der Situationsplan oder die Situationskarte — genügt zwar, besonders in Verbindung mit kotierten Skizzen, für die Flächenbestimmung, für die Grenzregulierung und Grenzsicherung, für die Flächenteilung und für Kommassationszwecke (Zusammenlegung und Neueinteilung der Gründe), aber nicht für die Lösung aller jener Konstruktionsaufgaben, bei denen die Höhenverhältnisse des Terrains eine Rolle spielen.

Solche Aufgaben sind Ent- und Bewässerungsprobleme, Projektierung von Wegen, Straßen, Eisenbahnen usw. Die Grundlage der Durchführung solcher Aufgaben ist immer ein guter Schichtenplan der betreffenden Gegend.

Denkt man sich einen Terrainteil mit horizontalen Ebenen, welche voneinander gleich weit abstehen, durchschnitten, so werden auf der Oberfläche desselben Kurven entstehen, die in sich selbst abgeschlossen sind und Schichtenkurven, Niveaulinien oder Isohypsen, auch Terrainlinien genannt werden. Projiziert man diese Kurven auf eine horizontale Ebene, z. B. auf die niedrigste der schneidenden Ebenen (die Grundebene), verjüngt man die er-

haltenen Projektionen und schreibt man zu denselben die Höhen über der Grundebene, so erhält man die Schichtenkarte oder den Schichtenplan der Gegend. Eine Schichtenkarte gibt vollständigen Aufschluß über die Konfiguration des Terrains. Man kann aus ihr auf die Detailformen desselben, auf die Böschungsverhältnisse, auf die Höhen einzelner Punkte usw. schließen und mit ihrer Hilfe eine Reihe wichtiger, konstruktiver Aufgaben lösen. Die letzteren gehören nicht in den Rahmen dieser Arbeit. Die Beurteilung der Detailformen, der Böschungsverhältnisse und der Höhenlage einzelner Terrainpunkte soll an der Fig. 102 auf Taf. 12 besprochen werden.

Wenn man sich die Kurve 75 in der Zeichnenebene denkt, die Kurve 80 um 5^m von dieser entfernt, die Kurve 85 im Abstande von 10^m usw. und man vermittelt die so „aufgestellten" Kurven durch eine kontinuierliche Fläche, so begreift man, daß man es mit einer Kombination von zwei Kuppen zu tun hat, die durch einen Sattel (*S*) getrennt sind. Die Kuppe links ist höher wie jene rechts. Die Kuppe rechts fällt gegen Süden und gegen Norden viel steiler ab wie gegen Osten. Vom Sattel gegen Süden sieht man deutlich eine Talbildung respektive einen bereits ausgebildeten Graben (*G*).

Für die Beurteilung der Höhen von Terrainpunkten, welche zwischen zwei Schichtenkurven liegen, ist das sogenannte Böschungsdreieck von Wichtigkeit. Das Böschungsdreieck ist ein rechtwinkeliges Dreieck, welches die „Linie des stärksten Falles" zur Hypotenuse, den Schichtenebenenabstand (die Schichtenhöhe) und die Horizontalprojektion der Linie des stärksten Falles zu Katheten hat.

Die Linie des stärksten Falles — auch Gefällslinie — ist der kürzeste Abstand zwischen zwei Schichtenkurven am Terrain gemessen. Sie steht senkrecht zu den beiden Schichtenkurven und erscheint auch in der Horizontalprojektion senkrecht zu den Horizontalprojektionen der beiden Schichtenkurven. Es läßt sich dies sehr leicht begreifen, wenn man sich ein ebenes und geneigtes Terrain vorstellt. In einem solchen Terrain sind die Schichtenlinien und ebenso die Gefällslinien gerade Linien. Im krummflächig begrenzten Terrain ist die Gefällslinie entweder gerade oder krumm. So ist z. B. in Fig. 103, Taf. 12, die Gefällslinie zwischen den zwei parallelen Schichtenkurven 360 und 362 eine Gerade. Es läßt sich eben zwischen den zwei Kurven eine Gerade ziehen, die senkrecht steht zu 360 und 362. In Fig. 104, Taf. 12,

ist die Möglichkeit, zwischen 380 und 385 eine Gerade zu ziehen, die senkrecht steht zu beiden, nicht vorhanden. Hier also ist die Gefällslinie eine Kurve. Es läßt sich dies auch sehr leicht einsehen, wenn man sich das Terrain zwischen 380 und 385 durch Zwischenschichtenebenen in sehr niedrige Schichten zerlegt denkt und von einer Zwischenschichtenlinie zur nächsten die Linie des stärksten Falles zeichnet. Man erhält dann ein System von zusammenhängenden Linien, die alle gerade, aber sehr kurz sind und sehr nahe 180° miteinander einschließen. Werden die Schichten immer niedriger gedacht, so entsteht zuletzt eine Kurve, welche mit den Schichtenlinien 380 und 385 90gradige Winkel bildet, d. h. unsere Gefällslinie.

Denkt man sich nun in der Fig. 103, Taf. 12 wäre die Zeichnenebene die Ebene 360, so steht *a* um 2^m von der Zeichnenebene entfernt.

Das Böschungsdreieck — um die Gerade *ab* in die Zeichnenebene gewendet — ist das schraffierte rechtwinkelige Dreieck *ab* (*a*). Der Winkel α ist offenbar der Böschungswinkel an der in Betracht gezogenen Terrainstelle. Wäre z. B. nach der Höhe des Terrainpunktes *c* über 360 gefragt worden, so hätte sich *c* (*c*) als diese Höhe ergeben.

Während nun im vorliegenden Falle das Böschungsdreieck ein ebenes, vertikales Dreieck ist, so kann in der Fig. 104, Taf. 12, auf Grund der vorhin angegebenen Definition des Böschungsdreieckes zwischen *a* und *b* kein ebenes Dreieck mehr gedacht werden. Hier ist es ein zylindrisches, d. h. auf einer vertikalen Zylinderfläche liegendes Dreieck.

Das Wasser, welches sich von *a* nach *b* nach der steilsten Linie bewegt, wählt nicht mehr einen geraden Weg, sondern eine auf einer Zylinderfläche liegende schräge Gerade (Schraubenlinie).

Um das zylindrische Dreieck darstellen zu können, muß man es in die Zeichnenebene aufrollen. Dies geschieht, indem man die horizontale Projektion der Gefällslinie, also die zwischen *a* und *b* liegende Kurve „streckt“, d. h. auf eine Gerade in wahrer Größe aufträgt (Fig. 105 Taf. 12), im Endpunkte *a* eine Senkrechte hiezu von der Länge $= 5^m$ errichtet und den Endpunkt dieser Senkrechten (*a*) mit dem Anfangspunkte *b* der aufgerollten Kurve verbindet. Die Höhe eines allenfalls zwischen *a* und *b* in der Gefällslinie gelegenen Terrainpunktes *c* wird genau so bestimmt wie früher;

doch muß auch die Kurve *bc* aufgerollt werden. In unserem Falle ist *c* (*c*) die Höhe von *c* über 380. — Es ist klar, daß die Höhe eines genau in der Mitte zwischen den Schichtenlinien erscheinenden Punktes dem arithmetischen Mittel der Höhen beider Schichtenlinien entsprechen muß. Würde z. B. *c* die Kurve *ba* im Verhältnisse 1 : 4 zerlegen, so würde dem Punkte *c* die Höhe 381 entsprechen usw.

Das Wesen des Böschungsdreieckes wird auch benützt, um aus Punkten, deren Situationen und Höhen bekannt sind, die Schichtenlinien zu konstruieren.

Um die Konstruktionsmethode klar zu machen, ist zunächst folgende Aufgabe durchzuführen: In der vorliegenden Schichtenkarte (Fig. 106, Taf. 12) ist ein Teil der Kurve 355 lädiert worden. Man will, um den fehlenden Teil der Kurve zeichnen zu können, den in der Geraden *ab* liegenden Punkt der Kurve 355 konstruktiv bestimmen. Hiezu eignet sich am besten das Böschungsdreieck zwischen *ab*. *ab* ist die horizontale Kathete desselben, die Höhe von *b* über *a* die zweite Kathete (hier also 357·0 — 352·5 = 4·5 ^{m}).

Das Dreieck wurde in der Zeichnung um *ab* umgelegt und schraffiert. Zieht man in diesem Dreiecke im Abstande von 2·5 ^{m} (Höhe der Schichtenkurve 355 über *a*) eine Parallele zu *ab*, so wird diese die umgelegte Hypotenuse in einem Punkte (*x*) schneiden. Zieht man von (*x*) eine Senkrechte zu *ab*, so erhält man im Fußpunkte derselben den gesuchten Punkt *x*.

Die eben besprochene Methode der Bestimmung von *x* ist eine Interpolation und in der Praxis sehr häufig en masse durchzuführen.

Das zweckmäßigste Verfahren für diesen Fall ist aus den Fig. 107 und 108 auf Taf. 12 zu ersehen.

In Fig. 107 ist *abcd* ein aus drei Seiten bestehender Polygonzug, innerhalb dessen die den Schichtenkurven 340 und 345 angehörenden Punkte zu bestimmen sind.

Vorgang:

Man zieht die Gerade *xy* (Fig. 108) und senkrecht zu ihr in gleichen, aber ganz beliebigen, nicht zu kleinen Abständen die Geraden 335, 336 usw. — Die Geraden 335, 340, 345, 350, kurz, die mit den Schichtenkurven gleich bezeichneten Geraden, werden stärker gezogen.

Will man nun z. B. den der Kurve 340 angehörigen Punkt der Geraden *dc* bestimmen, so betrachtet man den der Geraden *xy*

angehörigen Punkt 336 als *d*, faßt *dc* und trägt es von der Geraden *xy* aus nach rechts auf eine in der Höhe 341·25 gezogene Horizontale auf. Man erhält so *c'*. Die Gerade 336, *c'* schneidet die stark gezogene Horizontale 340 im Punkt *n*. Die Strecke 340, *n* ist nun in den Zirkel zu fassen und von *d* aus in der Fig. 107 auf die Gerade *dc* aufzutragen. Das Ende der aufgetragenen Strecke ist der in der Geraden *cd* befindliche Punkt der Schichtenkurve 340. Ganz so verfährt man um den in der Strecke *ba* liegenden Punkt der Kurve 345 zu bestimmen. Man verbindet den in der Geraden *xy* liegenden, 344·2^m hohen Punkt mit einem rechts von *xy* in der Distanz *ba* gelegenen Punkte von der Höhe 347·1^m. Das Ende der von *b* gegen *a* hin aufgetragenen Strecke 345, *n'* liefert einen Punkt der Kurve 345^m.

Daß die in der Fig. 108 benützte, auf *xy* wiederholt aufgetragene Einheit ganz gleichgültig ist, wird jedermann leicht einsehen. Je größer man sie nimmt, desto besser werden die Schnitte der schrägen Geraden mit den Horizontalen ausfallen. Eine starke Benützung der Teilung auf *xy* wird die Genauigkeit der Konstruktion beeinträchtigen. Man wird daher gut tun, *xy* nur für eine beschränkte Punktzahl zu verwenden und für die nächste Punktgruppe eine Parallele zu *xy* (z. B. *x'y'*) zu verwenden usw.

Ein zweites Verfahren rührt von Ingenieur Sikorski her. Es basiert auf einem aus zwei Teilen bestehenden Apparate, dessen Einrichtung aus der Fig. 109 auf Taf. 13 zu entnehmen ist.

A ist ein mit einer Teilung versehenes einfaches Lineal, *B* ein aus den Holzleisten I und II bestehender Winkel, der sich mit Hilfe der Klemmschraube *K* beliebig stellen läßt.

Der Gebrauch dieser Einrichtung geht aus der Fig. 110 auf Taf. 13 hervor. Ist z. B. zwischen die Punkte 2·3 und 7·5 der Punkt 5 einzuschalten, so legt man das Lineal *A* mit dem Punkte 2·3 seiner Kante auf den Punkt 2·3 der Zeichenfläche schräg gegen die Strecke 2·3, 7·5 und schiebt den Winkel mit dem Schenkel I an das Lineal an. Dann öffnet man die Klemme *K*, stellt den Schenkel II derart, daß die Ziehkante *Z* durch die Punkte 7·5 des Lineals und der Zeichenfläche lauft und sperrt *K*.

Wird nun B am Lineal *A* soweit verschoben, daß *Z* den Punkt 5 seiner Teilung passiert, so schneidet *Z* die Strecke 2·3, 7·5 in einem Punkte *x*, welchem die Höhenkote 5 zukommt.

Bemerkungen:

1. Die Strecke 2·3, 7·5 am Zeichenbrette soll sich, wie von selbst klar ist, von der Strecke 2·3, 7·5 am Maßstab nicht zu sehr unterscheiden. Eine einzige Teilung wird daher den verschiedenen Maßstäben und Terrainformen nicht entsprechen. Man verwendet infolgedessen statt des Lineals *A* ein Holzdreieck, worauf sich sechs Teilungen anbringen lassen.

2. Der Apparat ist insbesondere dann von Vorteil, wenn zwischen je zwei kotierte Punkte mehrere Punkte zu interpolieren sind.

Die eben besprochenen Methoden setzen voraus, daß die geraden Linien, die man verwendet, nahezu am Terrain liegen.

Nur wenn diese Voraussetzung zutrifft, erhält man nahezu richtige Punkte der Schichtenkurven.

Um eine zweckmäßige Grundlage für die Konstruktion von Schichtenkurven zu schaffen, ist es gut, die erforderlichen Polygonzüge von den Höhen herab ungefähr in der Richtung der Gefällslinien zu legen. Hiebei sind charakteristische Linien, wie Wasserrisse, Gräben, Grathe usw. nicht außer acht zu lassen.

Verwendet man ganz beliebig liegende oder „zerstreute" Punkte, so ist es zweckmäßig, sie zu Polygonzügen zu gruppieren, welche sich den Gefällslinien nähern, welche also die zu bestimmenden Schichtenkurven annähernd normal schneiden.

Daß die nach der besprochenen Methode bestimmten Schichtenkurvenpunkte zum Zeichnen der Kurven selbst gewöhnlich nicht ausreichen, ist natürlich. Es müssen stets gute Skizzen vorhanden sein, um sie sicherer ziehen zu können.

Das Wesentlichste über das Kopieren, Verkleinern und Vergrößern von Plänen.

Das Kopieren von Plänen, d. h. das Vervielfältigen derselben in unverändertem Maßstabe, kann erfolgen:

1. Durch Pausen oder Pikieren;
2. mit Hilfe von Hektarennetzen;
3. mit Hilfe eines Pantographen und
4. auf photographischem Wege.

Die Methoden 2, 3 und 4 können auch zum Verkleinern eventuell Vergrößern verwendet werden.

Ad 1. Diese Übertragungsarten sind hinlänglich bekannt.

Ad 2. Man bestimmt mit Hilfe gewöhnlicher Zeichenrequisiten und eines Hektarennetzes, welches entweder schon auf dem Plane vorhanden ist oder welches man erst darüber zeichnet, die Koordinaten der einzelnen Punkte und überträgt sie in ein neues Hektarennetz. Hiebei geht man genau so vor wie bei der Konstruktion von Punkten auf Grund berechneter Koordinaten.

Es existiert übrigens ein Zirkel, mit welchem die Punkte direkt in die entsprechenden Hektaren übertragen werden können. Derselbe hat drei Spitzen, die sich beliebig stellen lassen und die man also auch so stellen kann, daß sie das aus Fig. 111 auf Taf. 13 ersichtliche Dreieck abP bilden. Die Spitze P des Dreieckes ist der zu übertragende Punkt. Seine Übertragung in das zweite Hektarennetz ist von selbst klar.

Ist eine Verkleinerung oder Vergrößerung des Originals durchzuführen, so braucht man nur das zweite Hektarennetz in der gewünschten Verjüngung oder Vergrößerung zu zeichnen und die vom Original abgenommenen Strecken vor ihrer Verwendung entsprechend zu ändern. Hiezu wird man sich entweder eines Transversalmaßstabes oder des bekannten Reduktionszirkels bedienen.

Ad 3. Der Pantograph („Storchschnabel") ist ein Apparat, mit Hilfe dessen man durch einfaches Umfahren der gegebenen Figur eine kongruente oder geometrisch ähnliche Figur zeichnen kann. Seine Einrichtung ist im Wesen aus der Fig. 112 auf Taf. 13 zu entnehmen.

Die stark gezogenen Geraden sind Schienen von Holz oder von Messing, die kleinen Kreise a, b, c und z Gelenke, welche eine Umwandlung des Rechteckes $abzc$ in ein Rhomboid ermöglichen. Das Gelenk z enthält einen Zeichenstift, F ist der Stift, mit welchem die gegebene Figur umfahren wird, d. h. der Fahrstift. P — der Pol — ist ein Punkt, um welchen sich der ganze Apparat drehen läßt. Er ist auf der Schiene ac, die Gelenke a und c auf den Schienen bF respektive zy verstellbar. Die bezeichneten Schienen sind mit Teilungen versehen und wenn der Pol und die Gelenke a und c auf die gleich bezeichneten Striche der Schienen ac respektive bF und zy gestellt werden, so liegen die Punkte F, P und z, d. h. Fahrstift, Pol und Zeichenstift in einer Geraden, welche Tatsache eine Bedingung für die Verwendbarkeit des Apparates darstellt.

Stellt man den Fahrstift, ohne den Pol zu verrücken, auf den Punkt F' ein, so nimmt der Apparat die durch strichpunktierte Linien angedeutete, sehr leicht konstruierbare Form an. Die Gerade FF' ist parallel zu zz' und außerdem findet folgende Proportion statt: $FF' : zz' = Fa : cz$.

Es ist dies leicht einzusehen.

Die Dreiecke FaP und Pcz sind nämlich ähnlich und weil $F'a' = Fa$, $a'P = aP$, ferner $c'z' = cz$, $c'P = cP$ und Winkel $F'a'P =$ Winkel $z'c'P$ ist, so sind auch die Dreiecke $F'a'P$ und $z'c'P$ ähnlich. Weil nun a', P und c' in einer Geraden liegen ($a'c'$ ist eine Schiene), so müssen F', P und z' auch in einer Geraden liegen. Daraus und aus der Gleichheit der Verhältnisse $F'P : Pz'$, $Fa : cz$ und $aP : Pc$ geht hervor, daß die Trapezoide $aFF'P$ und $czz'P$ ähnlich sind, daß somit FF' parallel ist zu zz' und daß die Proportion stattfindet: $FF' : zz' = Fa : cz$.

Stellt man den Fahrstift auf den Mittelpunkt von FF', so wird sich der Zeichenstift dem obigen Beweis zufolge in der Mitte von zz' befinden. Steht der Fahrstift am Ende des ersten Drittels von FF', so wird der Zeichenstift das erste Drittel von zz' abgrenzen usw. Jedem Punkte innerhalb der Strecke FF' entspricht also ein Punkt innerhalb der Strecke zz', der geradlinigen Bewegung des Fahrstiftes von F bis F' somit eine geradlinige Bewegung des Zeichenstiftes von z bis z'.

Außerdem sind die Wege FF' und zz' parallel und ihre Längen verhalten sich wie $Fa : cz$. Daraus schon folgt, daß der Apparat die vom Fahrstift befahrene Figur im Verhältnisse von $Fa : cz$ geometrisch ähnlich und in paralleler Stellung nachzeichnet und — falls $Fa = cz$ gestellt wird — eine Kopie liefert.

Schlußbemerkung:

Die Detailkonstruktion eines Pantographen ist eine ziemlich komplizierte. Es ist dies in veschiedenen Forderungen begründet. So muß sich der Zeichenstift heben, wenn der Fahrstift gehoben wird, es dürfen keine störenden Reibungen auftreten usw.

In neuester Zeit werden die Pantographen leichterer Hantierung wegen zumeist schwebend gebaut.

Ad 4. Das Kopieren, Verkleinern und Vergrößern auf photographischem Wege gehört naturgemäß in das Gebiet der Photographie.



= 12

(3

(7

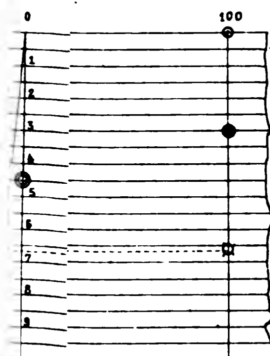
(4

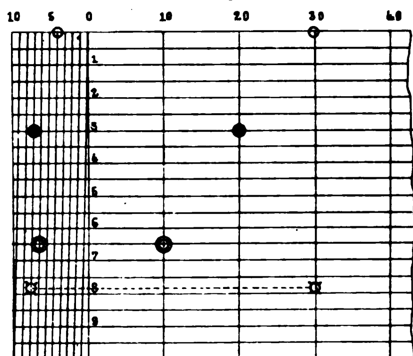
F

eut

Tafel 1.

Fig. 6 1:1000. Fig. 7





= 12(

= (3(^{m} = 133 ^{m}

= (7(74·5 ^{m}

(400) ^{m} = 146·7 ^{m}

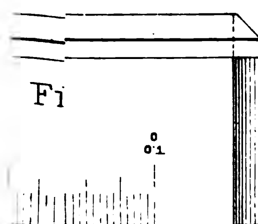
Die Strecke v o bis o ist = 34 ^{m}

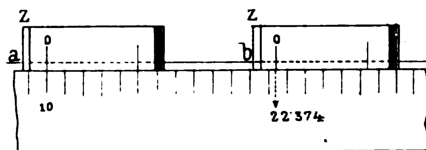
" " " ● " ● " = (7+0·3+20) ^{m} = 27·3 ^{m}

" " " ○ " ○ " = (6+0·65+10) ^{m} = 16·65 ^{m}

" " " ¤ " ¤ " = (7+0·78+30) ^{m} = 37·78 ^{m}

Fig. 10.





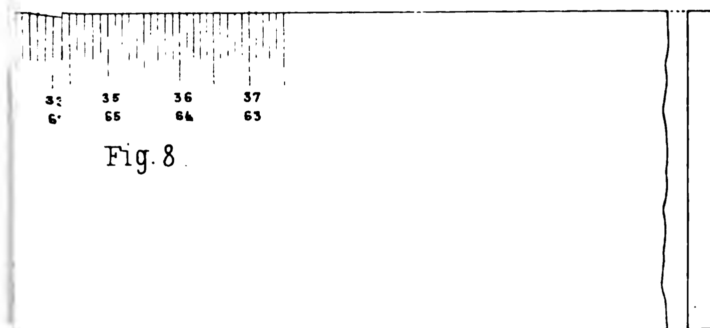


Fig. 8.

Lith.Anst.v.Th.Bannwarth,Wien.

Deutiien und Leipzig.

Druck von Rudolf M. Rohrer in Brünn



